授業の難易度

難	・	適	・	易
２	６	４０	７	２

プロジェクタを使った授業に関しては、見やすい、わかりやすいといった肯定的な意見が多かった。

Q:静電気でバチッときて痛いのは電子が入ってくるときですか？逆に電子が逃げていくときは痛くないのですか？

A:いきなり、難しい質問です。どっちも痛いのは確かです。バンデグラフの電極は負に帯電しています。動作中のバンデグラフの電極に指を近づけていくと、電子が入ってくる向きの放電が起こります。昨日髪の毛を逆立てる実験のように、手をバンデグラフの電極に置いたまま、動作させると人間は負に帯電します。その人の指に別の人や物を近づけると、電子が逃げていく向きの放電が起こります。どちらも痛いのは経験済です。

実験してみましょう。希望者は？

場（ば）

空間の各点に「物理量」が指定されている空間をその物理量の場という。

スカラー **場**：その物理量がスカラー（大きさのみの物理量）

例：物体の各点では温度が定義できる→温度の場　$T(\boldsymbol{r})$
例：大気圏の各点では圧力が定義できる → 圧力の場　$P(\boldsymbol{r})$

ベクトル **場**：その物理量がベクトル（大きさと向きがある物理量）

例：大気圏の各点では風速が定義できる → 風速の場　$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$

風は東西南北だけでなく上下にも吹きます
（上昇気流、下降気流）

16.3 電場（ベクトル場） p198

q_1 q_2

電気力の作用の3つの過程
（第1の電荷 q_1 が第2の電荷 q_2 に作用を及ぼす場合）

① 第1の電荷がその周囲に電場とよばれる電気的性質をもつ状態を作る。

② 電場の変化は空間を光の速さで第2の電荷のところに伝わる。
例：q_1 を動かした場合、その影響がq_2 に及ぶのに時間がかかる。

③ 第2の電荷のところの電場が第2の電荷に電気力を作用する。

物理学では、電荷と電荷が直接に作用（遠隔作用）するのではなく、
電荷が存在する場所の電場と電荷が作用（近接作用）すると考える。

電荷が静止している状態では、電場の変化がないので、
クーロンの法則にしたがう電気力で直接に作用すると考えても同じ結果
よって①と③だけで考えてよい。

ようするに、電荷は周囲に電場を作り、電荷はその場所の電場によって作用（力）を受ける。

静電場 $\boldsymbol{E(r)}$

点 $\boldsymbol{r}$ の電場 $\boldsymbol{E(r)}$ は、点 $\boldsymbol{r}$ に電荷 q を持ち込んだとき、
電荷 q に作用する電気力 $\boldsymbol{F}$ で定義できる。

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E(r)}$$

$$\boldsymbol{E(r)} = \frac{\boldsymbol{F}}{q} \qquad [\mathrm{N/C}]$$

工学では電界とよぶ

単位電荷（+1 C）あたりに作用する電気力の強さがその地点の電場である。

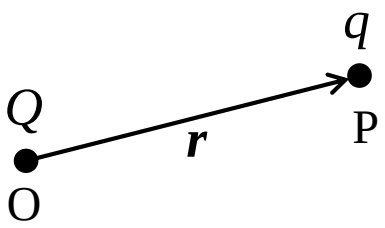
単位もそのようになっている

静止した電荷の作る電場を **静電場** という。

（向きと大きさのあるベクトル場）

例：原点Oにある電荷 Q が位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の点Pに作る電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ ④

点Pにある電荷 q に作用する電気力を $\boldsymbol{F}$ とすると



$$\boldsymbol{F} = \underbrace{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}}_{\boldsymbol{E}} = q\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

電場の大きさ：$\dfrac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

[問題]上の図のように原点Oに電荷 Q があり、位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の点Pに電荷 q がある。電荷 q に作用する電気力は $\boldsymbol{F}$ とする。以下の文の正しい方に○をつけよ。

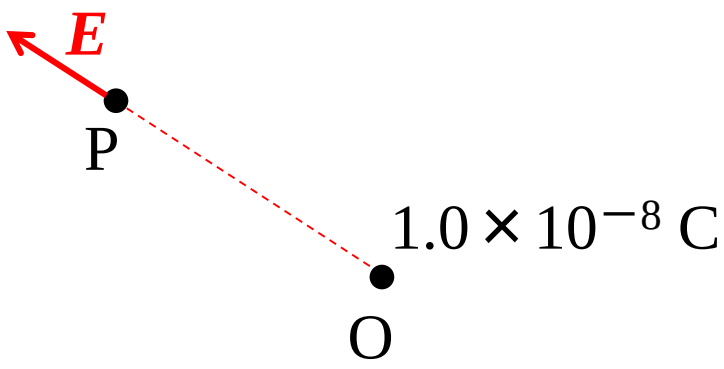
（1）$Q > 0$（正電荷）のとき、
電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ の向きと位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の向きは（ 同じ　逆 ）である。

（2）$Q < 0$（負電荷）のとき、
電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ の向きと位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の向きは（ 同じ　逆 ）である。

（3）$q > 0$（正電荷）のとき、電気力 $\boldsymbol{F}$ と電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ の向きは（ 同じ　逆 ）である。

（4）$q < 0$（負電荷）のとき、電気力 $\boldsymbol{F}$ と 電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ の向きは（ 同じ　逆 ）である。

p199例3　点 O にある1.0×10^{-8} C の正電荷から 1.0 cm 離れた点P の電場の強さを求め、その向きを図示せよ。

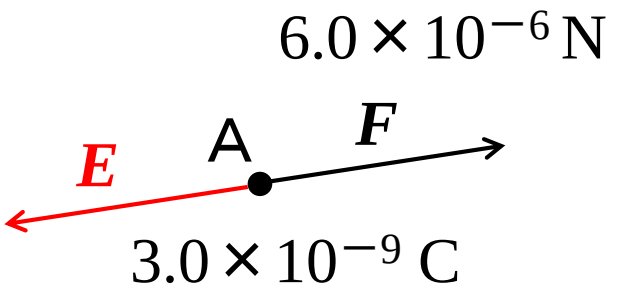


$$E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 9.0\times10^9 \times \frac{1.0\times10^{-8}}{(0.010)^2} = 9.0\times10^5$$

9.0×10^5 N/C

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

問題：点A に $-3.0\times10^{-9}\,\mathrm{C}$ の点電荷（負電荷）を置いたところ，下の図の向きに大きさが $6.0\times10^{-6}\,\mathrm{N}$ の力 $\boldsymbol{F}$ を受けた。この点の電場の強さはいくらか？また、電場の向きを図示せよ。



$$E=\frac{F}{q}=\frac{6.0\times10^{-6}}{3.0\times10^{-9}}=2.0\times10^{3}$$

$2.0\times10^{3}\ \mathrm{N/C}$

$\boldsymbol{E}=\dfrac{\boldsymbol{F}}{q}$ で q が負なので、$\boldsymbol{F}$ の逆向き

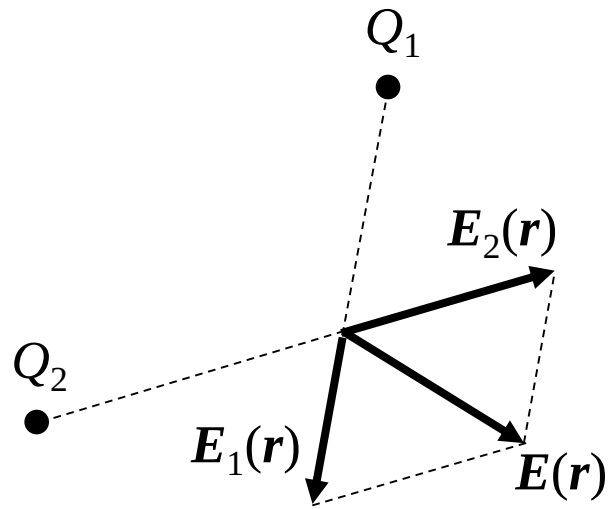
2つ以上の電荷による電場

点電荷 Q_1 だけがあるときに点電荷 Q_1 の作る電場を $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r})$、
点電荷 Q_2 だけがあるときに点電荷 Q_2 の作る電場を $\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r})$ とすると、
2つの点電荷 Q_1 と Q_2 があるときの電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ は

