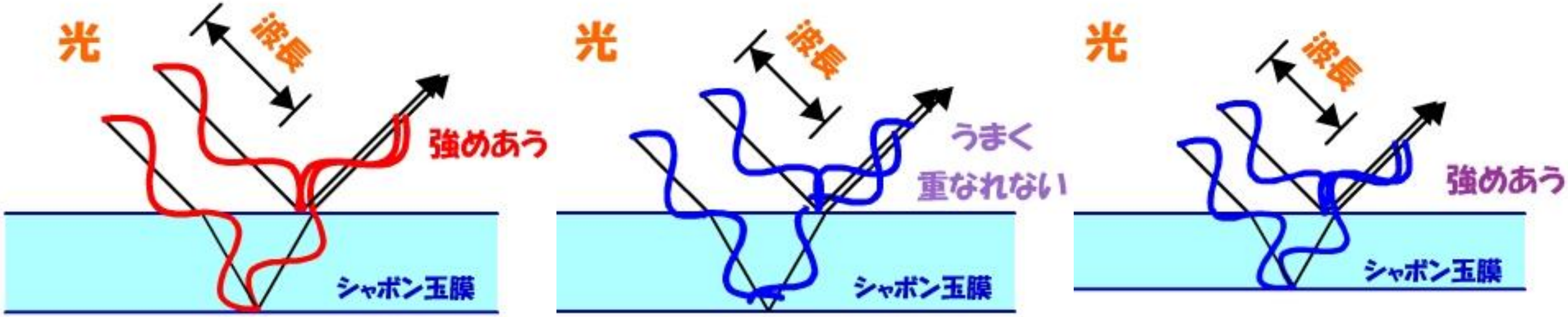
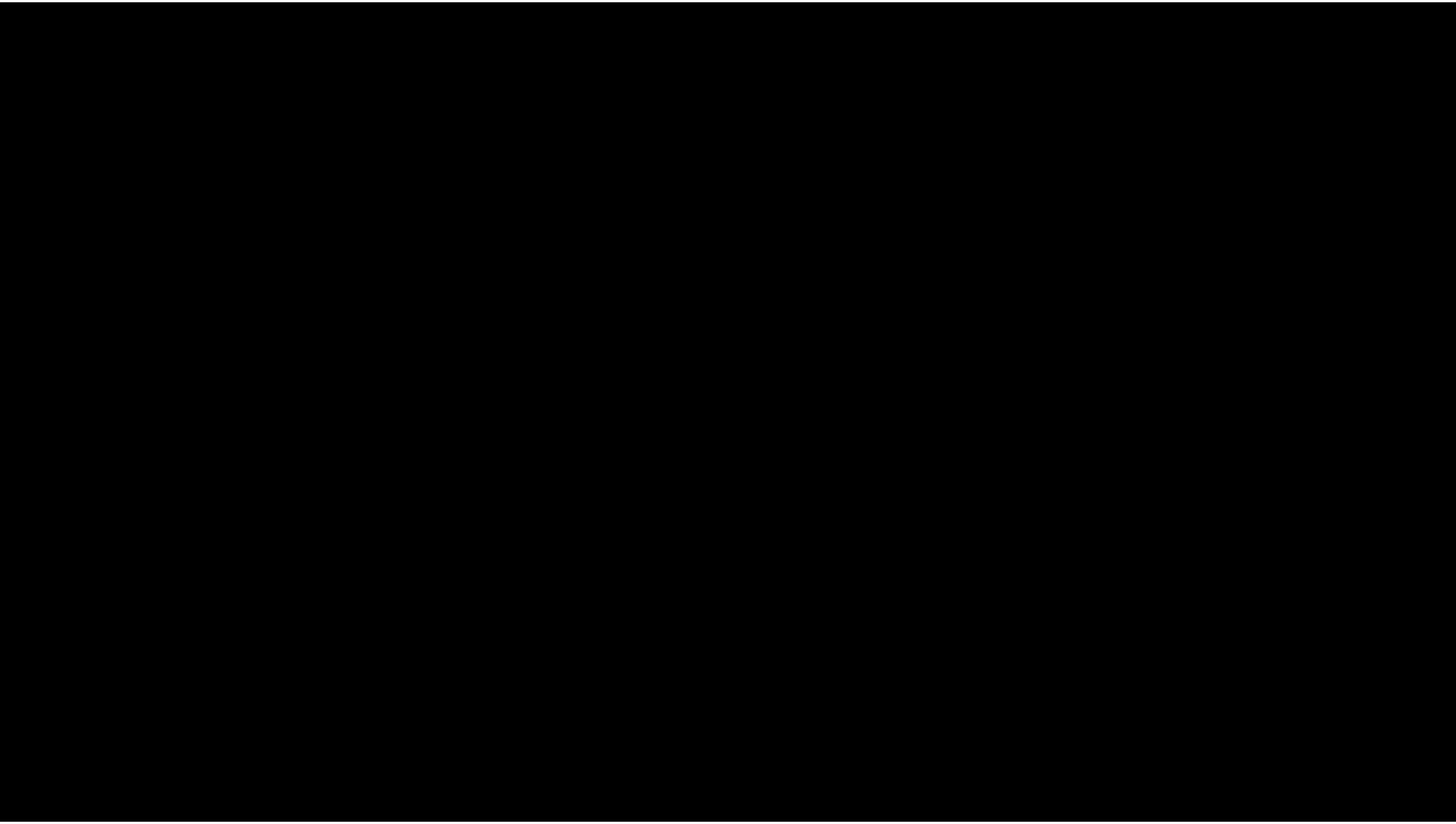
Q & A

