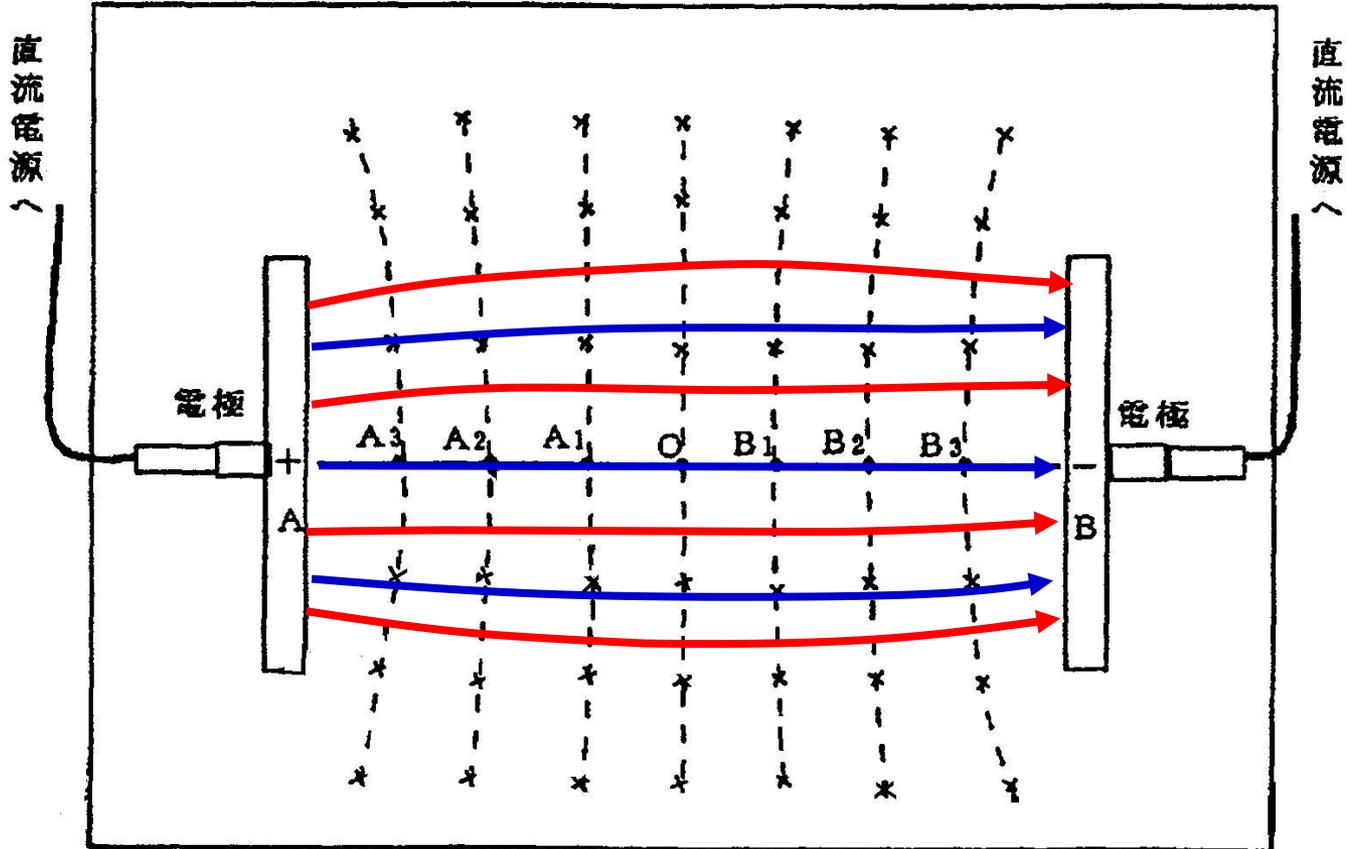


Q&A

Q: 電気力線は、計測(観測)できるのですか？書き方は無限にあるということですがそうすると、目では見えないということになる気がします。

A: 電場は計測(観測)できます。先週の物理学実験(課題3)で電気力線を書いた人もいると思いますが、あの課題は電場を計測したことができます。ただ、電気力線は質問のように目で見えないし、書き方も無限にあります。実験の例でいうと、電気力線は、赤のように書いても、青のように書いてもよいです。



Q: 電気力線は目に見えないのになぜあると考えるのですか。

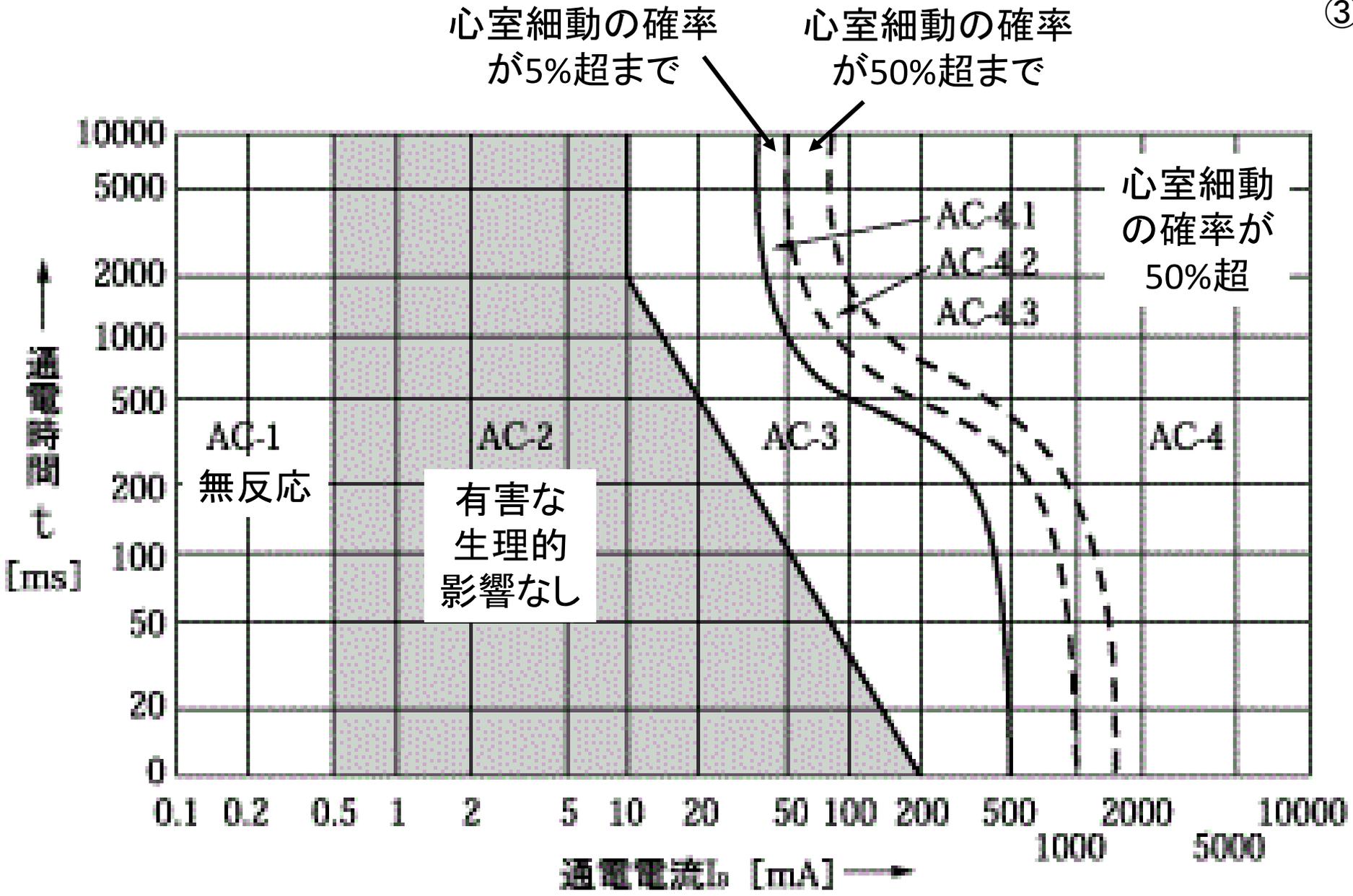
A: 電場は目で見えないので、どのようになっているか視覚的に理解するために使います。