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r})$$

（電場の **重ね合わせ** の原理）

$Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$ の場合

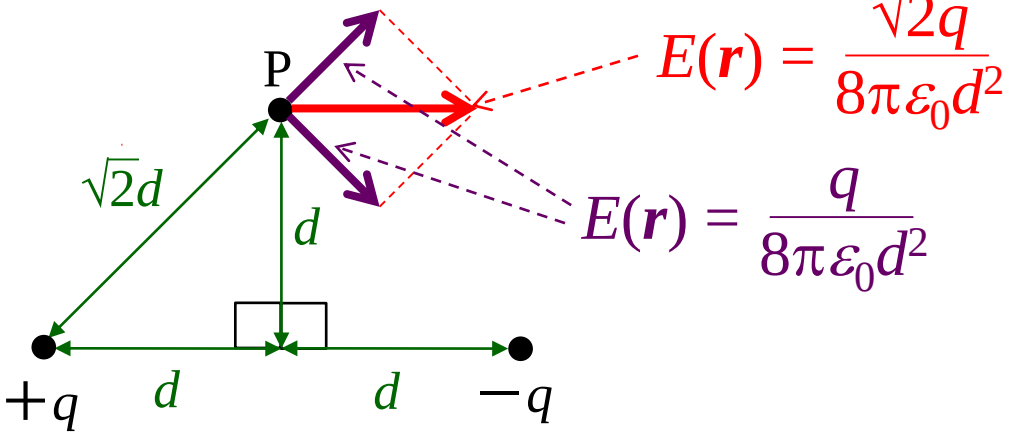


電気力 $\boldsymbol{F}$ が重ね合わせの原理に従うなら
電場 $\boldsymbol{E}$ も重ね合わせの原理に従う。

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$$

問題：下の図の点Pの電場の強さを求めよ。またその電場の向きを図中に矢印で示せ。

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$



$E(\boldsymbol{r}) = \dfrac{\sqrt{2}q}{8\pi\varepsilon_0 d^2}$

$E(\boldsymbol{r}) = \dfrac{q}{8\pi\varepsilon_0 d^2}$

$r^2 = 2d^2$

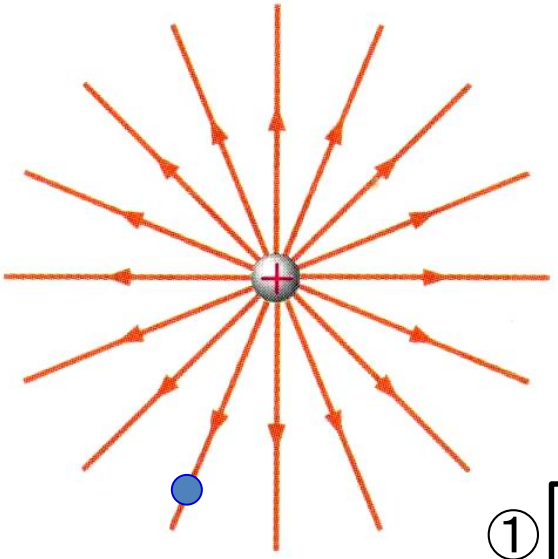
($q > 0$)

答（電場の強さ）：$\dfrac{\sqrt{2}q}{8\pi\varepsilon_0 d^2}$

電気力線

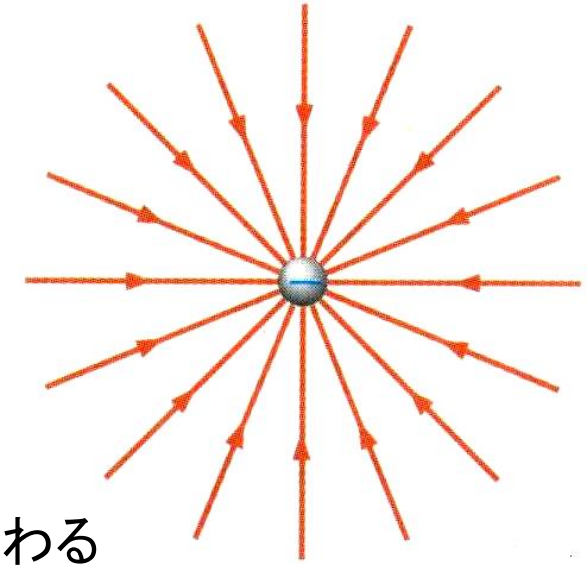
電場の様子を視覚的に表現する向きのある線

教科書 p200



電場の向き：電気力線の **向き**

電場の強さ：電気力線の **密度**



電気力線の性質

① **正** 電荷から出て **負** 電荷で終わる

② 枝分かれしない

③ 交わらない

ここに正の
電荷を置くと・・・
$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

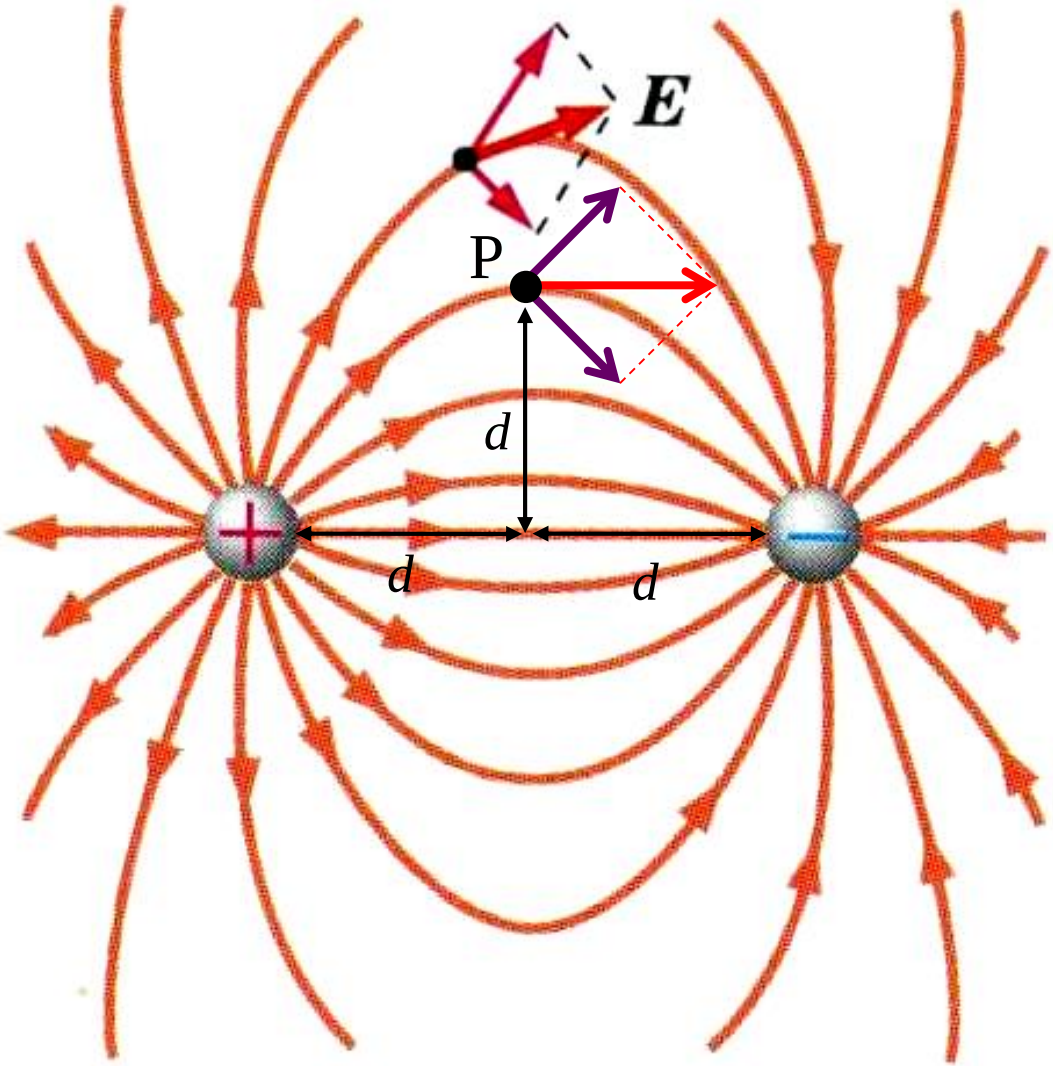
紙面（スクリーン）は2次元なので2次元的に描かれているが、
点電荷から出てくる（へ入る）電気力線は実際は3次元的である。

