数理グループの発表

担当内容と順番

１、 山上　追跡曲線
２、 相河　惑星の運動

３、 祐川　人工腎臓器の数学モデル
４、 深沢　Lotka-Volterra equation

５、 佐藤　広告に対する売り上げ反応

追跡曲線について

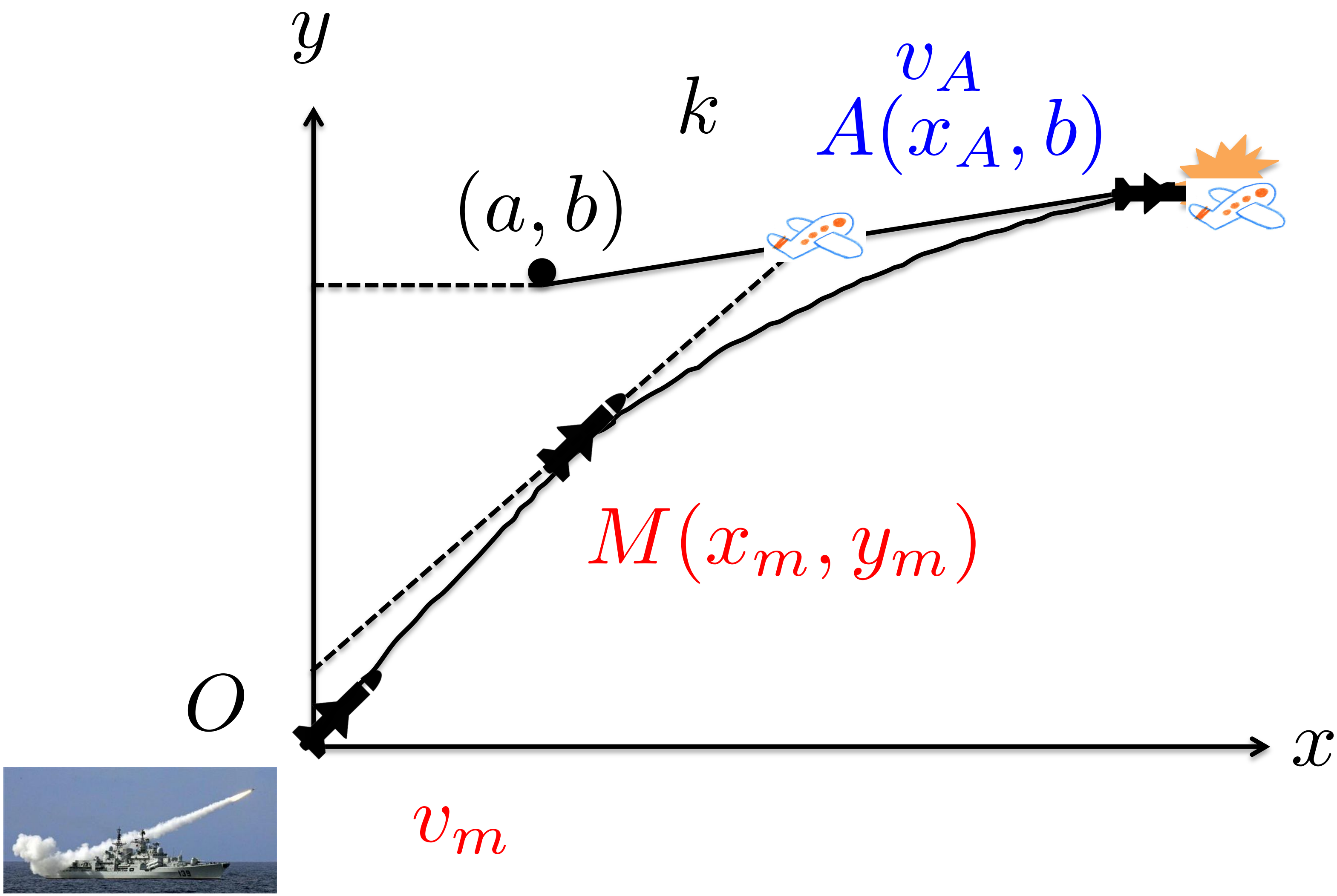
弘前大学　山上理矢

2015.9.3

テーマ

- 飛行機の飛ぶ方向の傾きが正の直線であると、どうなるか。
- 飛行機の飛ぶ方向が軸に平行の場合はどうなるか。
- 飛行物体の速度を時間によって変化させるとどうなるか。