Q: 割れにくいシャボン玉は、なぜグリセリンなどを使うと割れにくくなるのでしょうか。

A: 普通のシャボン玉は、蒸発しやすく、乾燥に弱いです。グリセリンなどを入れると、蒸発しにくくなって乾燥に強いのだと思います。砂糖などが入っていると、完全に乾燥してもシャボン玉の形状を保っています。

Q: 人の身体は、どれくらいの電圧(電流)まで耐えるのでしょうか？

A: 次のスライドに日本電気技術者協会に載っていた図を示します。これは商用周波数(50~60Hz)の交流に対する人体反応です。電流と時間が関係しています。



AC-3…器質性の損傷はないが、電流が2秒以上持続すると、けいれん性の筋収縮や呼吸困難の可能性がある。心室細動なしの一時的な心停止や心房細動を含んだ回復可能な心臓障害を生じる。

AC-4…領域3の反応に加えて、心停止、呼吸停止、重度のやけどといった病生理学上の危険な影響が起こる。

電荷の分布が対称的な場合、ガウスの法則を使うと電場が簡単に求まる。

① 電荷分布が球対称の場合

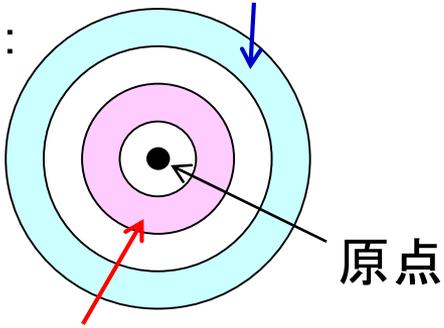
原点に対して電荷分布が球対称 → 電場も球対称 (電気力線は放射状)

原点を中心とする半径 r の球面上の電場の強さ $E(r)$ は一定で、
電場の向きは球面に垂直 ($E = E_n$)

半径 r の球面内の全電荷を $Q(r)$ とし、ガウスの法則を適用すると

電荷密度: 負で一定

例:



電荷密度: 正で一定

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{r}{r}$$

を用いた計算は困難

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E_n \iint_S dA = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E(r) \times 4\pi r^2 = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

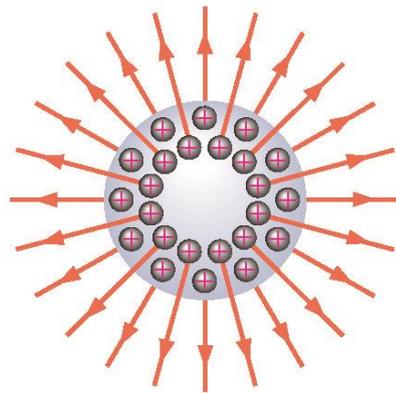
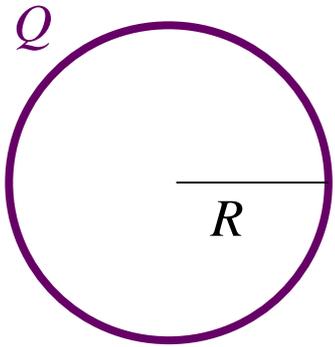


図16.18

球面の内部の全電荷が中心にあるとした場合の電場と同じ

問題 (p204例4) : 半径 R の球面上に電荷 $Q > 0$ が一様に分布している場合、⑤
球面の内部と、球面の外部の電場の強さを求めよ。

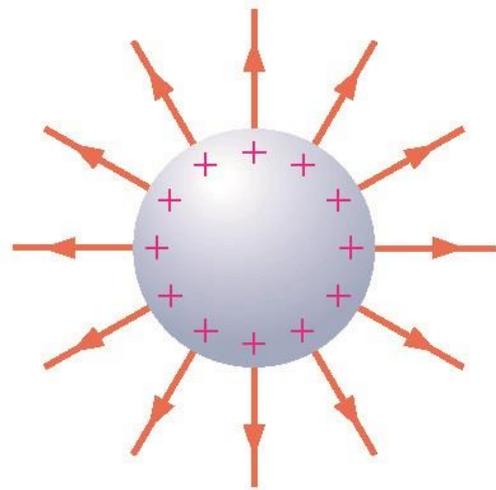


半径 R の球面と中心を同じくする半径が r の球面を考える。
電荷の分布は、この中心に対して球対称なので
電場のガウスの法則より

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

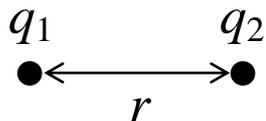
$r < R$ (内部) では、 $Q(r) = 0$ なので $E(r) = 0$

$r > R$ (外部) で $Q(r) = Q$ なので $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$



重力(万有引力)への応用

教科書には ⑥
ありません

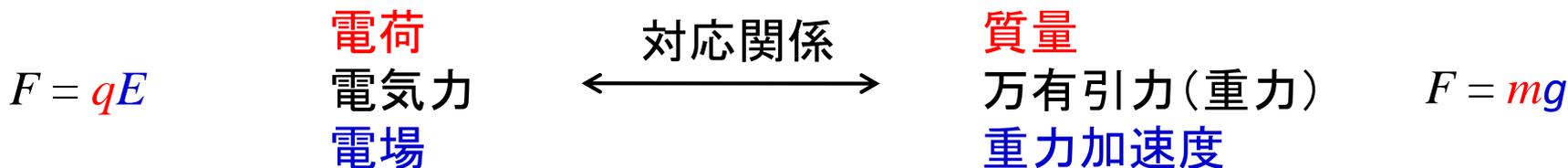
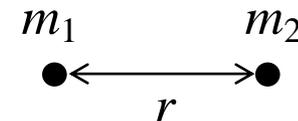


$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

定数

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

重力
定数



対応関係で読み替えると...