イメージ
ウニの針

紙面（2次元）では、電気力線の密度は電荷からの距離 r に反比例するように見える
実際（3次元）では、電気力線の密度は電荷からの距離 r の2乗に反比例する。

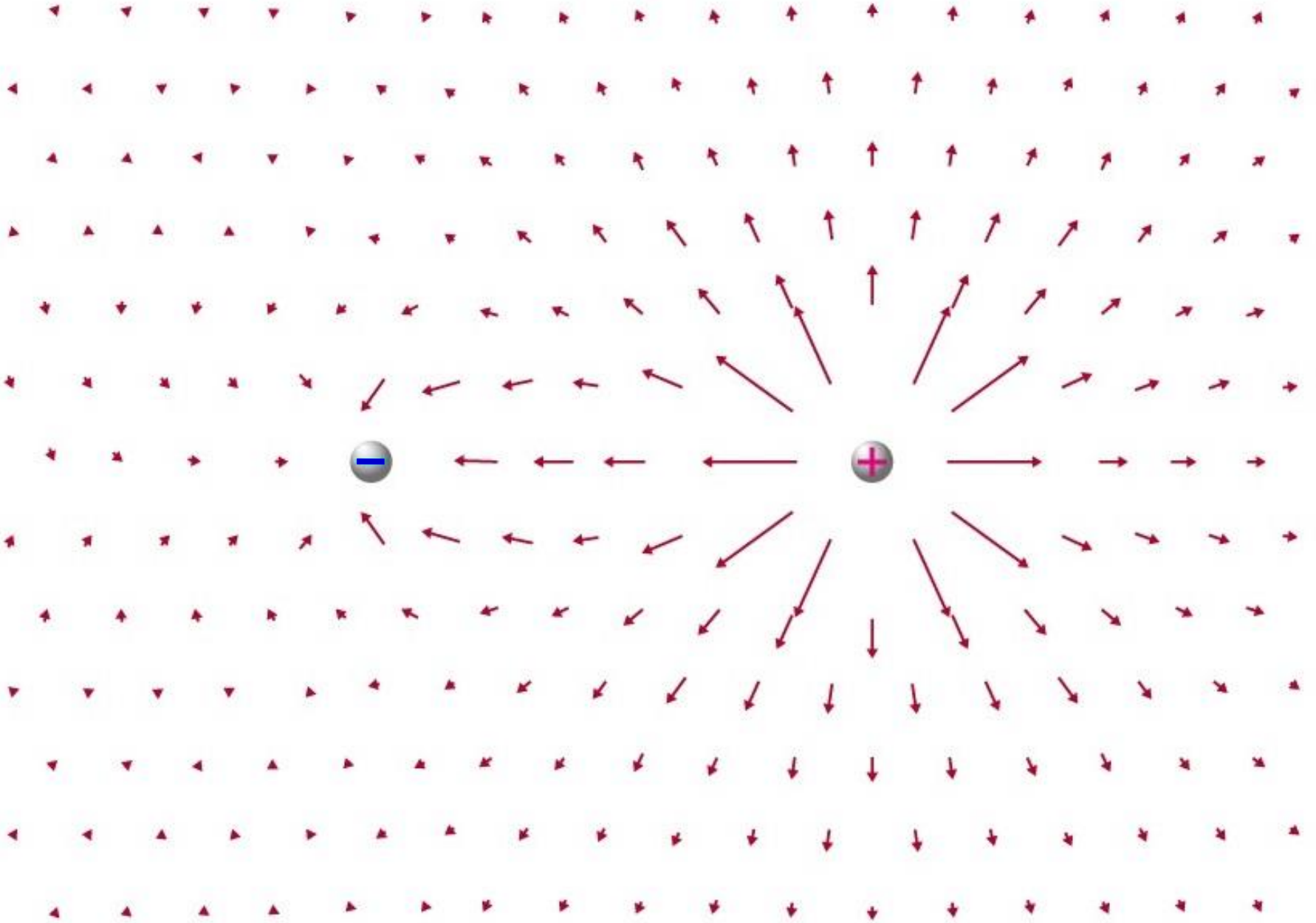
電気力線の例　先ほどの問題 ⑧参照

（同じ大きさの正負の電荷がある場合）



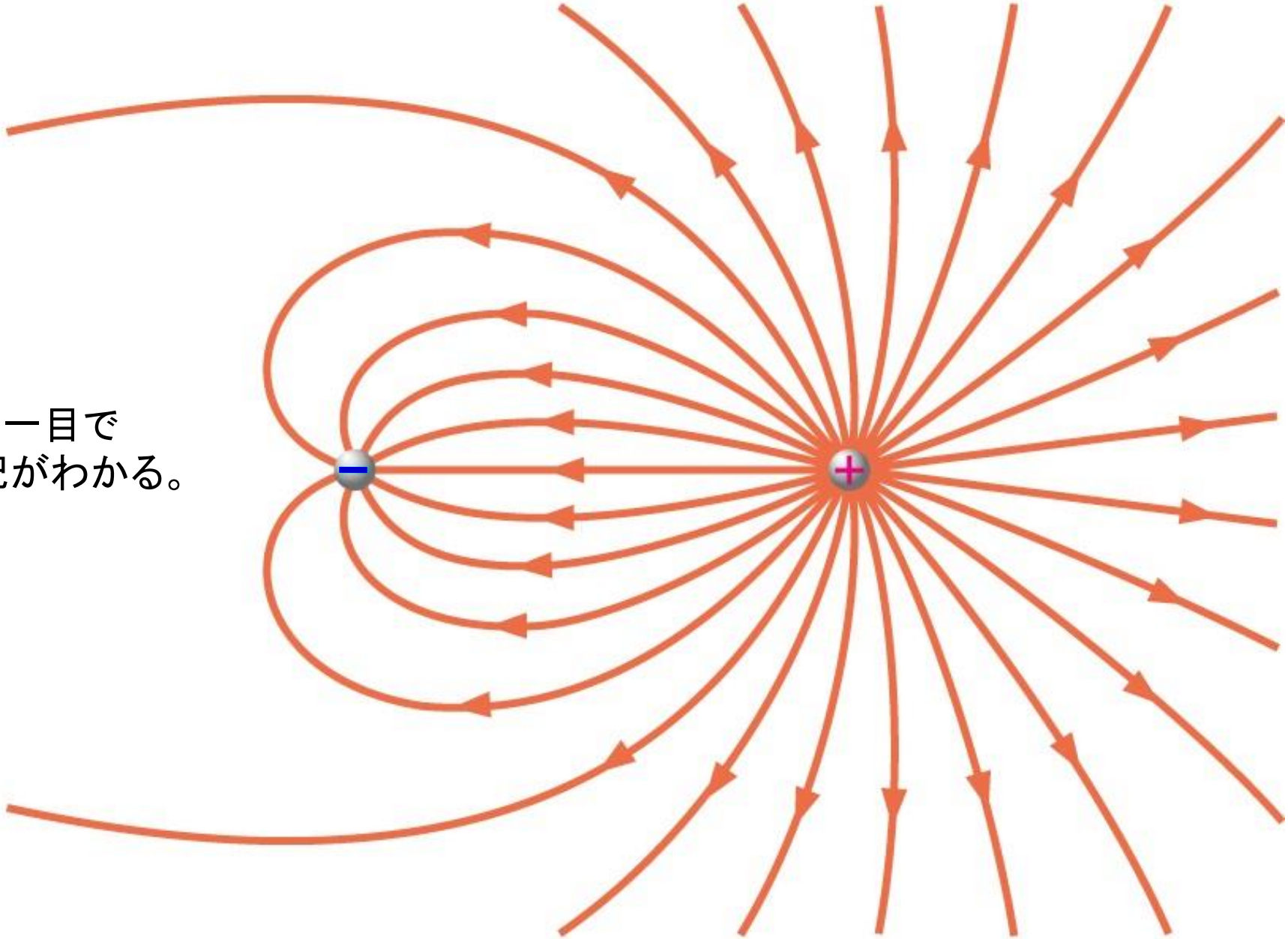
+3 C と −1 C がつくる電場（図16.12）

(a) 電場を矢印で表現　電気力線より正確



+3 C と −1 C がつくる電場（図16.12）

(b) 電場を電気力線で表現　無理やり二次元で書くので不正確



一目で
状況がわかる。

16.4 電場のガウスの法則とその応用 （p201）

電気力線束 ：面を貫く電気力線の数

（電場 E の電気力線の密度は単位面積あたり E 本）

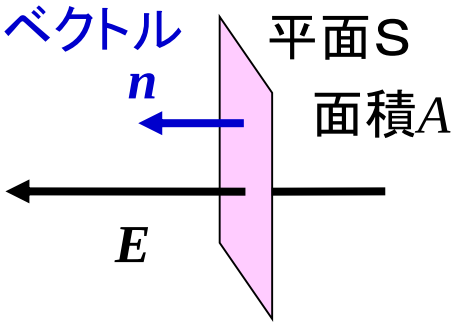
（ $1\ \mathrm{m}^2$ ）

向きも強さも
場所によらず一定
↓
一様な電場 $\boldsymbol{E}$ の中に、電場 $\boldsymbol{E}$ に垂直な面積 A の平面Sがある場合、

平面Sを貫く電気力線束 Φ_E は、 $\Phi_E = EA$

右から左に

Φ : ファイと読む



法線ベクトルの向きに貫く数 ⇒ Φ_E には正負がある

法線ベクトルの向きは、その都度決める。
力学でも、下向きを正とすると・・・

面積 A の平面Sの法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ と電場 $\boldsymbol{E}$ とのなす角が θ の場合

面に垂直で長さが1のベクトル

平面Sを貫く電気力線束 Φ_E は、 $\Phi_E = EA\cos\theta$

