

テキスト：今泉他著『ミクロ経済学 基礎と演習』
第2章の補足事項

1. 消費者行動

消費者行動は、基本的に、選好と予算制約によってきまる。

消費者は、予算内で消費できる財の組み合わせの中から、効用が最大になるように消費量を決定する。

2. 最適化行動

消費者の最適化行動は

予算が所与という制約の下での効用の最大化、

ないし

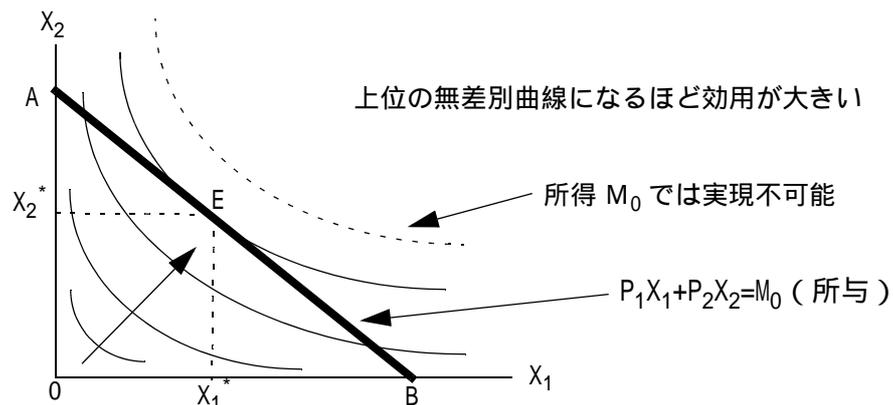
一定の効用を得るとい制約の下での支出の最小化
で表現される。

(1) 予算が所与という制約の下での効用の最大化

問題 1

効用 $u(X_1, X_2)$ を制約条件 (予算制約) $p_1X_1 + p_2X_2 = M_0$ の下で最大にせよ。

ただし、価格 p_1 、 p_2 、所得 M_0 は所与とする。



均衡 E では、無差別曲線と予算線が接している。

つまり、無差別曲線の傾き = 予算線の傾き
(限界代替率) (価格比)

例題 1

$$\max u = x_1^{1/2}x_2^{1/2}$$

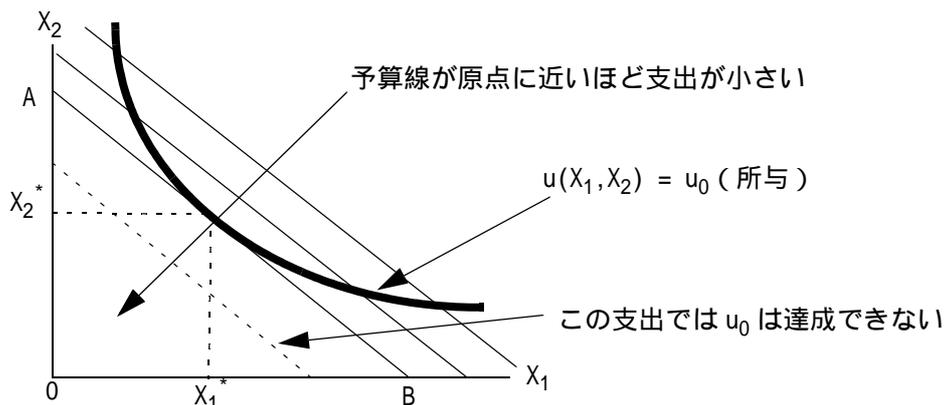
$$\text{subject to } 60X_1 + 15X_2 = 480$$

(2) 一定の効用をえるという制約の下での支出の最小化

問題 2

支出 $e = p_1X_1 + p_2X_2$ を制約条件 (効用一定) $u(X_1, X_2) = u_0$ の下で最小にせよ。

ただし、価格 p_1 、 p_2 、効用 u_0 は所与とする。



例題 2

$$\begin{aligned} \min \quad & e = 60X_1 + 15X_2 \\ \text{subject to} \quad & x_1^{1/2}x_2^{1/2} = 8 \end{aligned}$$