モデルの例



モデルの数式化

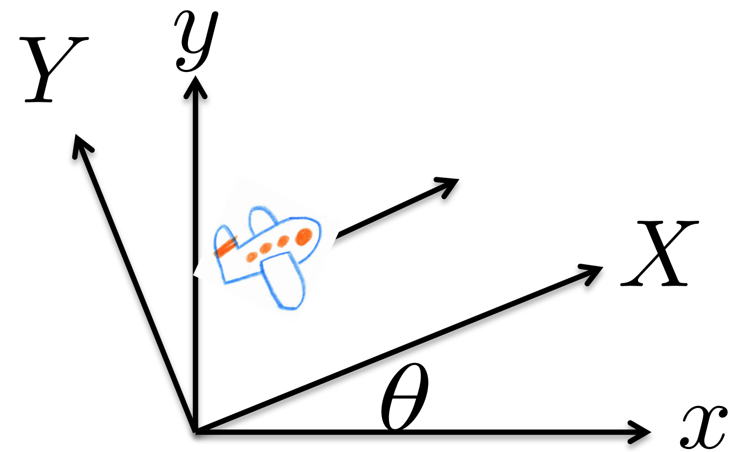
$$\frac{k^2+1}{(kp+1)^3\cos\theta}((a-x)\cos\theta-(b-y)\sin\theta))\frac{dx^2}{dy^2}$$

$$=c\left(1+\left(\frac{p-k}{kp+1}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$v_m^2=\dot{x}^2+\dot{y}^2$$

$$x(0)=y(0)=0$$

- 座標軸を反時計回りに回転させて考える。
$k = \tan\theta$とする。

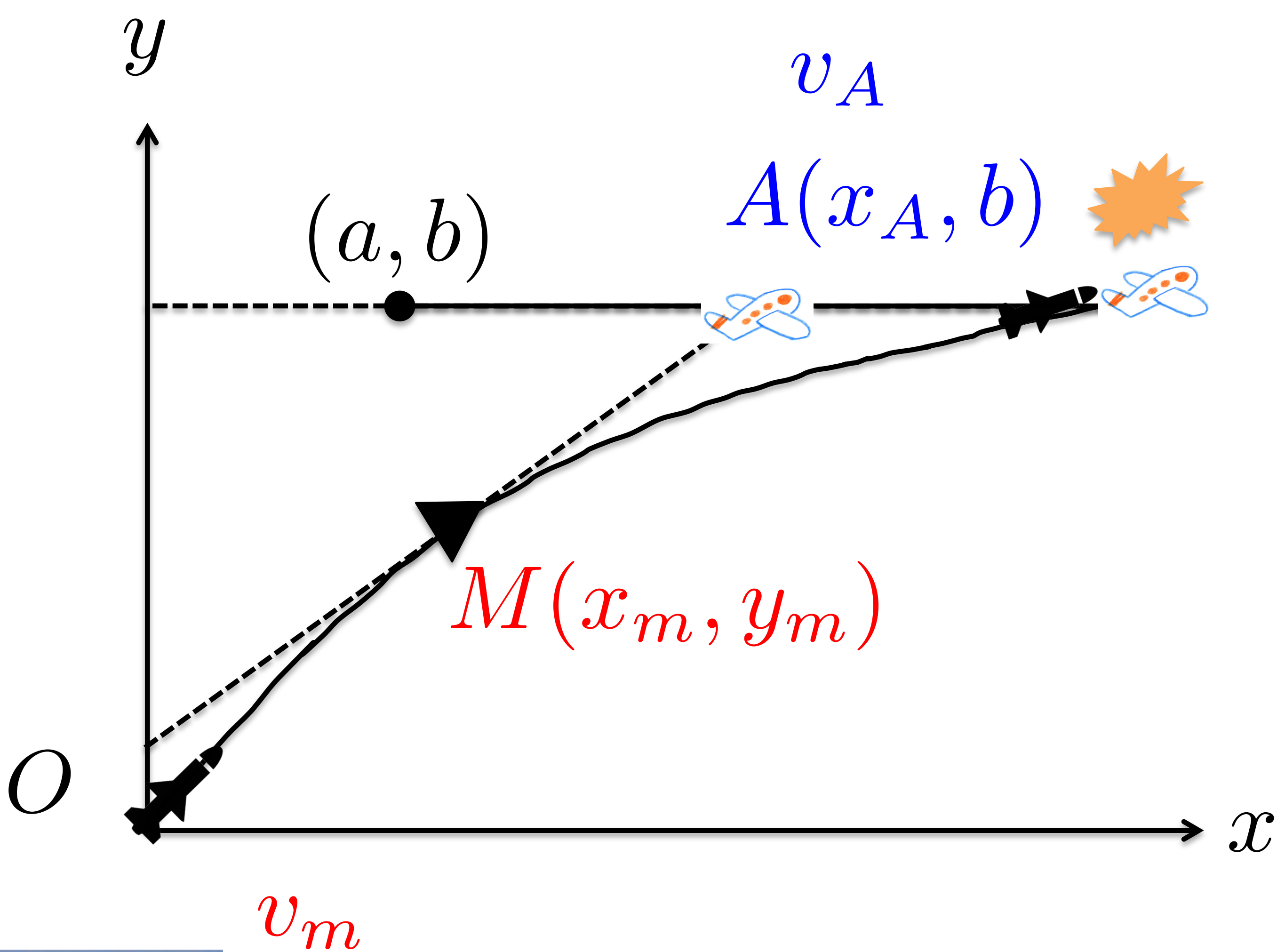


$$\frac{dX}{dY} = \frac{p-k}{kp+1}$$

$$\frac{d^2X}{dY^2} = \frac{k^2+1}{(kp+1)^3\cos\theta}\frac{d^2x}{dy^2}$$

$$p = \frac{dx}{dy}$$

基本的なモデルの例



モデルの数式化

$$\dot{x}(b-y) = \dot{y}(a + v_A t - x)$$

$$v_m^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$$

$$x(0) = y(0) = 0$$

となる。この微分方程式を式変形すると

$$\frac{d^2x}{dy^2}(b-y) = c\left(1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}, c = \frac{v_A}{v_m}$$