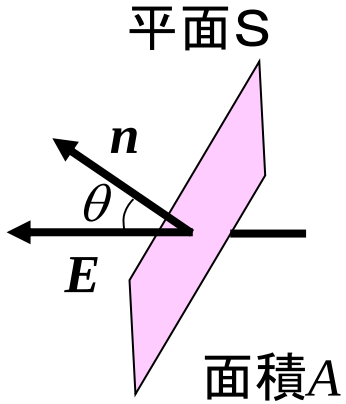
電場 $\boldsymbol{E}$ の法線方向成分は、$E_n = E\cos\theta$ なので

$= \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}$

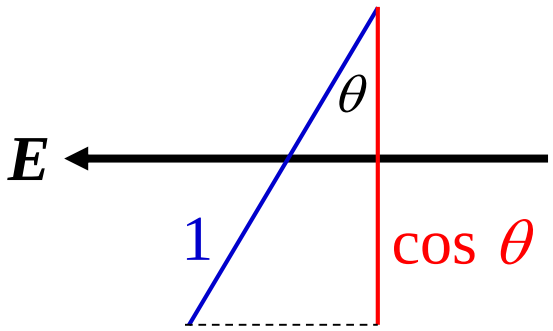
$\Phi_E = E_n A$

スカラー積

（内積）



電場の方向から見た平面Sの実質的な面積が $A\cos\theta$ になると考えてもよい。



一様でない電場中の曲面Sを貫く電気力線束 Φ_E

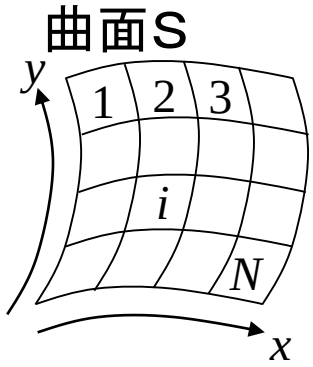
曲面Sを微小な部分に分割すると，曲面→ **平面** ，一様でない電場→ **一様な電場**

分割した i 番目の微小平面 S_i の面積を ΔA_i, 法線ベクトルを $\boldsymbol{n}_i$, 電場を $\boldsymbol{E}_i$ とすると、

微小平面 S_i を貫く電気力線束 $\Delta\Phi_{Ei} = \boldsymbol{E}_i \cdot \boldsymbol{n}_i \Delta A_i = E_i \cos\theta \, \Delta A_i = E_{in} \Delta A_i$

曲面S全体を貫く電気力線束 Φ_E はすべての微小平面の和をとったもの

微小平面の数をNとすると、 $\Phi_E \fallingdotseq \sum_{i=1}^{N} E_{in} \Delta A_i$



$N \to \infty$ の極限をとると、

$$\Phi_E = \lim_{N \to \infty} \sum_{i=1}^{N} E_{in} \Delta A = \underbrace{\iint_S E_n \, dA}_{\text{面積分}}$$