(3) まとめ

問題 1 : 価格と所得が与えられれば、最適消費量が決定され、効用が決まる。

* 問題 1 を解き、最適な X_1 、 X_2 を求めなさい。(マーシャルの需要関数)

* 最適な最適な X_1 、 X_2 を効用関数に代入し、効用を価格と所得の関数として表しなさい。
(効用関数は、価格と所得の関数であるので、間接効用関数と呼ばれる。)

* 例題 1 を解き、最適な X_1 、 X_2 およびその時の効用を求めなさい。

問題 2 : 価格と効用が与えられれば、最適消費量が決定され、支出が決まる。

* 問題 2 を解き、最適な X_1 、 X_2 を求めなさい。

(ヒックスの需要関数、あるいは補償需要関数)

* 最適な最適な X_1 、 X_2 を支出の式代入し、支出を、価格と所得の関数として表しなさい。
(支出関数と呼ばれる。)

* 例題 2 を解き、最適な X_1 、 X_2 およびその時の支出を求めなさい。

例題 1 と例題 2 において、最適な X_1 、 X_2 が一致していることを確認しなさい。

例題 2 では、例題 1 を解いて得られた効用の値をそのまま支出最小化問題の設定に用いている。価格も同一である。したがって、2つの例題の解である X_1 、 X_2 は一致し、効用も支出も2つの問題で同一であるはずである。

(問題 1 と問題 2 の解答を下に付けているのでそれをヒントに各自で証明してみなさい。)

3 . 価格と所得の変化

財に対する需要は、上でみたように、価格と所得によって決定される。
価格と所得が変化すれば、需要も変化する。ケースは以下の4つ。

全ての価格と所得が同時に変化する場合

需要関数は価格と所得に関してゼロ次同次である。証明せよ。

つまり、全ての価格と所得が、例えば同時に2倍になると、需要は変化しない。

所得のみが変化する場合

所得 - 消費曲線、エンゲル曲線、需要の所得弾力性、必需品、奢侈品、正常財(上級財)
需要の所得弾力性をその財の支出シェアで加重した加重平均は1である。証明せよ。

ある財自身の価格のみが変化する場合
 所得効果と代替効果、スルツキー方程式、価格 - 消費曲線、需要の価格弾力性
 (価格が上昇する場合の) 代替効果は負である。証明せよ。
 つまり、ある財の価格が上昇したとき、効用を一定に保つように所得が補償されるならば、その財の需要は減少する。

他の財の価格が変化した場合
 代替材、補完財：粗 (gross) 代替財 (補完財)、ヒックス = アレンの代替材 (補完財)
 交差代替効果は対照的である。証明せよ。

(参考)

スルツキー方程式
$$\frac{\partial X_j}{\partial p_i} = \frac{\partial X_j}{\partial p_i} \Big|_{u_0} - X_i \frac{\partial X_j}{\partial M}$$

全効果 = 代替効果 + 所得効果

$$\Delta X_j \approx \frac{\partial X_j}{\partial p_i} \Delta p_i = \frac{\partial X_j}{\partial p_i} \Big|_{u_0} \Delta p_i - \frac{\partial X_j}{\partial M} X_i \Delta p_i$$

問題 1 の解答

$$X_1 = M_0 / 2P_1, X_2 = M_0 / 2P_2, u = M_0 / (2P_1^{1/2} P_2^{1/2})$$

問題 1 の解答

$$X_1 = u_0 (P_2 / P_1)^{1/2}, X_2 = u_0 (P_1 / P_2)^{1/2}, e = 2u_0 P_1^{1/2} P_2^{1/2}$$