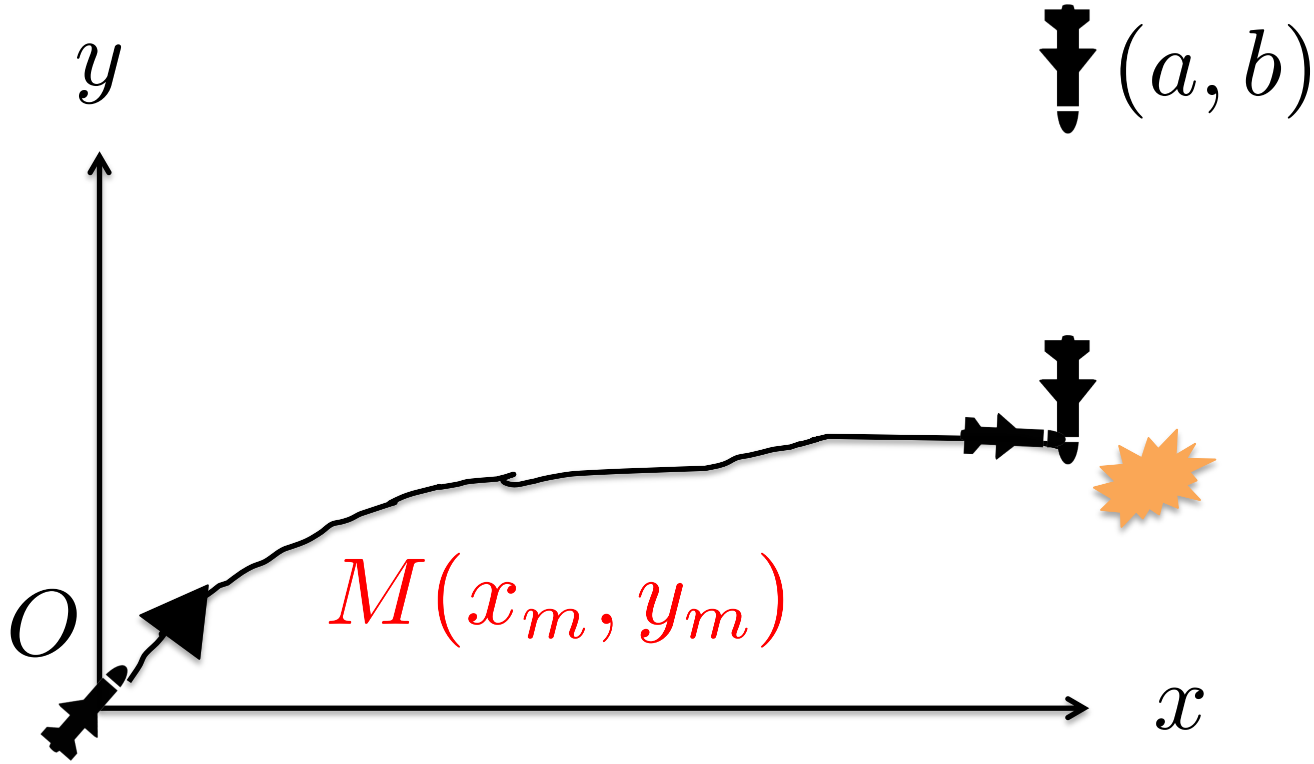
解は次のようになる。

$$x = \frac{1}{2}\left\{\frac{(b-y)^{c+1}}{(c+1)fb^c} - \frac{fb^c(b-y)^{1-c}}{1-c}\right\} + K_1,$$

$$K_1 = \frac{b(f^2+1)c + f^2 - 1}{2f(1-c^2)},$$

$$f = \frac{a}{b} + \left(1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

例：ミサイルハンティング



モデル化された微分方程式

$$\frac{d^2x}{dy^2}(b - \frac{1}{2}gt^2 - y) = \frac{g}{v_m}t\left(1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$v_m^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$$

$$x(0) = y(0) = 0$$

結果

- 飛行が傾きを持った直線の場合でも、座標回転の関係式から微分方程式を求めることができる。

- 飛行機の傾き0の微分方程式と比較すると、時間変数が登場していて、より難しい方程式になるため解析的に解けるものは少なくなる。

今後に向けて

- ハンティングの例で時間変数が出てきたので時間変数が出ないような例を探し、解の曲線を解析的または数値的に表したいと思います。