二重積分記号 ↓

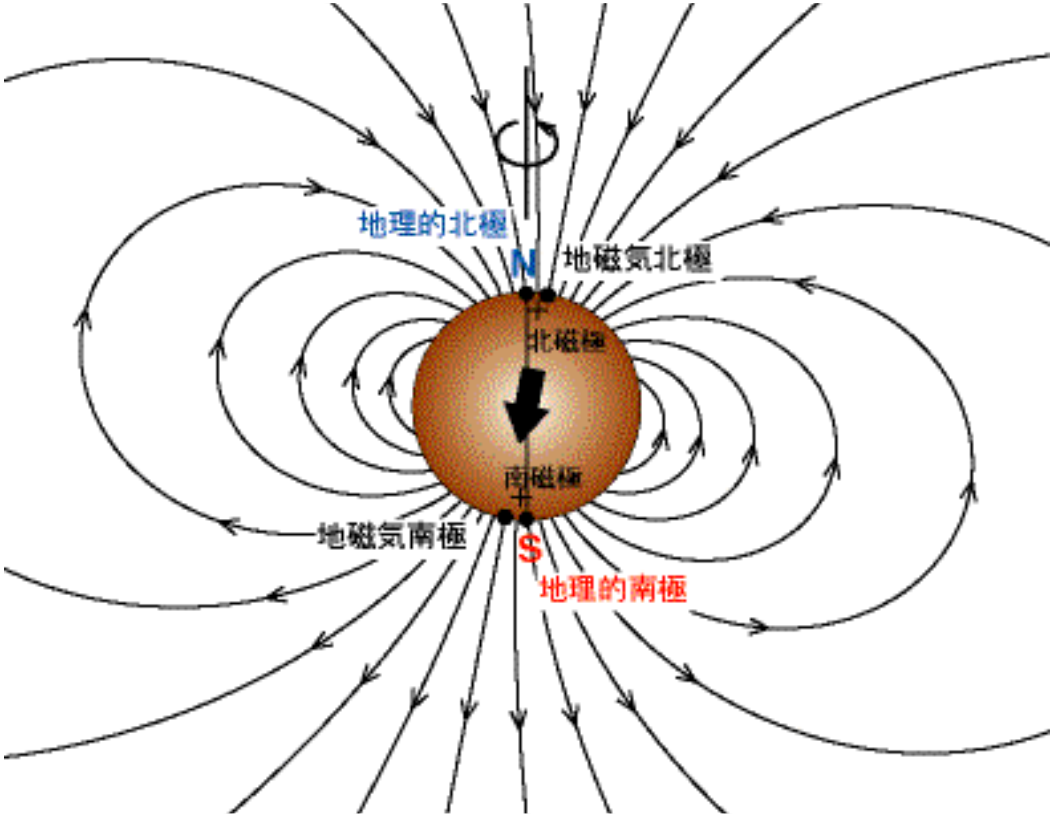
面で和をとるのは、x と y の2軸で和をとるのと同じ: $\iint dx dy = \iint_S dA$

（積分する）（積分する）　積分領域が面S

面Sを貫く電気力線束 Φ_E は、面上の電場 $\boldsymbol{E}$ の法線方向成分 E_n を面S全体にわたって面積分したものに等しい。

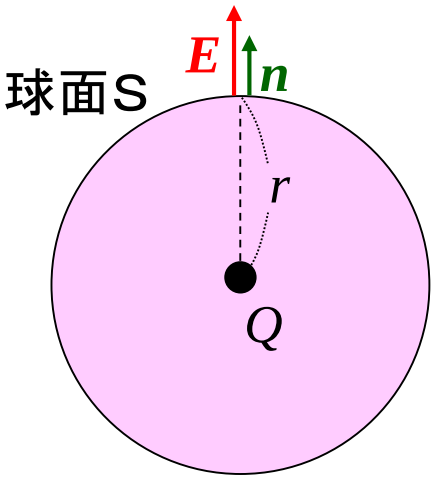
曲面の微小部分の例

地表面は曲面（球面）であるが、富山市という微小部分では平面としてよい。
地球の磁場は一様でないが、富山市という微小部分では一様な磁場としてよい。
（方位磁石は同じ方向を向く）



内側から外側に

点電荷 Q を中心とする球面を貫く電気力線束



半径 r の球面における電場の強さ: $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ （どこも一定）

球面における法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は、どこも電場 $\boldsymbol{E}$ と同じ向き

球面における電場の法線方向成分: $E_{\mathrm{n}} = E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

球面Sを貫く電気力線束: $\Phi_{\mathrm{E}} = \iint_{\mathrm{S}} E_{\mathrm{n}}\,\mathrm{d}A = E_{\mathrm{n}} \underline{\iint_{\mathrm{S}} \mathrm{d}A}$

場所によらず一定なので前に出る

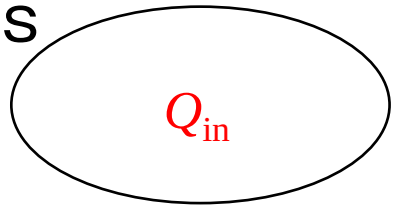
球の表面積 $4\pi r^2$

$$\Phi_{\mathrm{E}} = E_{\mathrm{n}} \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ （半径 r によらない）

（この場合）電荷 Q からは $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本の電気力線が出ている。

（電場 E の電気力線の密度は単位面積あたり E 本）

電場のガウスの法則



閉曲面Sの内部から外へ出てくる正味の電気力線束$= \iint_S E_n \, dA$ $\longrightarrow$ $\Phi_E = \dfrac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$ ← Q_{in} 閉曲面Sの内部の全電気量

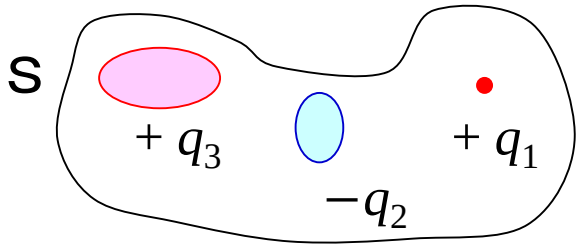
電場のガウスの法則は、電磁気学の基本法則である **マクスウェル** **方程式** の一つ（全部で4つある）

k でなく ε_0 を用いた方が簡単に記述できる

出発点であるので証明する必要はない。（実験によって正しいと証明されている。）

（参考）力学において、物体の運動はすべて基本法則である運動の法則 $ma = F$ から導けた。運動の法則は出発点であるので証明していない。（実験によって正しいと証明されている。）

ガウスの法則は、電荷分布がどんなに複雑でも、閉曲面がどんな形でも成り立つ。



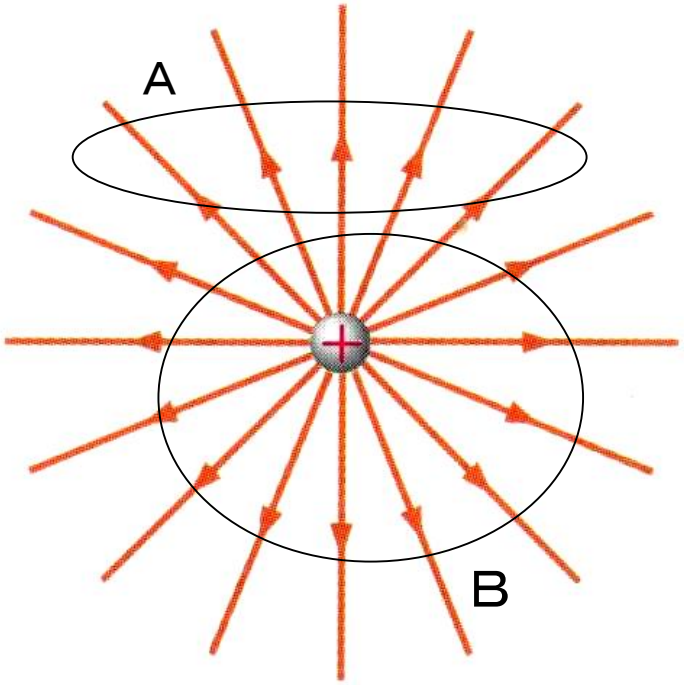
$\Phi_E = \dfrac{q_1 - q_2 + q_3}{\varepsilon_0}$