Q: 評価は、レポート、中間、期末で行われるのですか？（第１回目はAクラスに出席していたので）
A: はい。中間3割、期末5割、レポート１割、出席１割の予定です。

Q: シャボン玉はなぜ虹色に見えて、割れる時には無色に見えるのですか？
A: シャボン玉の膜の表面で反射する光と、内側で反射する光が干渉して、虹色に見えます。下左図では波長の長い赤い光が干渉で強めあっていますが、下中図のように波長の短い青い光は弱めあっています。青い光も下右図のように、膜がもっと薄い場合は強めあったりします。虹色に見えるためには、目で見える程度の広い範囲で同じ色の光が強め合ったり、弱め合ったりしなければいけませんが、割れると膜の平面性が損なわれて、その範囲が小さくなり、目で判別できなくなって（混ざって）無色に見えます。



Q:なぜシャボン玉が光ったり消えたりしたのですか？
A: おそらく、外部から光をシャンボン玉だけに当てているだけだと思います。シャボン玉自体が発光しているわけではないと思います。
割れた破片の色とともに、もう一度動画で確認してみましょう。



電位

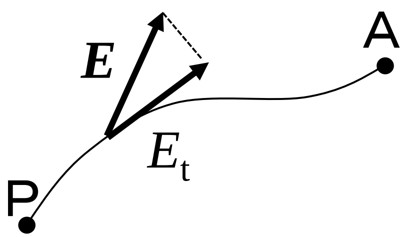
$\boxed{\text{電位}}$:単位正電荷(1C)あたりの電気力による位置エネルギー

$$\boxed{\text{電位}\ V = \frac{U}{Q}}$$

単位はボルト[V , J/C]　　　$U = QV$

$$W_{\mathrm{P}\rightarrow\mathrm{A}} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{s} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} Q\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} QE_t ds = U_{\mathrm{P}} - U_{\mathrm{A}} = Q(V_{\mathrm{P}} - V_{\mathrm{A}})$$

をQで割ると



$$\int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} E_t\, ds = V_{\mathrm{P}} - V_{\mathrm{A}}$$

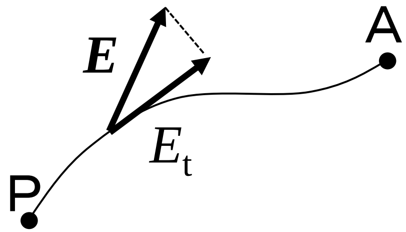
点Pと点Aの $\boxed{\text{電位差}}$

E_t を経路に沿って積分したもの

$V_{\mathrm{P}} > V_{\mathrm{A}}$ なら、点Pは点Aより電位が $\boxed{\text{高い}}$ といい、

$V_{\mathrm{P}} < V_{\mathrm{A}}$ なら、点Pは点Aより電位が $\boxed{\text{低い}}$ という。

電位差でなく電位は？



$$\int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} E_t \, \mathrm{d}s = V_{\mathrm{P}} - V_{\mathrm{A}}$$

上の図の点Aを基準点とし、その位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_0$ とする。（$V_{\mathrm{A}} = V(\boldsymbol{r}_0) = 0$ ）
点Pの位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とすると（$V_{\mathrm{P}} = V(\boldsymbol{r})$ ）

$$\boxed{\int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} E_t \, \mathrm{d}s = V(\boldsymbol{r})}$$

（復習） $\int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = U(\boldsymbol{r})$

基準点に戻るときに保存力 $\boldsymbol{F}$ がする仕事が位置エネルギー

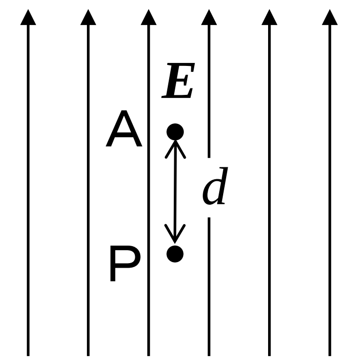
電気力の場合、$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$ なので

$\int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} q\boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = U(\boldsymbol{r})$　　　qで両辺を割ると

$$\int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \frac{U(\boldsymbol{r})}{q} = V(\boldsymbol{r})$$

図のように一様な電場 $\boldsymbol{E}$ 中に点Pと点Aがある。 ⑩

① 点Pの電位 V_{P} と点Aの電位 V_{A} では、どちらが高いか？



答: V_{P}

② どれだけ高いか？

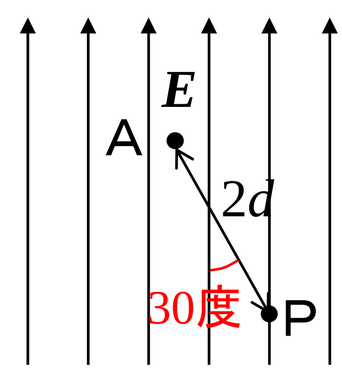
$$\int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} E_t \, \mathrm{d}s = V_{\mathrm{P}} - V_{\mathrm{A}}$$