球対称な電荷分布が点 r につくる電場は半径 r の球面内にある全電荷 Q_{in} が中心にあるとした場合の電場に等しい

球対称な質量分布が点 r につくる重力加速度は半径 r の球面内にある全質量 M_{in} が中心にあるとした場合の重力加速度に等しい

電場のガウスの法則の結論

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{in}}{r^2}$$

これまで証明してなかった。

$$g(r) = G \frac{M_{in}}{r^2}$$

M_{in} に地球の質量、 r に地球の半径を入れると $g = 9.8$ になる

問題：電荷密度が $\rho > 0$ [C/m³] の半径 R の均一な球がある。中心からの距離が ⑧ r における電場の強さ $E(r)$ を図示せよ。(一般には物体の電荷は表面のみに分布する。) ⑨に 例：金属球(17章)

球の中心を原点とすると、原点を中心とする半径 r ($r < R$) の球の内部にある電荷 $Q(r)$ は？

$$Q(r) = \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

答： $Q(r) = \frac{4}{3} \rho \pi r^3$

球の内部 ($r < R$) の電場 $E(r)$ は？

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho \times \frac{4}{3} \pi r^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

答： $E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$

半径 r ($r > R$) の球の内部にある電荷は

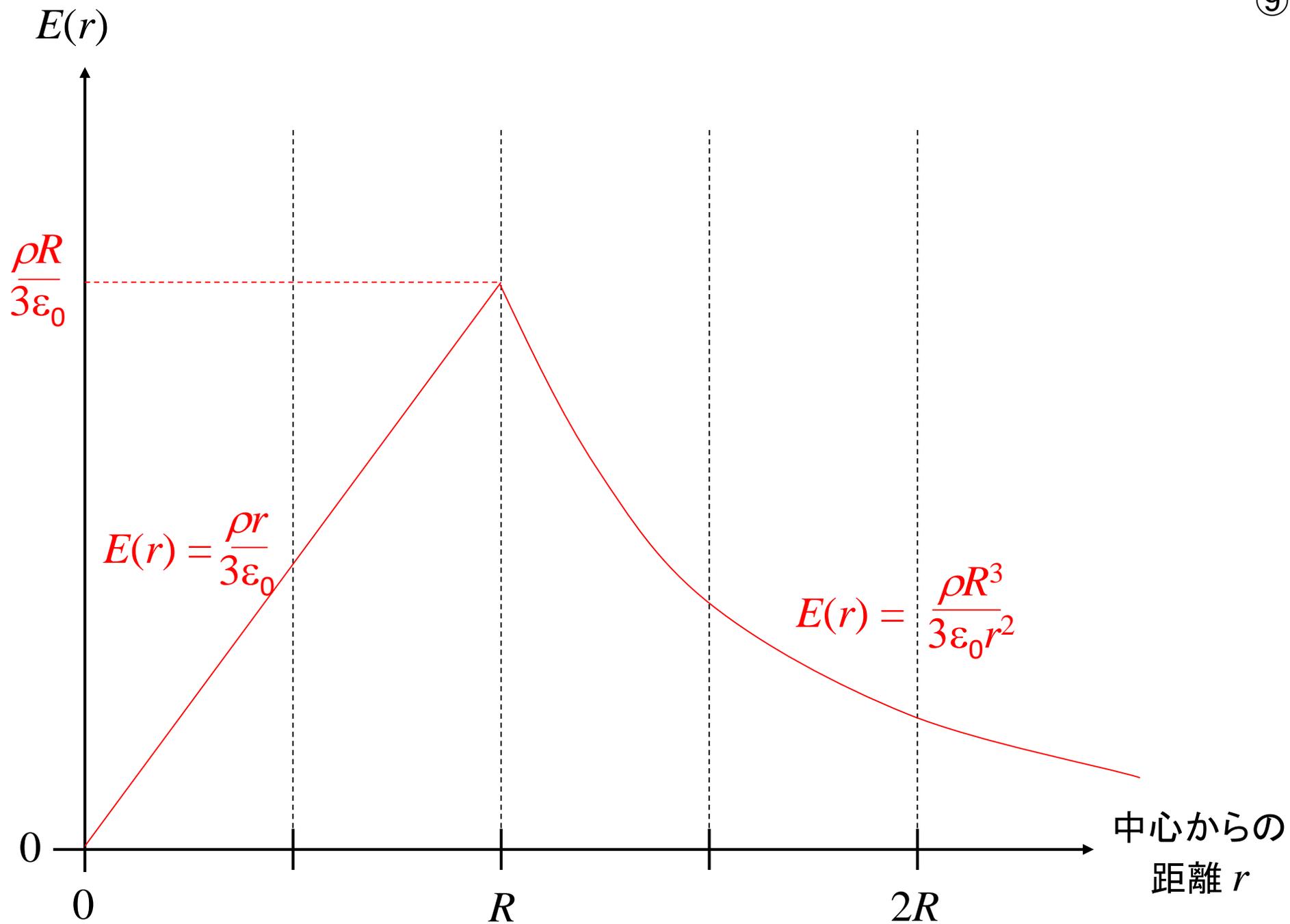
答： $Q(r) = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$