前のスライドもその一例

ガウスの法則の確認

ガウスの法則をイメージするために・・・

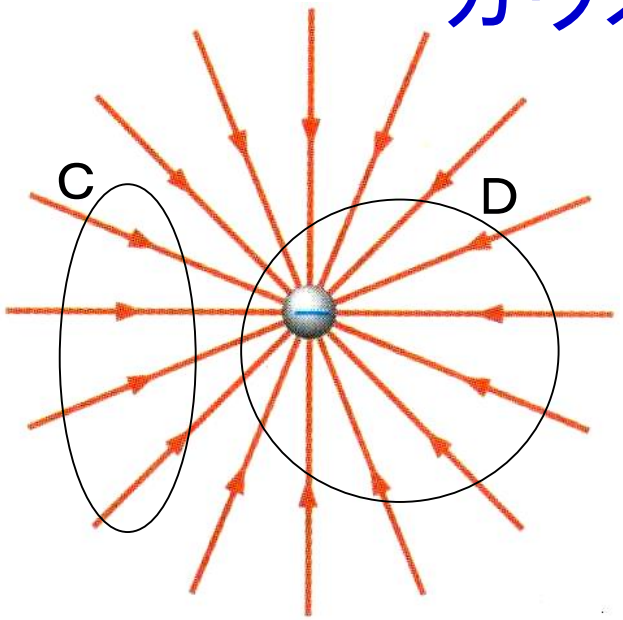
問題：AからFの閉曲線の内部から外へ出てくる正味の電気力線の数を表に書け。
（外へ出る数を +1 、中へ入る数は −1 とせよ。）
また、内部にある電荷の総量も書け。電荷は、⊕を$+16\varepsilon_0$ 、⊖を$-16\varepsilon_0$とせよ。
（絶対値が$16\varepsilon_0$ の電荷からは、16本の電気力線の出入りがある。）



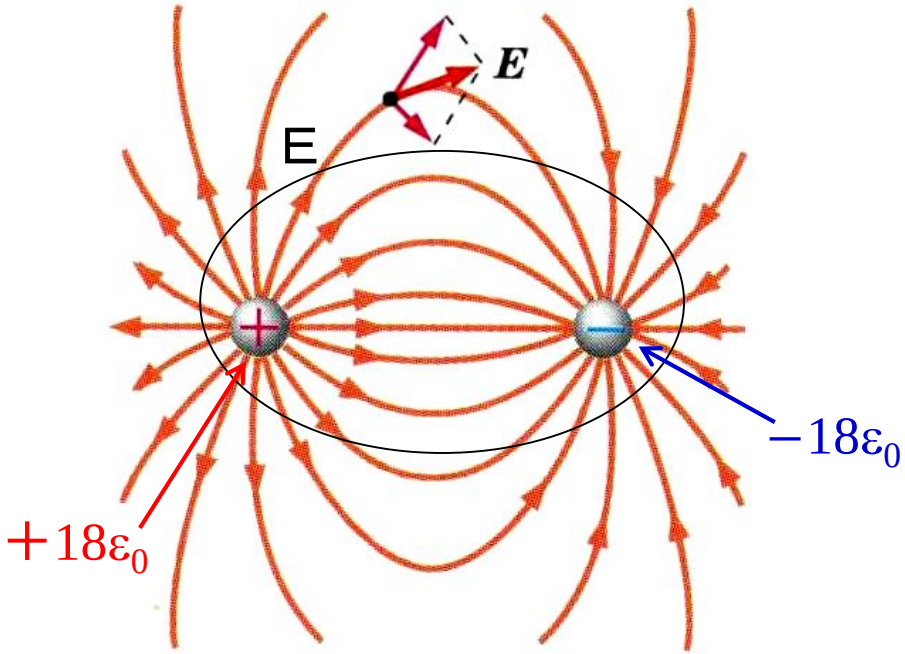
	内部にある電荷 Q_{in}	閉曲線から出ていく電気力線の数 Φ_E
A	0	5−5 = 0
B	$16\varepsilon_0$	16

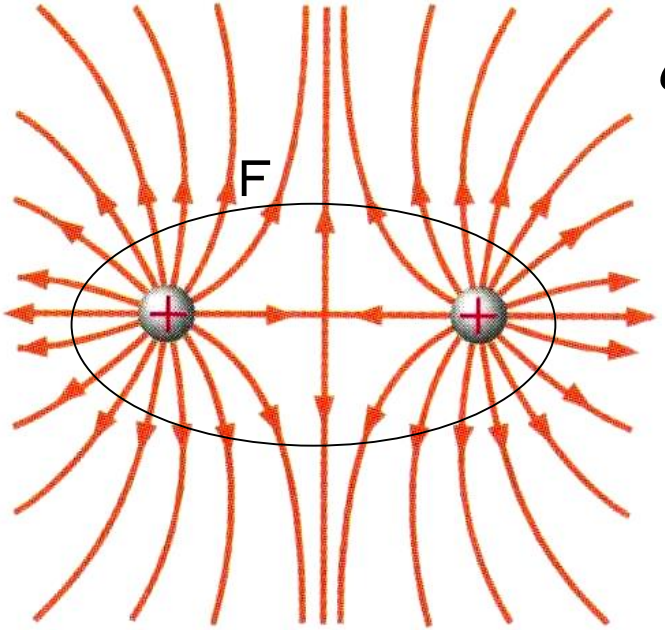
$$\Phi_E = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

ガウスの法則の確認②



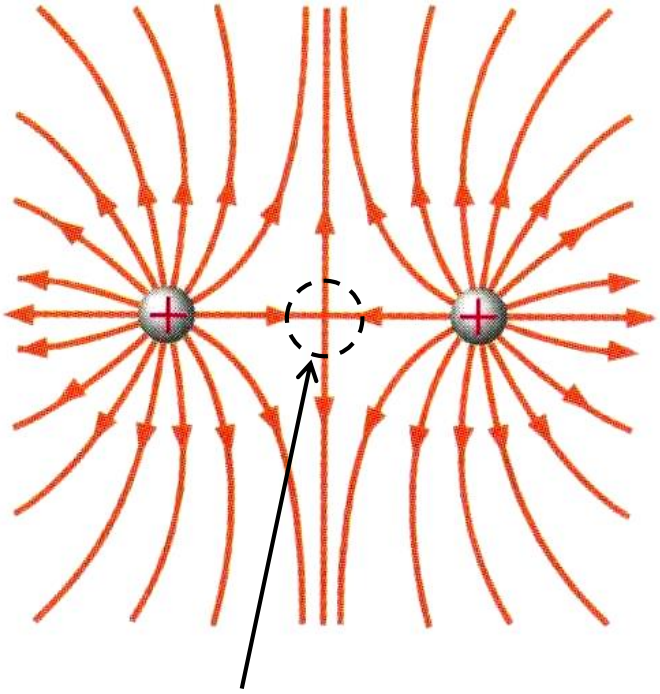
	内部にある電荷 Q_{in}	閉曲線から出ていく電気力線の数 Φ_E
C	0	$4-4=0$
D	$-16\varepsilon_0$	-16
E	$18\varepsilon_0-18\varepsilon_0=0$	$12-12=0$
F	$32\varepsilon_0$	32