答: Ed

③ 点Aを基準点とする($V_{\mathrm{A}} = 0$)と、点Pの電位はいくら？

答: Ed

③ 右図の場合、点Aを基準点とすると、点Pの電位はいくら？



$$\boldsymbol{E} \cdot \Delta\boldsymbol{s} = E 2d \cos 30^\circ$$

答: $\sqrt{3}Ed$

電場の単位

$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$　　　電位差 $\Delta V = Ed$

[N] = [C][N/C]　　　[V] = [V/m][m]

電場の単位は、N/C でもよいし、V/m でもよい。

その時、どちらの方が分かりやすいかで選べばよい。

電気力を議論しているときは N/C がよいし、

電位を議論しているときは V/m がよい。

逆を使っても間違いではないし、試験の際の減点もない。

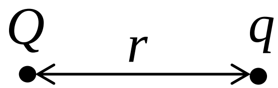
組立単位では $\mathrm{m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}}$

電磁気学のすべての単位は m, kg, s, A の組み合わせで表現できる

MKSA単位系（p7，19章参照）

点電荷による電位

（復習）点電荷 Q から距離 r の位置に点電荷 q がある。
このときのクーロン・ポテンシャル（電気力による位置エネルギー）は



$$U(r) = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

点電荷 q がある場所の電位：$V(r) = \dfrac{U(r)}{q}$ なので

点電荷Qから距離 r の場所の電位：$V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

万有引力との対応

単位質量（1kg）あたりの
位置エネルギー
（特に定義されてない）

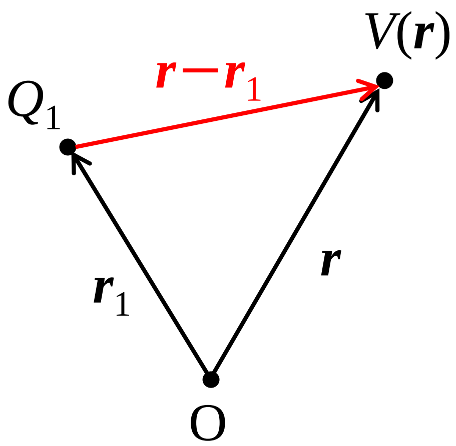
問題：電荷 Q から無限に離れた点の電位はいくらか？

$$\lim_{r \to +\infty} V(r) = 0$$

無限に離れた点が基準点。
基準点の電位は 0

問題：点 $\boldsymbol{r}_1$ に電荷 Q_1 がある場合の点 $\boldsymbol{r}$ の電位 $V(\boldsymbol{r})$ はいくらか。⑬

（表現の問題です）



$$V(\boldsymbol{r}) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_1|}$$

電位は
スカラー

複数の電荷 $Q_1,Q_2,\cdots,Q_N$ による電位

電場は各電荷がつくる電場の和（重ね合わせの原理）

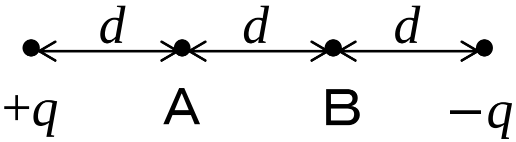
↓

電位は各電荷がつくる電位の和

$$V(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|}$$

問題：下の図のような場合、A, Bの電位差 $V_A - V_B$ を求めよ。

$$V(\boldsymbol{r}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0 |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|}$$



$|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|$: i 番目の電荷 Q_i との距離

$$V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 (2d)} = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 d}$$

$$V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (2d)} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 d} = -\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 d}$$

$$V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$$

電位は、基準点（ $V = 0$ の点）がどこかで値が違う。（普通は無限遠）
電位差は、どこが基準点であってもその値に違いはない。

問題：電場は電位の勾配（にマイナスをつけたもの）である。
電位を r で微分して確かめてみよ。

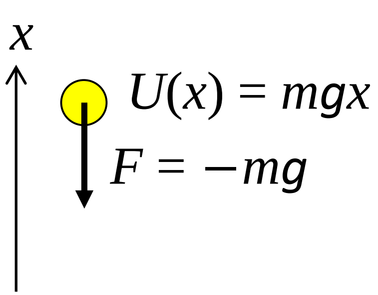
$$E(r) = -\frac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r}$$

$$-\frac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-1}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = E(r)$$

類似：力（保存力）Fは位置エネルギーUの勾配（にマイナスをつけたもの）である。

$$F(x) = -\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x}$$

例：重力（保存力）と重力による位置エネルギー



問題：位置エネルギー$U(x)$ を x で微分して確かめてみよ。

$$-\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(mgx) = -mg = F$$

$$F = -\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x}$$

電場と電位 ⇔ 保存力と位置エネルギー

$E(r) = -\dfrac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r}$ の両辺に電荷 q をかけると、$qE(r) = -\dfrac{\mathrm{d}qV(r)}{\mathrm{d}r}$