例題 1 の解答

$$X_1 = 4, X_2 = 16, u = 8$$

例題 2 の解答

$$X_1 = 4, X_2 = 16, e = 480$$

4 . 補償変分と等価変分

補償変分 (CV : compensating variation) 補整的变化
 等価変分 (EV : equivalent variation) 等価的变化

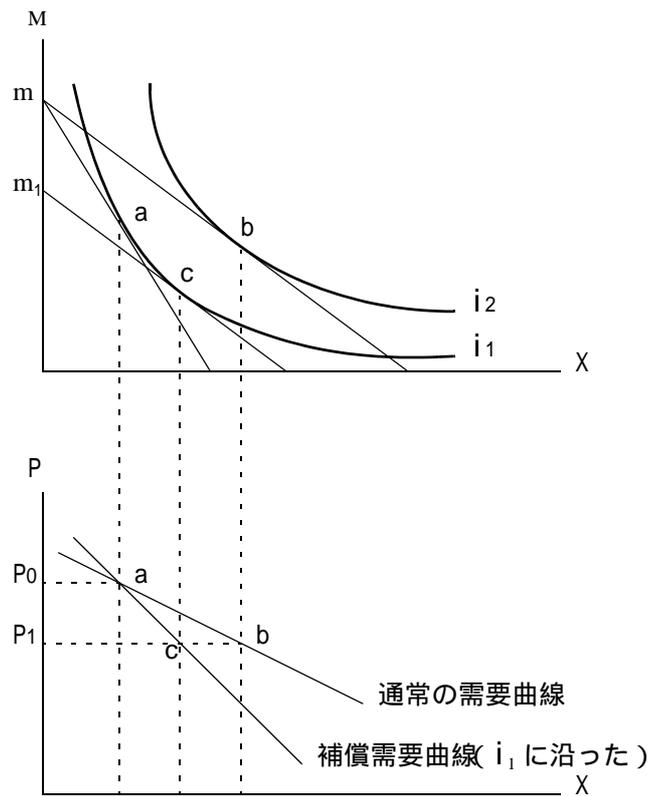
(1) 定義

A) 補償変分

「経済的な変化の後、ある個人の効用水準を変化前と同一に保つために、厚生が増加する場合に彼が支払う用意がある金額、厚生が減少する場合に彼が補償されるべき金額、である。」

変化前の状態を基準とする。

カルドア基準と同様、当初の効用水準との関係で定義されており、効用変化の尺度として、経済学で標準的に使われる尺度である。



財 Y をニューメラルとする。

今、財 X の価格が P_0 から P_1 下落したと想定する。

補償変分は財 Y で測って $(m - m_1)$

補償変分

$$CV = (m - m_1) = P_0acP_1$$

B) 等価変分

「経済的な変化が生じたとして、それが生じなかった場合にもある個人の効用水準を同一に保つために、厚生が増加した場合に彼が補償されるべき金額、厚生が減少した場合にその変化を回避するのに彼が支払う用意がある金額、である。」

変化後の状態を基準とする。

X の価格が P_1 から P_2 に下落したとき、効用は i_1 の水準から i_2 の水準に増加する。

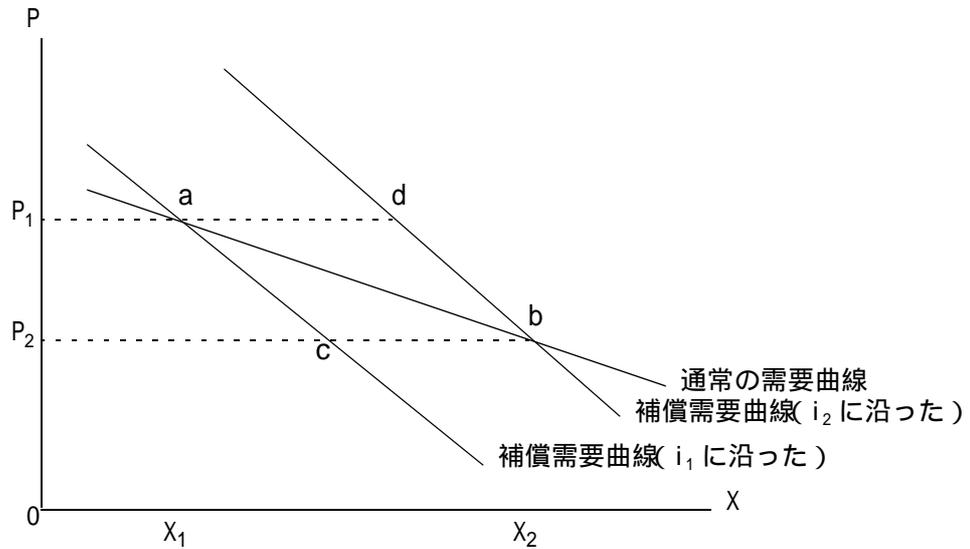
等価変分は、変化後の効用水準 i_2 を基準として、変化がないものとする、 i_1 に効用水準を維持するとしたらどれだけ補償されるべきかを表す。