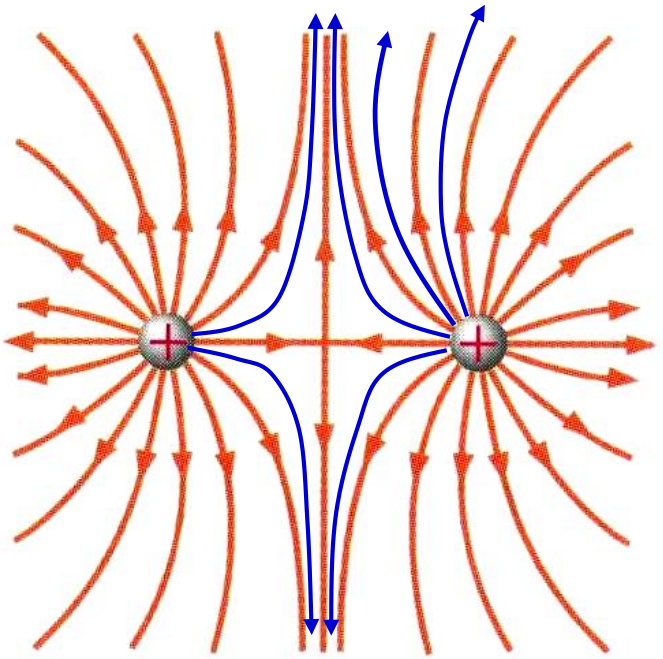
$$\Phi_E = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

電気力線の性質（スライド⑨）に関するコメント



① 正電荷から出て負電荷で終わる
② 枝分かれしない
③ 交わらない

電気力線が交わっているように見えるが、
ここは 電場 0 であり
（電気力線の密度は 0 ）
本来は電気力線は存在しない。
表現の問題である。



すべての電気力線を現在の中間に書いてみよ。そうすれば交わらない。
さらにその中間に電気力線を書くこともでき、その書き方は無限にある。
その中で左上の図の場合だけ表現上、困ったことになる。

シャボン玉で、電気力の実験①

実験①普通のシャボン玉液でシャボン玉を作ってみる。

実験② 特殊なシャボン玉液を使って、割れにくいシャボン玉を作ってみる。
（グリセリンや砂糖・ガムシロップ等が入っている。）

問題：シャボン玉は重力で落ちてしまう。電気力の実験に使うには、
ずっと空中に浮いているシャボン玉が都合がよい。どうすればよい？

実験③ ヘリウム（20%の酸素も含む）でシャボン玉を作ってみる。

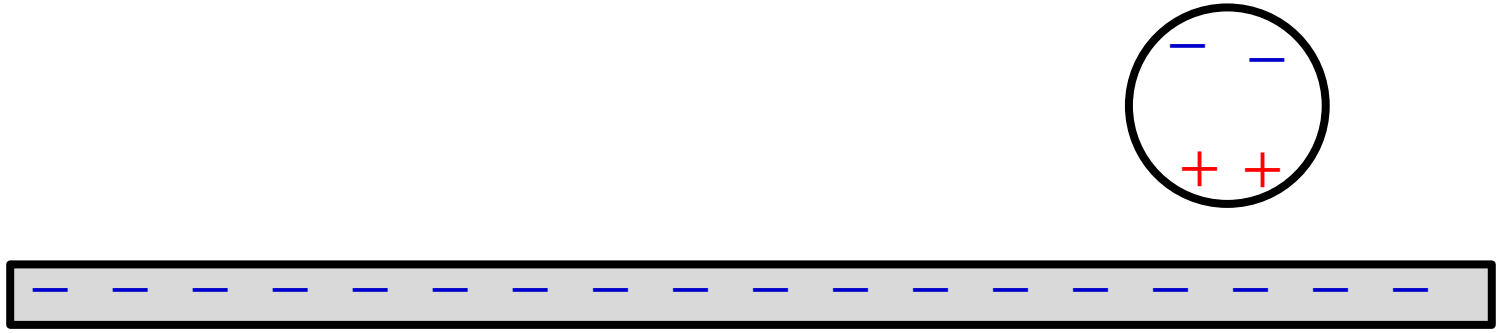
実験④ その帯電していないシャボン玉に静電気で負に帯電した
塩化ビニル棒を近づけてみる。

問題：なぜ中性の（帯電していない）シャボン玉が棒にくっついたのか？

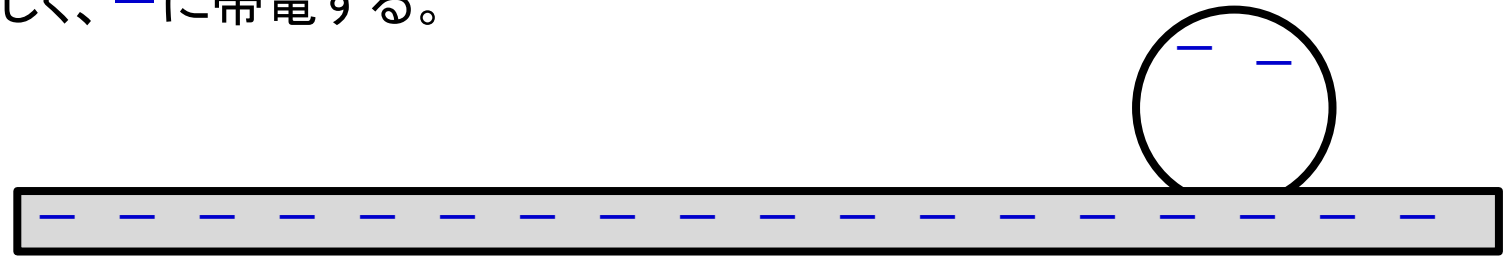
問題：くっついたシャボン玉の形は球形ではない。どのような形になるか？

問題の解説

① シャボン玉中の電子や陰イオンは反発力を受け、棒から遠ざかろうとする。
シャボン玉中の陽イオンは、引力を受け棒に近づこうとする。
その結果シャボン玉は図のように分極する。（17章静電誘導、18章誘電分極）

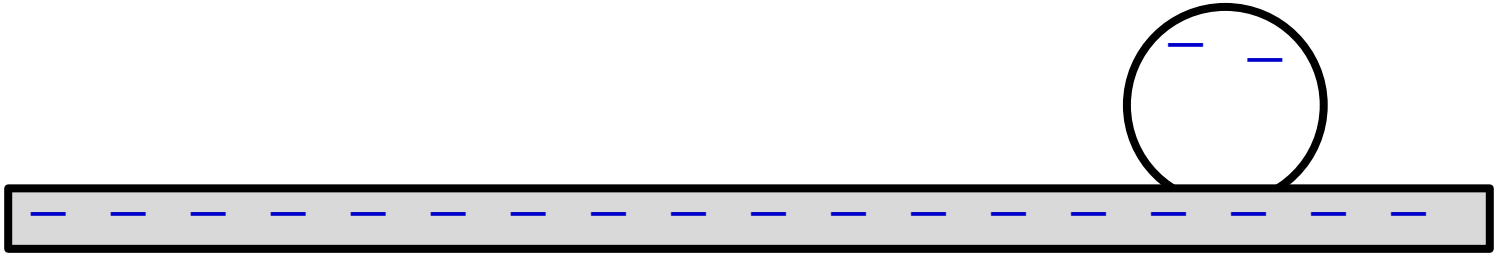


シャボン玉の＋電荷には引力が働き、－電荷には反発力が働くが、
近い分、引力の方が大きく、結果として、シャボン玉全体では、引力が勝る。
シャボン玉が棒に触れると、棒から－電荷が流れ込み、シャボン玉は棒と
同じく、－に帯電する。