これは、電気力 $F(r) = -\dfrac{\mathrm{d}U(r)}{\mathrm{d}r}$ にほかならない。

また、保存力$\boldsymbol{F}$と位置エネルギーUの関係を積分形で表現すると

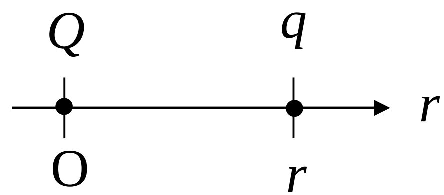
$$\int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = U(\boldsymbol{r})$$

位置 $\boldsymbol{r}$ から基準点 $\boldsymbol{r}_0$ に行くまでに保存力がする仕事が位置エネルギー$U(\boldsymbol{r})$

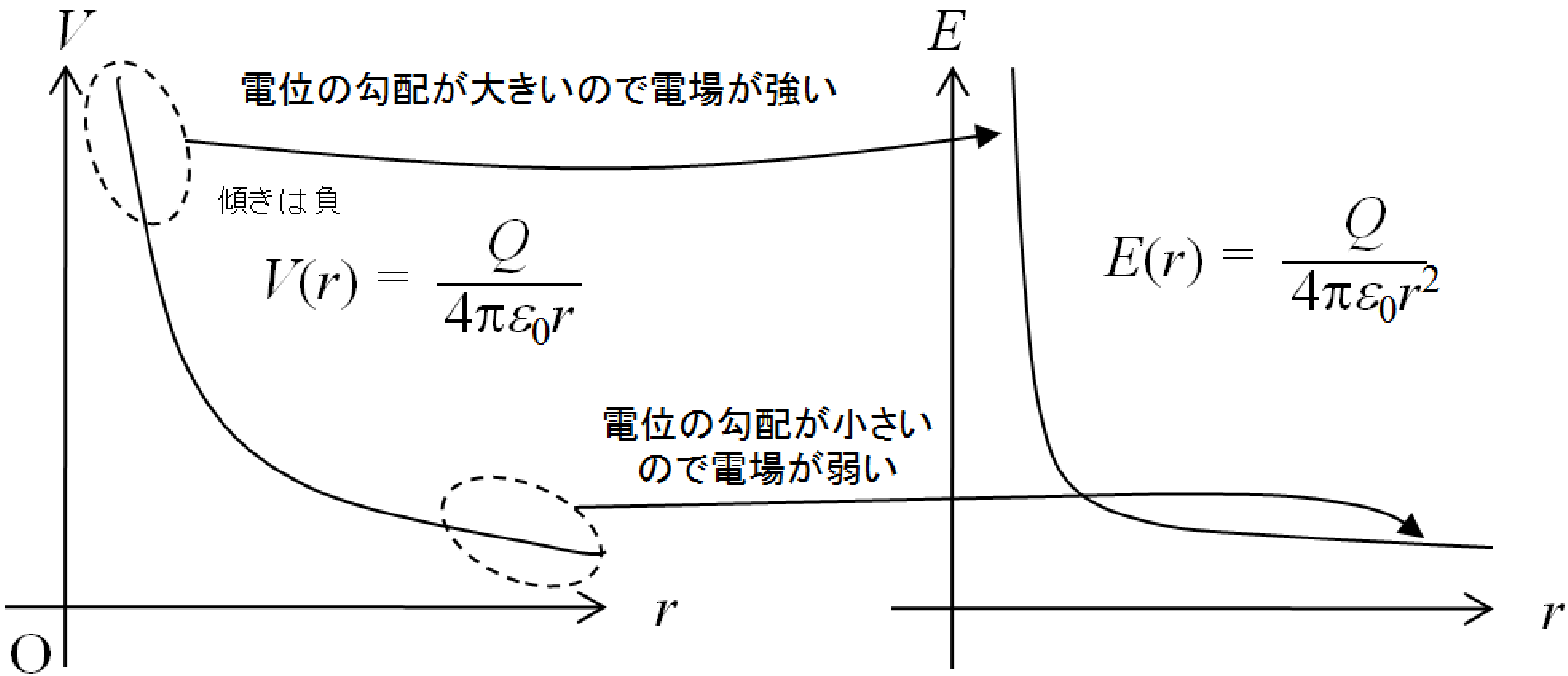
電場$\boldsymbol{E}$と電位Vの関係を積分形で表現すると

$$\int_{\boldsymbol{r}}^{\boldsymbol{r}_0} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = V(\boldsymbol{r})$$

