

2008 解析学 再試験問題

08/11/08

[注] 解答には考察の過程も書くこと。結果のみの場合は無得点とする。

[1] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ のみを使って, $\lim_{x \rightarrow 3-0} (2x - 5)^{\frac{9-4x}{x-3}}$ を求めよ。

[2] 関数 $f(x, y) = x^2 - 2xy$ が, 点 $(1, -1)$ で全微分可能であることを, 全微分可能性の 定義に従って 証明せよ。

[3] $f(x, y) = \sin^{-1}(x - 2y)$ の点 $(\frac{1}{2}, 0)$ におけるテイラー展開を 2 次の項まで求めよ。

[4] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4 + \tan^2 x}$ を求めよ。

[5] $\iint_{\mathbb{R}^2} \frac{dxdy}{(x^2 + 3y^2 + 2)^{\frac{3}{2}}}$ を求めよ。

[6] 微分方程式 $\frac{dy}{dx} = \frac{3x - 3y + 1}{x - y - 1}$ を解け。[注 : 解 $y = y(x)$ を x の式で表す必要はない。 y と x が満たす関係式を求めればよい。]