球の外部 ($r > R$) の電場 $E(r)$ は？

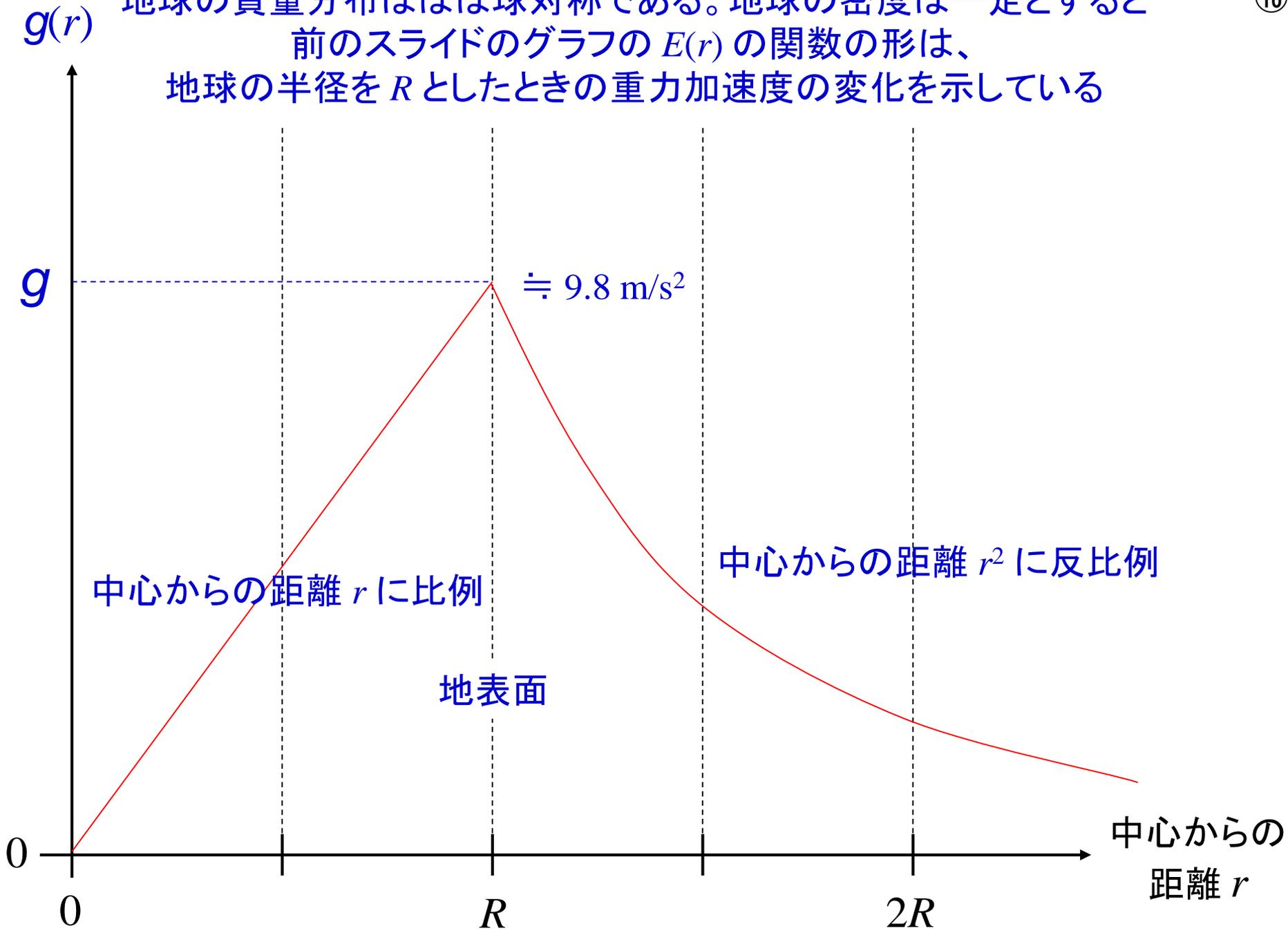
(中心に全電荷がある場合と同じ)

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\frac{4}{3} \rho \pi R^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

答： $E(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$

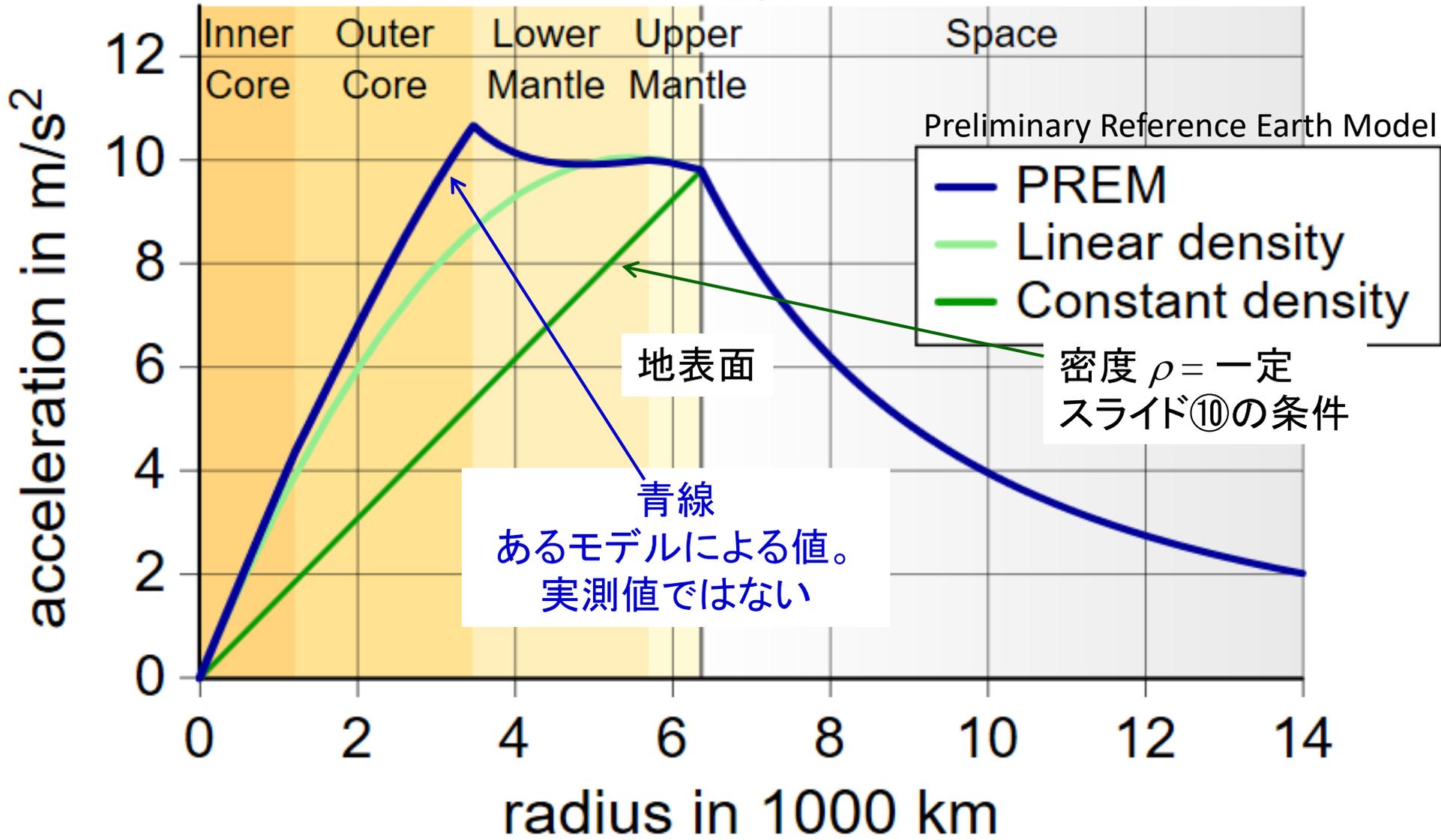


地球の質量分布はほぼ球対称である。地球の密度は一定とすると
前のスライドのグラフの $E(r)$ の関数の形は、
地球の半径を R としたときの重力加速度の変化を示している