点電荷の周囲の電位と電場



$$E(r) = -\frac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r}$$



$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

等電位面

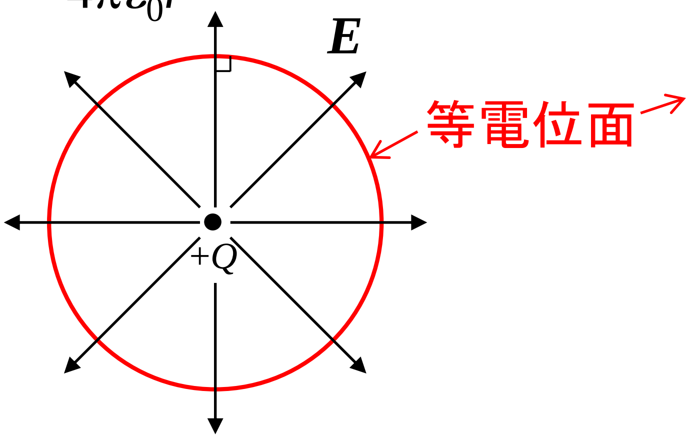
電位の等しい点を連ねたときにできる面

等電位線

等電位面上の任意の曲線

例1：点電荷の作る電場

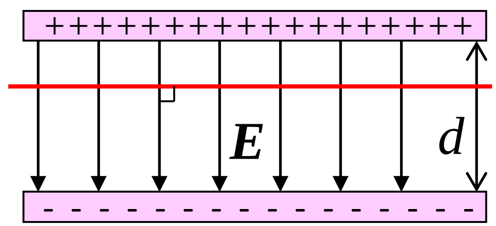
$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



