

自然現象のモデル化とその解析

Modeling and Analysis in Natural Science

教養教育科目	自然情報科学	1, 2 年・後期	選択 1 単位
--------	--------	-----------	---------

担当教官名	研究室名（場所）	内線	E-mail	オフィスアワー
南部 徳盛 笹野 一洋 宮下 哲	数学（共同研究棟 5 階） 数学（共同研究棟 5 階） 物理（共同研究棟 5 階）	7450 2740 7456	toku ksasano satoru3	火, 金午後 4 時～5 時 水 午後 5 時～7 時 随時
キーワード	線形常微分方程式, 解の存在定理と一意性, 偏微分方程式, Fourier 解析, Fourier 級数, Fourier 変換, スペクトル, 変分法, 拡散方程式, 波動方程式			
一般学習目標 (授業の位置付け)	身の回りの自然現象を理解するにはどうしたらよいだろうか？まず, 現象を良く観察・測定することは勿論である。つぎに, 得られた情報をもとに現象をモデル化する必要がある。ここで物理学的, 化学的, 生物学的洞察が必要になる。定量的に定式化されたモデルは数学による取り扱いが可能になる。数学的モデルによって現象の解析が可能になり, モデルが実際の系を良く記述できるかでモデルが評価できる。現象をうまく表すモデルを解析することで現象理解をより深めることができ, 応用が開ける。この繰り返しのにより自然科学が発展してきた。 この授業では微分方程式を縦糸として自然現象をどのようにしてモデル化するのか, またその解析方法について学ぶ。			
達成目標	簡単な現象について関数関係を考え, 数学モデルが作れる。 数学モデルと微分方程式の関係を説明できる。 簡単な線形常微分方程式が解ける。 Fourier 級数, Fourier 変換が計算できる。 Fourier 解析とスペクトルの関係が説明できる。 簡単な偏微分方程式の解き方を説明できる。 初期条件, 境界条件により微分方程式の解の振る舞いが変わることを説明できる。 変分法について説明できる。			
授業の形式	板書およびプロジェクターを使った講義形式で行う。			
成績評価の方法	期末試験を予定しているが, 詳しくは初回の講義で説明する。			
教科書／参考書	下記の本を一応あげておくが, 正式には初回の授業で指示する。 デヴィッド・バージェス, モラグ・ボリー著 垣田高夫, 大町比作栄訳 「微分方程式で数学モデルを作ろう」 日本評論社			
メッセージ	数式嫌悪の人を良く見かける。しかし, 自然科学を志す以上, 現象の定量的な関係を理解する能力は不可欠である。数式は言葉である。重要なのは数式が「何を意味しているのか」を理解することである。この授業を通じてこの能力を身につけてほしい。また, 自然科学での数学の重要性も認識して欲しい。 手元にパーソナルコンピュータがあれば, 数学モデルの解析が簡単でおもしろいものとなる。興味のある人は講師に相談して欲しい。時間があれば授業中に説明する。			
備考	授業計画はあくまで計画であり, 受講者の理解程度により変更する。			

授業計画

回 (日時)	主題と位置付け (担当)	学習方法と内容	備考
1 (10/8)	微分方程式で表される数学モデル (南部)	人口問題の数学モデルとしての微分方程式を導く．成長現象と減衰現象に対応する微分方程式を導き，その解からモデルの妥当性を調べる．	
2 (10/15)	変数分離型微分方程式 (南部)	変数分離型を導くいくつかの数学モデルを取り上げる．刺激に対する反応，抑制された成長モデル等の微分方程式を導き，それを分析する．	
3 (10/22)	1 階線形微分方程式と 2 階線形微分方程式 (南部)	1 階線形微分方程式と 2 階線形微分方程式を導くいくつかの数学モデルを取り上げる．美術品の贋作問題を考える．定数係数の線形 2 階微分方程式の解の性質を調べる．	
4 (10/29)	微分方程式の解の存在定理と一意性 (南部)	1 階の微分方程式の解の存在定理と解の一意性に関する定理を取り上げる．定理の証明の概要と定理の意味を説明する．	
5 (11/5)	偏微分方程式入門 (南部)	よく知られた偏微分方程式の例を取り上げる．	
6 (11/12)	Fourier 解析 (Fourier 級数) (笹野)	任意の滑らかな周期関数が Fourier 級数で表すことができること (Fourier の定理) を説明する．	
7 (11/19)	Fourier 解析 (Fourier 級数) (笹野)	Fourier 級数の性質について説明する．	
8 (11/26)	Fourier 解析 (Fourier 積分) (笹野)	三角関数の複素数表示を説明したあと，Fourier 級数を周期のない関数に拡大する (Fourier 積分・Fourier 変換) ．	
9 (12/3)	Fourier 解析 (Fourier 積分) (笹野)	Fourier 変換の性質について説明する．	
10 (12/10)	Fourier 解析 (Laplace 変換) (笹野)	Fourier 変換と同様によく使用される Laplace 変換について，その定義と性質を説明する．	
11 (12/17)	偏微分方程式 (拡散方程式) (宮下)	熱伝導について考える．連続の方程式, Fick の法則を説明した後，偏微分方程式の 1 つである拡散方程式を導く．この形の方程式が物質の拡散も記述できることを説明する．	
12 (1/14)	偏微分方程式 (拡散方程式) (宮下)	簡単な系について拡散方程式を解く方法を説明する．その解により温度分布が時間とともにどのように変わっていくかを調べる．拡散定数の意味について考える．	
13 (1/21)	偏微分方程式 (波動方程式) (宮下)	弦の振動をモデルとし，質点の運動方程式から波動方程式を導く．波動方程式の解の性質を説明した後，初期条件と境界条件を使って解を求める．Fourier 解析の知識を使ってスペクトルについて説明する．	
14 (1/28)	変分法とはなにか (宮下)	自然は無駄をきらう」という「信念」のもとに，美しい自然法則が導かれる．フェルマーの原理を例に変分法について説明し，Euler-Lagrange の方程式を求める	
15 (2/4)	変分法の応用 (宮下)	Euler-Lagrange の方程式を使って最速降下曲線，最小回転面の問題を紹介する．最後に Lagrange の運動方程式について説明し，解析力学の入門とする．	