Free-fall acceleration of Earth

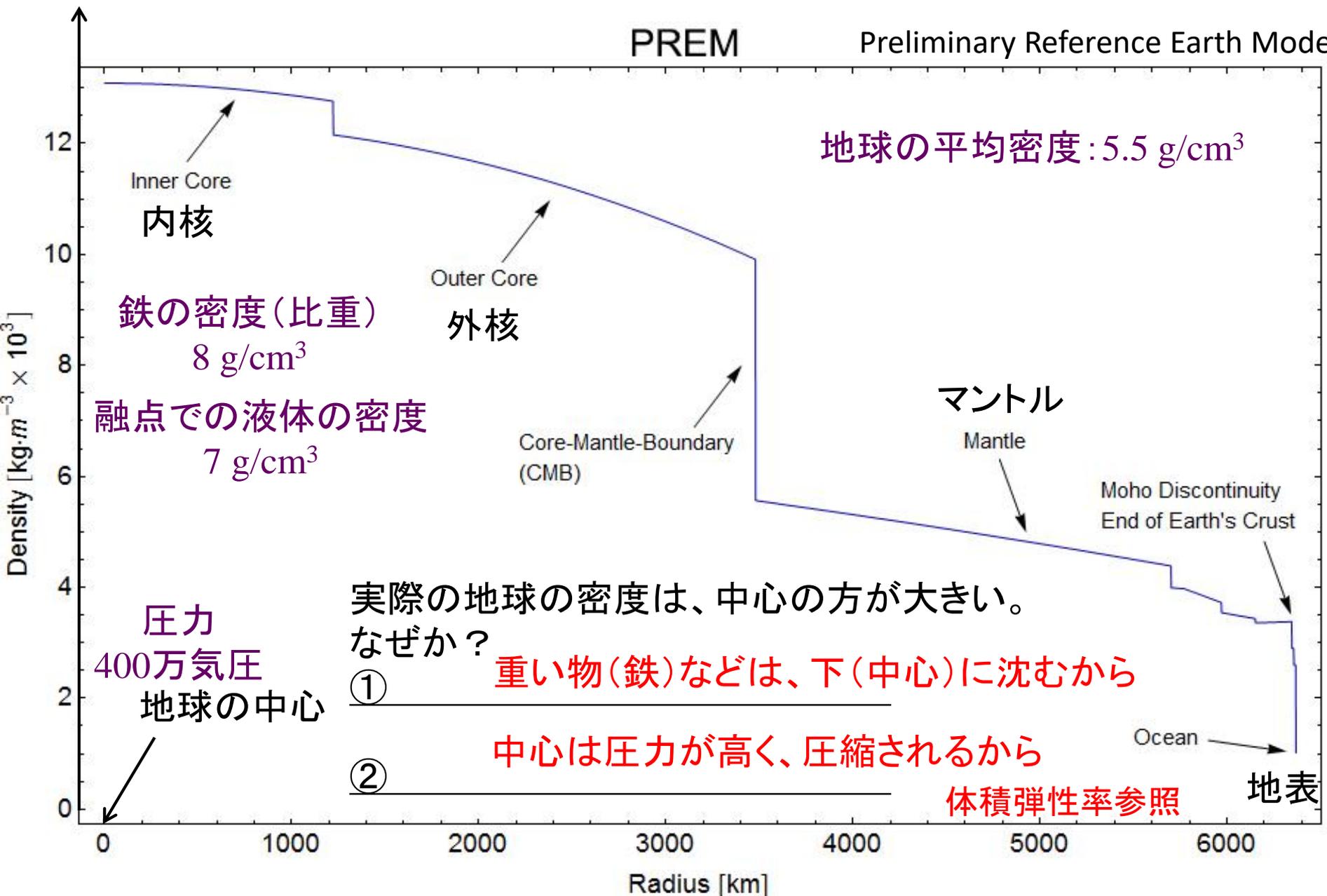
自由落下 加速度



地球の密度

密度
g/cm³

PREM Preliminary Reference Earth Model



実際の地球の密度は、中心の方が大きい。
なぜか？

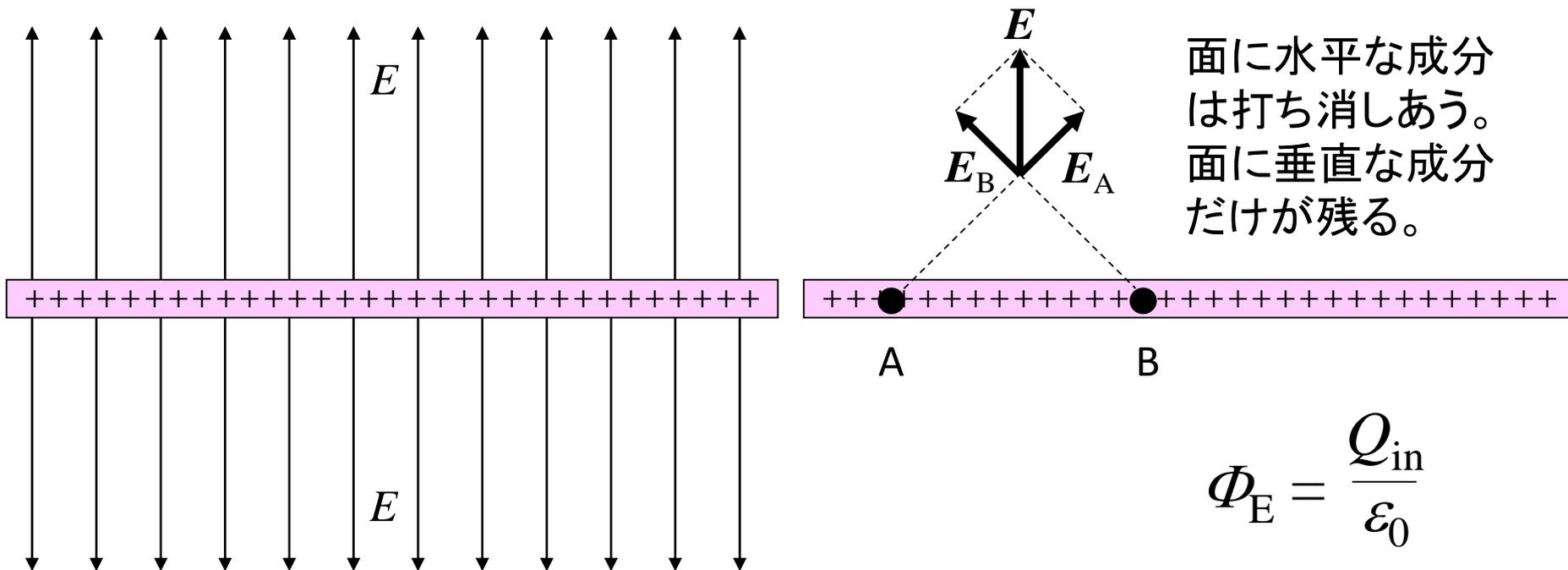
① 重い物(鉄)などは、下(中心)に沈むから

② 中心は圧力が高く、圧縮されるから

体積弾性率参照

電荷の分布が対称性的な場合、ガウスの法則を使うと電場が簡単に求まる。 ⑬

② 無限に広がって薄い絶縁体の板に電荷が一様に分布している場合



単位面積あたりの電荷(電荷の面密度)を σ [C/m²] とすると

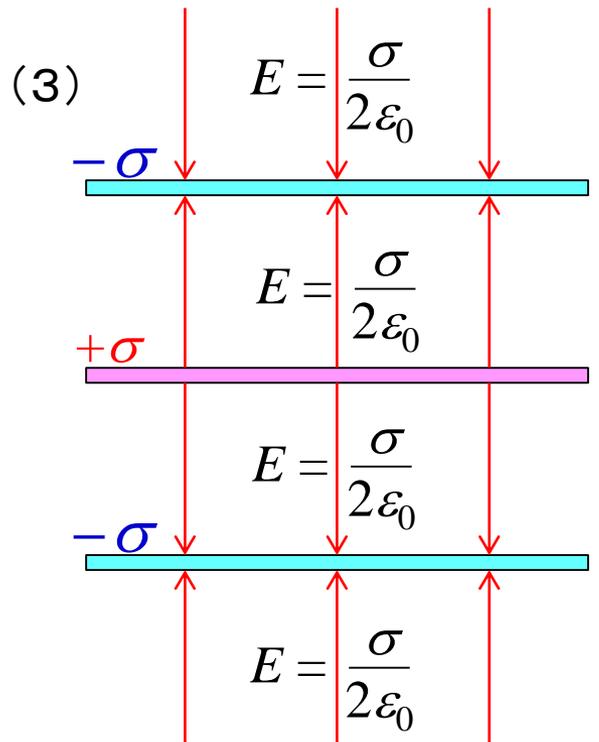
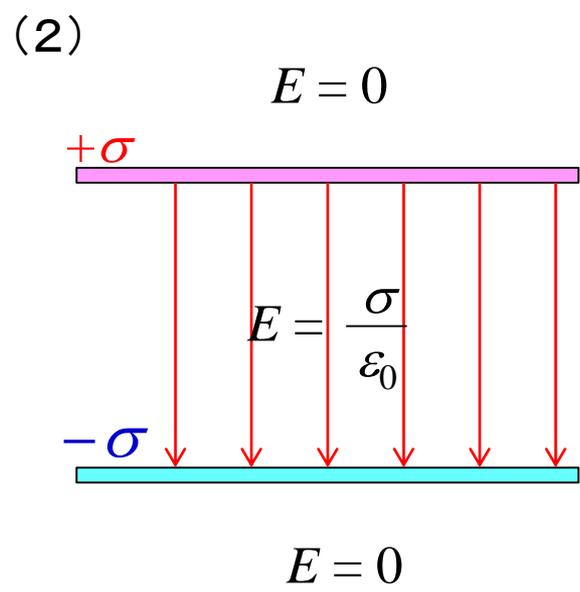