点電荷を中心とする球面
（等電位面は電場と直交）

例2：平行板のつくる電場

電位：V_+

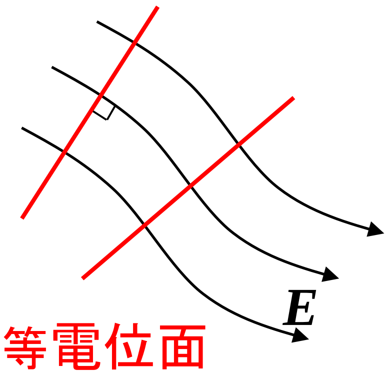


電位：V_-

平行板と平行な平面
（等電位面は電場と直交）

電位差 $V_+ - V_- = \boxed{Ed}$

例3：一般の電場
（複雑な電荷分布）



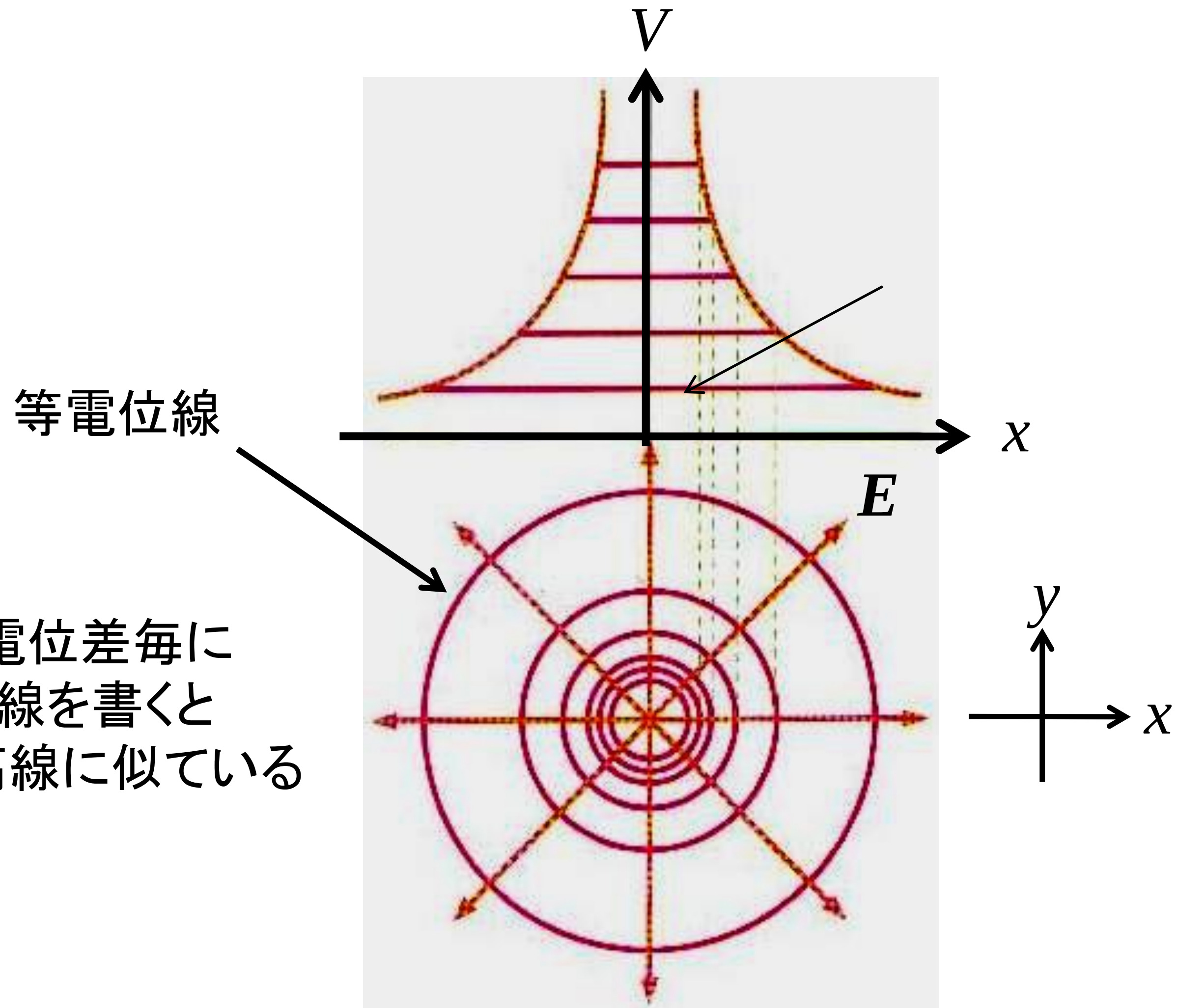
等電位面は
電場と直交

つづき

電場と等電位面は 直交 する。電場と等電位線も 直交 する。

直交しないと、等電位面にそった方向にも電場が存在する。（等電位と矛盾）

例: xy 平面の原点にある正の点電荷の周辺の電位 V



一定の電位差毎に
等電位線を書くと
地図の等高線に似ている

等電位線と地図の等高線の類似

対応関係

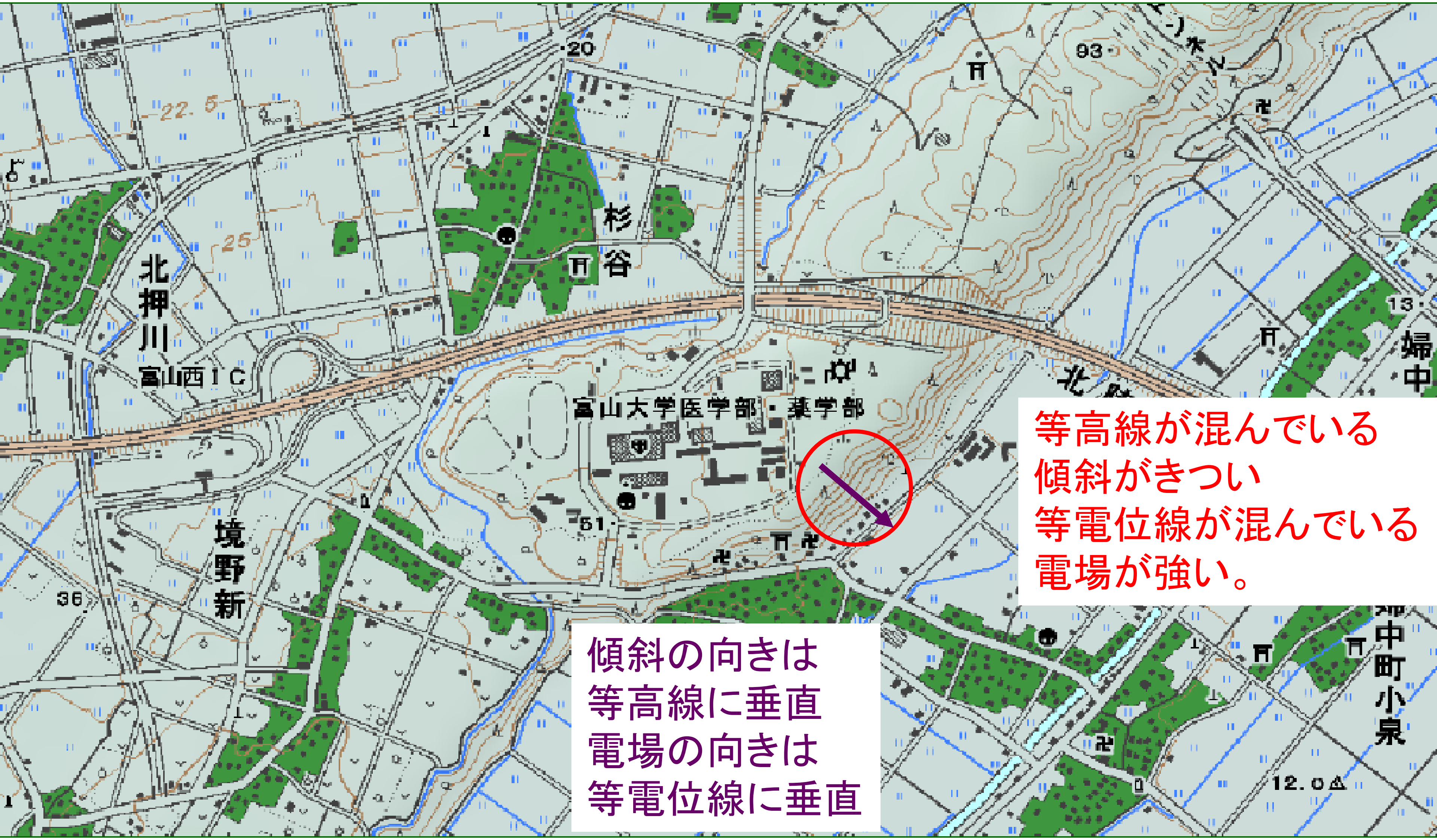
等電位線	等高線
電位	標高
電場	地面の傾斜
等電位線が混んでいる ‖ 電場が強い	等高線が混んでいる ‖ 傾斜が大きい
等電位線と電場は垂直	等高線と傾斜は垂直

問題：電気力と万有引力の対応関係（前回スライド⑯参照）において
電位に対応するものは何か？

電位は単位電荷あたりの位置エネルギー
対応するものは、単位質量あたりの位置エネルギー（特に名称はない）
地上においては、位置エネルギーは mgh なので、gh が対応する。