等価変分は、価格下落のケースでは、 i_2 に添った補償需要曲線を導出し、

その場合の CV から EV を計算できる。 $EV = (-CV)$

$$EV = P_1dbP_2$$

(2) 厚生変化の3つの尺度の比較



消費者余剰の変化 : $CS = P_1abP_2 = \quad +$
 補償変分 : $CV = P_1acP_2 = \quad +$
 等価変分 : $EV = P_1dbP_2 = \quad + \quad +$
 所得効果がゼロならば、 $CV = CS = EV$

5. 数量指数と物価指数

ラスパイレス (Laspeyres) の数量指数と物価指数
 パーシェ (paasche) の数量指数と物価指数

(1) ラスパイレスの数量指数と物価指数

$$\text{数量指数 } Q_L = \frac{p_1^0 x_1^t + p_2^0 x_2^t}{p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0}$$

$$\text{物価指数 } P_L = \frac{p_1^t x_1^0 + p_2^t x_2^0}{p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0}$$

(2) パーシェの数量指数と物価指数

$$\text{数量指数 } Q_P = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^0 + p_2^t x_2^0}$$

$$\text{物価指数 } P_P = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^0 x_1^t + p_2^0 x_2^t}$$

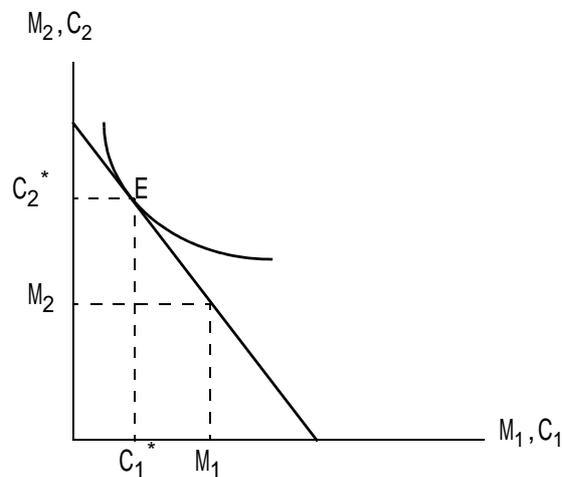
(3) ラスパイレス物価指数とパーシェ物価指数の比較

ラスパイレス物価指数は当初の生活水準の費用を過大評価する。
パーシェ物価指数は当初の生活水準の費用を過小評価する。
真の生計費指数は2つの指数の中間にある。

6. 貯蓄と借入れの決定

資本市場が完全な場合、消費者は、1つの市場利子率で、資金を制約なしに貸借できる。
したがって、消費者は、予算制約の下で、効用が最大になるように第1期と第2期の消費を選択すればよい。

消費者の資金貸借の機会



効用関数

$$u = u(C_1, C_2)$$

予算制約（消費可能性曲線）は、現在価値では、

$$C_1 + C_2/(1+r) = M_1 + M_2/(1+r)$$

M_1 : 第1期の所得、 M_2 : 第2期の所得

C_1 : 第1期の消費、 C_2 : 第2期の消費、 r : 市場利子率

M_1 、 M_2 、 r は所与とする。

$$\text{第1期の貯蓄} = M_1 - C_1$$

$$\text{貯蓄の第2期の元利合計} = (M_1 - C_1)(1+r)$$

$$\text{第2期の消費可能額 } C_2 = M_2 + (M_1 - C_1)(1+r)$$

問題

利子率低下の所得効果と代替効果を説明しなさい。

所得が増加すると貯蓄は増加するか減少するか。

遺産がない（遺産を受け取らない、残さない）ケースを想定し、個人のライフサイクルにおける所得と消費および貯蓄のパターンを示しなさい。