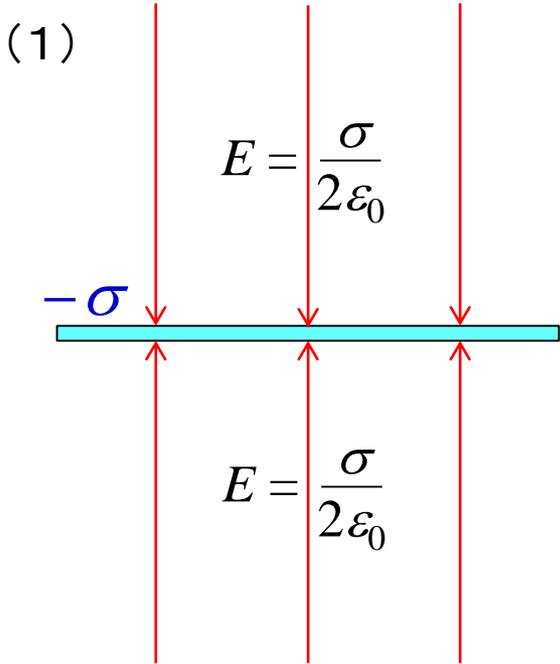
単位面積から出ている電気力線の数、ガウスの法則より

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

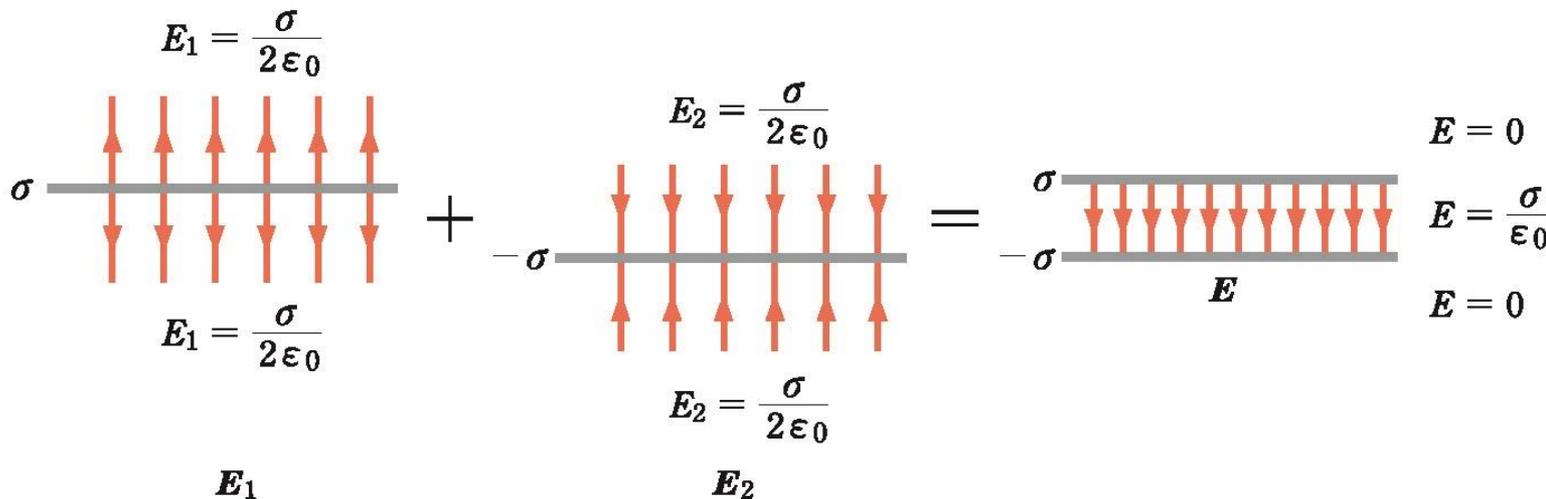
このうち半分の $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ は上方へ、半分の $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ は下方を向いている

電場は単位面積あたりの電気力線の数なので、 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

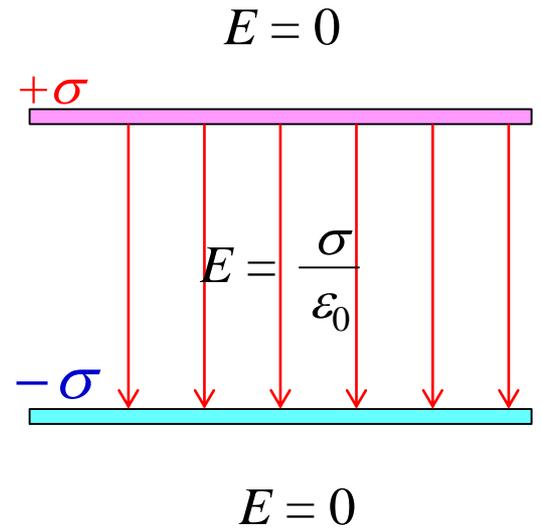
次の場合の電気力線の様子を描き、電場の強さを求めよ。
(板は無限に広がって薄い板、電荷の面密度は $+\sigma, -\sigma$)