標高×9.8 が対応しているので、等電位線と等高線が類似するのは当然

大学付近の地図



等高線が混んでいる
傾斜がきつい
等電位線が混んでいる
電場が強い。

傾斜の向きは
等高線に垂直
電場の向きは
等電位線に垂直

1次元の場合の保存力 F と位置エネルギー U の関係

$$F(x) = -\frac{\mathrm{d}U(x)}{\mathrm{d}x}$$

3次元の場合の保存力 F と位置エネルギー U の関係

保存力$\boldsymbol{F} = (F_x, F_y, F_z)$ の各成分は、位置エネルギー U を偏微分することで導かれる

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

読み：デルユー
デルエックス

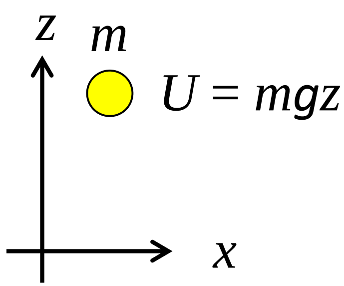
もう少し、丁寧に書くと・・・

$$F_x(x,y,z) = -\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial x} \qquad F_y(x,y,z) = -\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial y} \qquad F_z(x,y,z) = -\frac{\partial U(x,y,z)}{\partial z}$$

一般に位置エネルギー U は位置 x,y,z の関数になっている。

xで偏微分するというのは、y, z は定数と考えて x で微分すること。

問題:質量mの物体に作用する重力 $\boldsymbol{F}$ を位置エネルギーU を偏微分して求めよ。 ㉓
ただし、z軸を図のように鉛直上向きにとる。



$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = -mg$$

下向きに mg

$$\boldsymbol{F} = (\ 0,\ 0,\ -mg\ )$$

一般には保存力$\boldsymbol{F}$ は位置 x,y,z の関数であるが、この場合は定数(どこでも同じ値)
U の勾配がどこも一定だから

三次元の場合の電場 E と電位V の関係

電場 $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z)$ の各成分は、電位 V を偏微分することで導かれる

$$\boxed{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}}$$

もう少し、丁寧に書くと・・・

$$E_x(x,y,z) = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x} \qquad E_y(x,y,z) = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y} \qquad E_z(x,y,z) = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}$$

ナブラ: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ を用いると電場 $\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z) = -\nabla V$

（ベクトル微分演算子）

∇

と書く

$$\boxed{\boldsymbol{E} = -\nabla V}$$

グラディエント・ブイと読む

gradient : 勾配

両辺に q をかけると $q\boldsymbol{E} = -\nabla qV$

$$\boxed{\boldsymbol{F} = -\nabla U}$$

すべての保存力で成り立つ。

③

問題：電荷 Q が原点にある場合の電位 $V(\boldsymbol{r}) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ を x で偏微分して電場の x 成分 E_x を求めよ。

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}$$

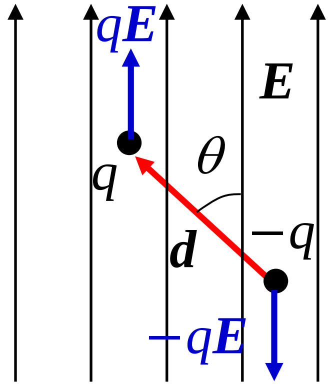
$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(-1/2)2x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{r^3}$$

同様に

$$E_y = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{y}{r^3} \quad , E_z = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{r^3}$$

$$\boldsymbol{E} = (E_x, E_y, E_z) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\boldsymbol{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

（電場のベクトル表示の式）



電気双極子

（きわめて接近している　正負の電荷の対）

電場は一様と考えてよい。

電気双極子モーメント：　$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$

（$\boldsymbol{d}$ は負電荷を始点、正電荷を終点とするベクトル）

一様な電場が電気双極子に作用する電気力

力のベクトル和 = 0（大きさが同じで向きが逆）で同じ作用線上にない ⇒ $\boxed{\text{偶力}}$

偶力のモーメントは、支点をどこにとっても同じ

支点を負電荷の位置にとると、正電荷に作用する力のモーメント

力のモーメントの定義　$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{d} \times q\boldsymbol{E} = q\boldsymbol{d} \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}$　　（$N = -pE\sin\theta$）

負電荷に作用する力のモーメントは 0 。なぜなら、$\boldsymbol{r} = 0$

問題：正電荷の位置を支点にとって、上の電気双極子に作用する電気力のモーメントを求めよ。

正電荷に働く力のモーメントは $\boldsymbol{r} = 0$ なので $\boldsymbol{N} = 0$

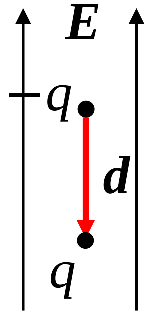
負電荷に働く力のモーメントは

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = -\boldsymbol{d} \times (-q\boldsymbol{E}) = \boldsymbol{d} \times q\boldsymbol{E} = q\boldsymbol{d} \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}$$