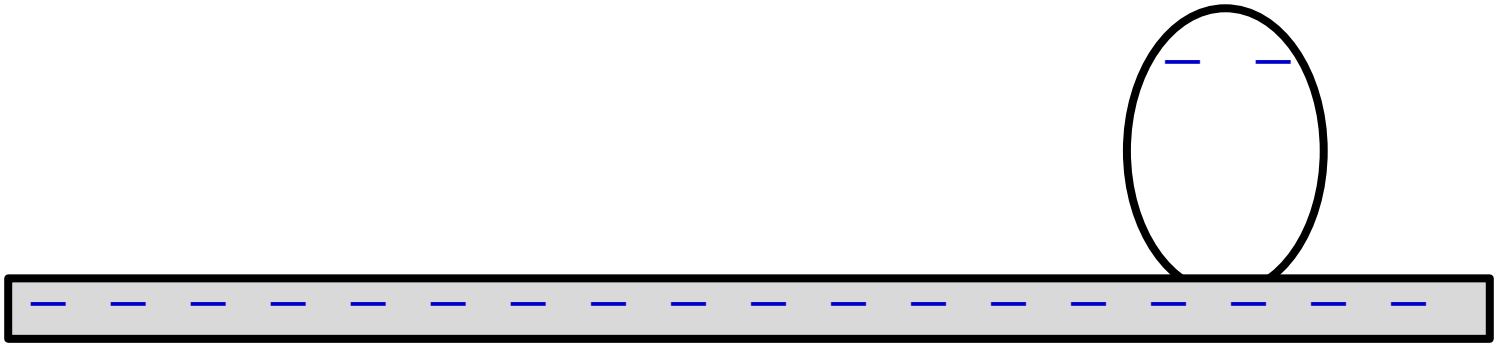


問題：くっついたシャボン玉の形は球形ではない。どのような形になるか？

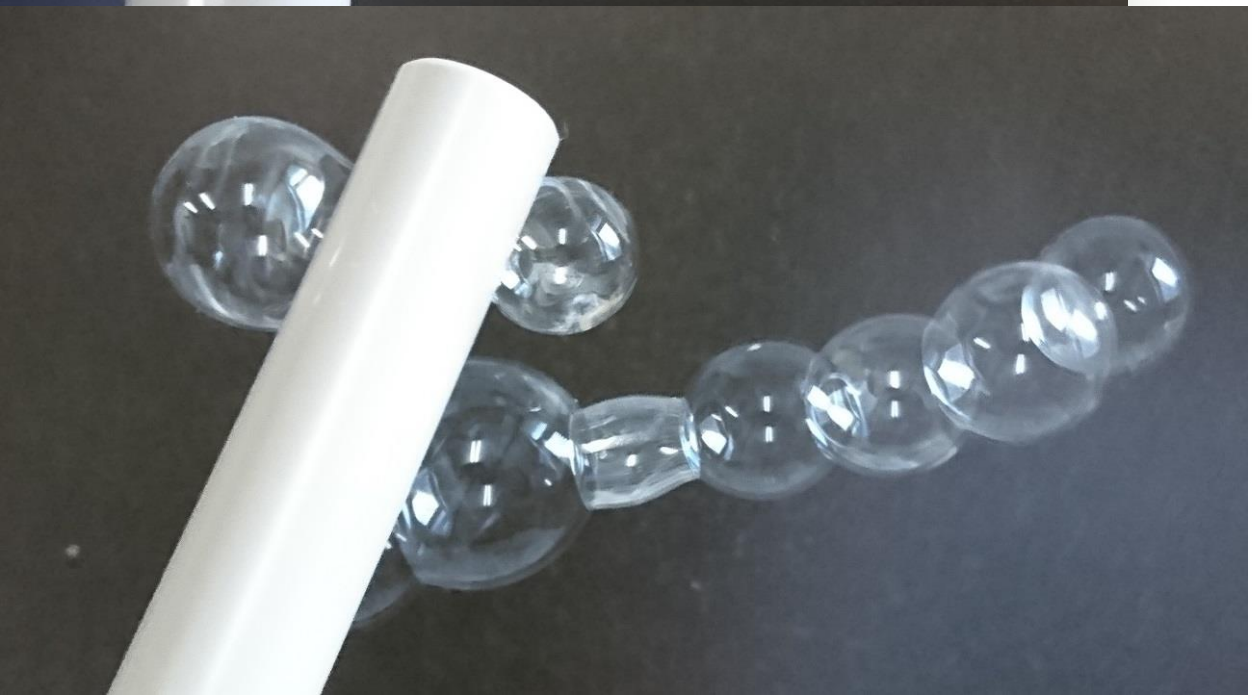
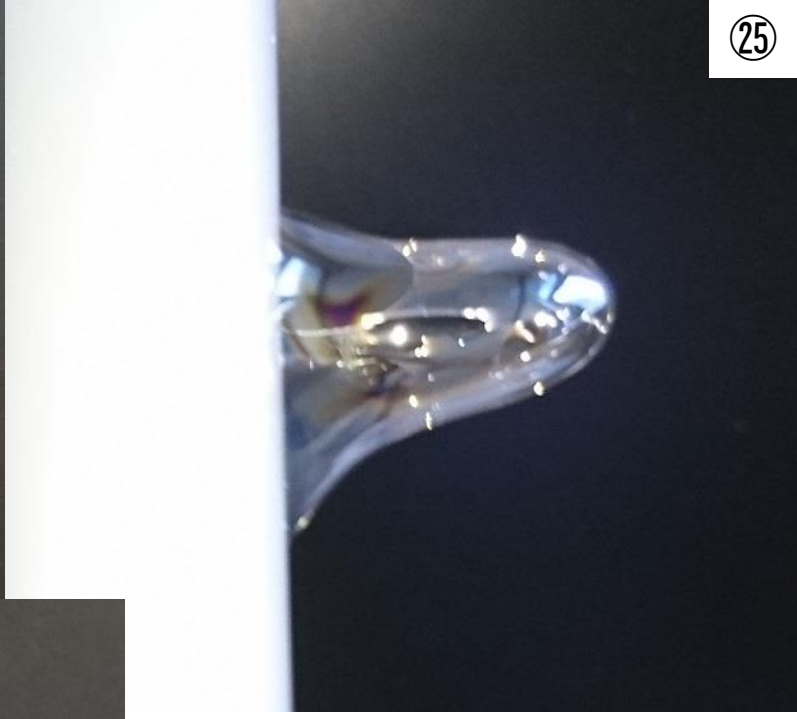
シャボン玉の－電荷には、棒との間に反発力が働き、棒から離れようとする。



シャボン玉の－電荷には、棒との間に反発力が働き、棒から離れようとする。



次回、帯電したシャボン玉の実験をします。
問題：帯電したシャボン玉を作りたい。
バン・デ・グラフ等を用いて作ろうと思うが、どうやればよいか？

次回まで、興味のある人は考えてみて下さい。
いろんなやり方が考えられると思います。

今、アイデアのある人は出席票に書いてくれて下さい。
良いアイデアなら採用して、それで実験します。