(2)の解説



問題: ⑭(2)の上の極板の単位面積あたりに作用する電気力の向きと大きさを求めよ。



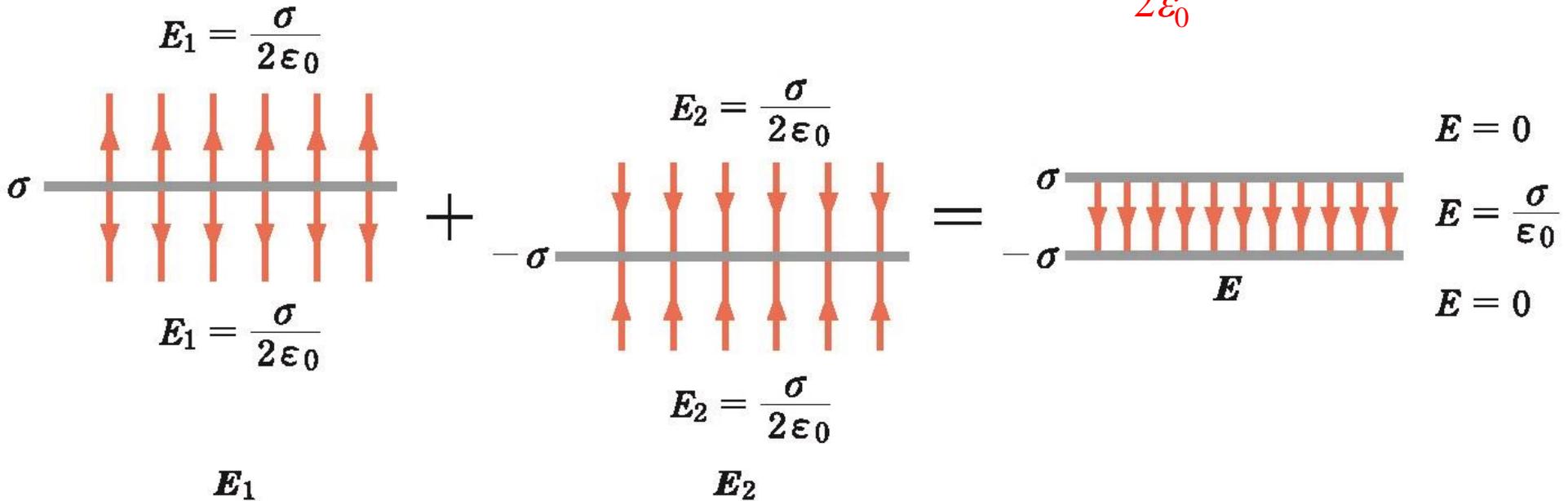
同じ極板内の電荷間で作用する電気力は完全に打ち消しあう。(足し算するとゼロになる。)
 これは、作用・反作用の法則より明らか。



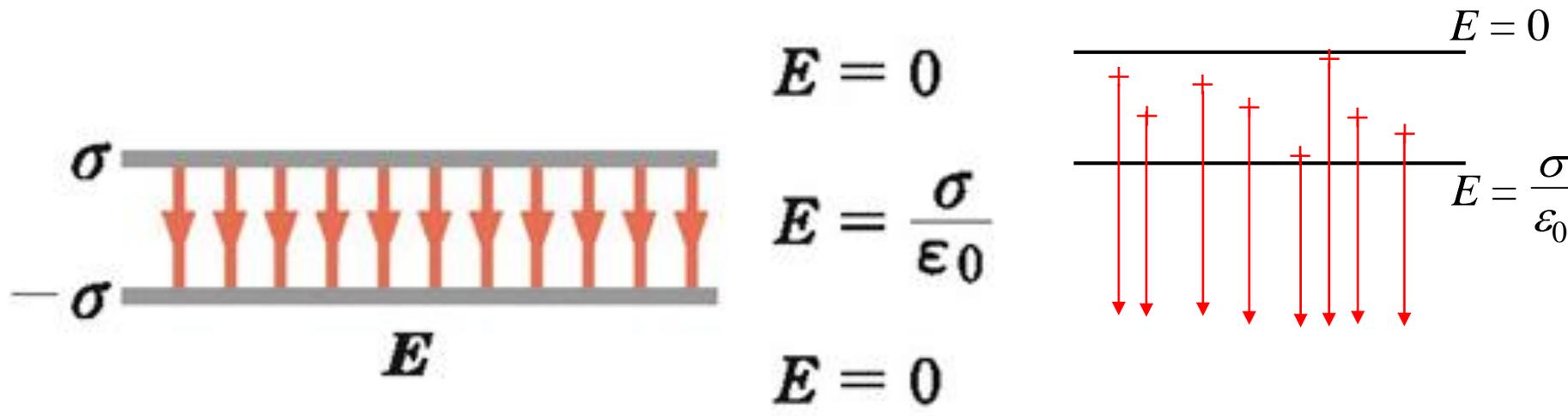
上の板の単位面積上の電荷 σ には
 下の板の電荷のつくる電場 E_2 により

$F = qE = \sigma E_2$ の電気力が作用する。

つまり、下向きで大きさが $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ の力が作用する。



問題: ⑭(2)の上の極板の単位面積あたりに作用する電気力の向きと大きさを求めよ。(別の方法)



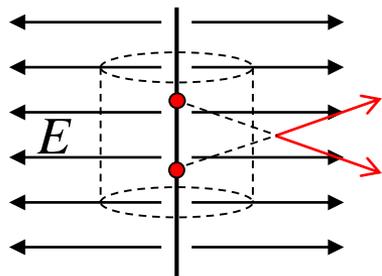
上の極板内では、電場が 0 から $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ まで連続的に変化しており、
 平均すると、電場は下向きに $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ である。

この電場中に単位面積あたり σ [C] の電荷があるので、
 その電荷に作用する電気力 ($F = qE$) は下向きに $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ である。

③ 無限に長い直線に電荷が一様に分布している場合

⑰

横から見た図



電荷の線密度(単位長さあたりの電荷量)を λ [C/m]とする。

単位長さの直線には電荷 λ [C] が存在する。

λ の電荷からはガウスの法則より、電気力線が $\frac{\lambda}{\epsilon_0}$ 本出ている。

直線を中心とする単位長さの円筒(半径 r)
の側面の表面積は $2\pi r$

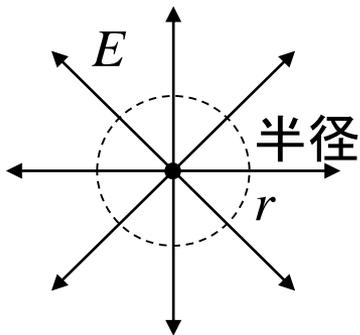
円筒の側面から出ている電気力線束 Φ_E は、

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = E_n \iint_S dA = E(r) \times 2\pi r = \frac{\lambda}{\epsilon_0}$$

$E_n = E(r)$ 球対称のときと同じ

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

上から見た図



- ③' 無限に長い半径 R の円柱の表面に電荷が一様に分布している場合
(線ではなく円柱の場合; 単位長さあたりの円柱の電荷量は同じく λ)

問題①: 円柱の外側 ($r > R$) の電場 $E(r)$ を求めよ。
ヒント: 同様に中心を同じくする単位長さの円筒 (半径 r) を考える

線の場合と全く同じ ($Q_{\text{in}} = \lambda$)

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = E_n \iint_S dA = E(r) \times 2\pi r = \frac{\lambda}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

問題②: 円柱の内側 ($r < R$) の電場 $E(r)$ を求めよ。

円柱の内側 ($r < R$) には、電荷は存在しない ($Q_{\text{in}} = 0$)

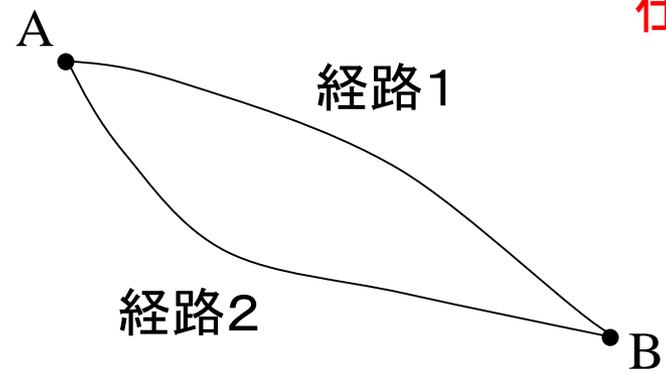
$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = E_n \iint_S dA = E(r) \times 2\pi r = \frac{0}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = 0$$

16.5 電位 (p206)

(力学の復習) 保存力と位置エネルギー

保存力とは、質点が任意の点Aを出発して任意の点Bに行く間に、力の行う仕事が途中の経路によらず一定な力である。



仕事 $W = F \cdot s$

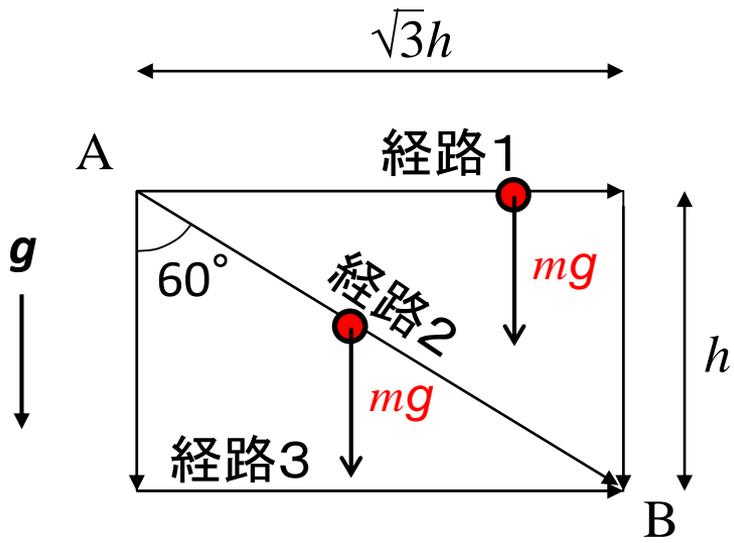
保存力

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \mathbf{F}_{保}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} \text{ は経路によらず一定}$$

例: 万有引力(重力)

クーロン力(電気力)も
万有引力と同じ形なので保存力

問題: AからBまでの経路を質量 m の質点が移動する。
経路1と経路2において重力のする仕事を求めよ。



$$W = F \cdot s = F s \cos \theta$$

経路1

$$\cos 90^\circ \quad \cos 0^\circ$$

$$W = mg \times \sqrt{3}h \times 0 + mgh \times 1 = mgh$$

経路2

$$\cos 60^\circ$$

$$W = mg \times 2h \times 1/2 = mgh$$

位置 r における保存力による位置エネルギーとは、
 r から基準点 r_0 (位置エネルギーが0の点) に移動するとき
保存力がする仕事のことである。

エネルギー: 仕事をする能力

上の問題で点Bを基準点にすると、点Aにある質量 m の物体の
重力による位置エネルギーは mgh

(保存力がする仕事は、経路によらず一定なので位置エネルギーが定義できる)

保存力: 位置エネルギーが定義できる力ともいえる

位置エネルギー

位置 r における保存力による位置エネルギーとは、
 r から基準点 r_0 (位置エネルギーが 0 の点) に移動するときに
保存力がする仕事のことである。

$$U(\mathbf{r}) = \int_r^{r_0} \mathbf{F}_{\text{保}}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

エネルギー: 仕事をする能力
(基準点に戻る時に保存力は $U(\mathbf{r})$ の仕事をすることができる。)

万有引力

クーロン力

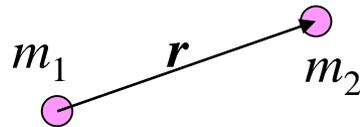
2が受ける力

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

万有引力による位置エネルギー

クーロン力による位置エネルギー



$$U(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

クーロン・ポテンシャル(クーロン・エネルギー)
(電気力による位置エネルギー)

どちらも $r = \infty$ (2つの質点, 点電荷が無限に遠く離れた時) が基準点 ($U = 0$)

重力は常に引力
位置エネルギーは負

電気力は**引力** / **反発力**
位置エネルギーは**負** / **正**
電荷が**異符号** / **同符号**

帯電したシャボン玉の作り方

出席表の案①: シャボン玉液を帯電させてふくらませる。

A: シャボン玉液の容器ごと帯電させても、容器を手で持ったときに人に電荷は移る。

出席表の案②: シャボン玉を作るストロー等を帯電させりる。

A: できると思いますが、どうやるかが問題です。

出席表の案③: 帯電している人がシャボン玉をつくる。

A: シャボン玉液を持った人間全体を帯電させれば、うまくいきそうです。

出席表の案④: バンデグラフに手をおいてシャボン玉を作る人自身が負に帯電した状態で、シャボン玉を作る。

A: 人を帯電させる方法まで書いてありますね。これでやってみましょう。

注意点は？

シャボン玉液やストローを机等に置いておくと、
手に取る時にビリッとくる。あらかじめ持っておくとよい。

帯電したシャボン玉で実験

実験① バンデグラフを使って負に帯電したシャボン玉を作ってみる。

問題：シャボン玉ができて飛んでいく様子は、帯電していない場合と違いはあるか？

ある。できた後、シャボン玉同士が反発して、互いに遠ざかろうとする。

実験② そのシャボン玉に帯電していない物体を近づけてみる。(例：学生さんの手)

問題：どうなる？ くっつく。 or 反発する。 or 力は働かない。

実験③ そのシャボン玉に負に帯電した棒を近づけてみる。

実験④ そのシャボン玉に正に帯電した棒を近づけてみる。