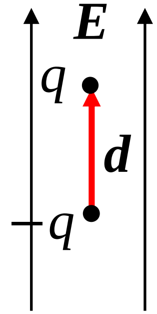
一様な電場中における電気双極子の位置エネルギー U ⑤

教科書では、位置エネルギー V を用いているが電位 V と混同するので U を用いる。

電気双極子には電気双極子モーメント $\boldsymbol{p}$ を電場 $\boldsymbol{E}$ と同じ向きにするように偶力が働く。



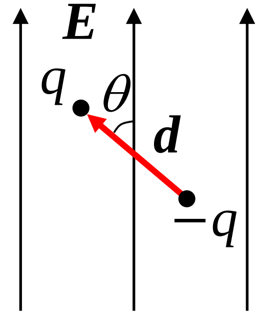
$U = pE$



$U = -pE$

（最も安定な向き）

位置エネルギー小さい



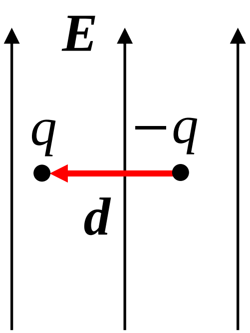
一般的には

$U = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$

$U = -pE\cos\theta$

電荷の合計は 0 なので、位置エネルギー U はその場所の電位 V には無関係

電荷 q の場合は $U = qV$



位置エネルギーの基準点（$U = 0$）: $\theta = \pi/2$

正負の電荷が同じ電位にあるときを選ぶ。

位置エネルギー U と力のモーメント N の関係

$$F = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} \qquad N = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\theta}$$

直線⇔回転の対応関係で公式を知らなくてもわかる。

直線運動	回転運動
質量 m	慣性モーメント I
位置 x	角位置 θ
力 F	力のモーメント N
速度 v	角速度 ω
加速度 a	角加速度 α
運動量 $p = mv$	角運動量 $L = I\omega$

（例）運動エネルギー：　$\frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}I\omega^2$

仕事：$Fx \Leftrightarrow N\theta$

問題: $U=-pE\cos\theta$ を使って$N=-pE\sin\theta$を導け。 ⑦

$$N=-\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}\theta}=-(-pE)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}(\cos\theta)=pE(-\sin\theta)=-pE\sin\theta$$

問題: $N=-pE\sin\theta$ を使って$U=-pE\cos\theta$ を導け。

ヒント:位置エネルギーは基準点に戻るまでに保存力がする仕事

$$U(\boldsymbol{r})=\int_{r}^{r_0}\boldsymbol{F}_{保}(\boldsymbol{r})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s} \Leftrightarrow U(\theta)=\int_{\theta}^{\pi/2}N\mathrm{d}\theta=\int_{\theta}^{\pi/2}-pE\sin\theta\,\mathrm{d}\theta=-pE\left[-\cos\theta\right]_{\theta}^{\pi/2}$$

$$=pE\left[\cos\theta\right]_{\theta}^{\pi/2}$$

$$=pE(0-\cos\theta)$$

$$=-pE\cos\theta$$

第17章　導体と静電場　（p214）

導体

電気を伝える物質

例：金属・電解質溶液

金属中の自由電子（伝導電子）や
電解質溶液中の正，負のイオン等
自由に物質内を動き回る自由電荷がある。

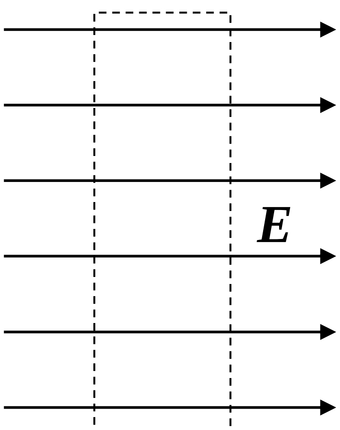
絶縁体・不導体

電気を伝えない物質

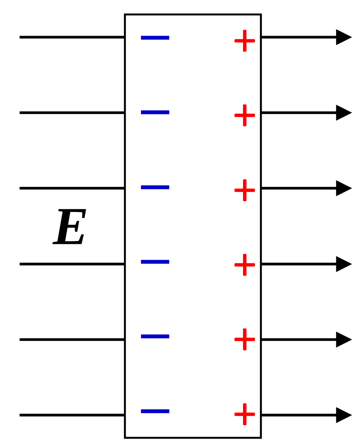
例：ゴム・プラスチック等

自由電荷ない
（第18章で勉強）

導体の性質①　平衡状態では導体中の電場は０である



①金属中の自由電子は左に移動する。
②金属の左側表面に電子が集まり、
右側表面は電子が不足する。
③表面の電荷が金属中に逆向きの
電場を作る。金属中の電場が０に
なるまで自由電子の移動が起こる。



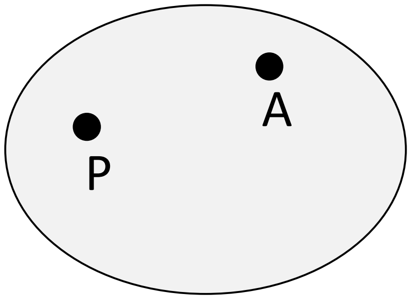
十分な時間が経って平衡状態になれば、導体中の電場は０となる。
実際には移動はあっという間に終わる

導体の性質②

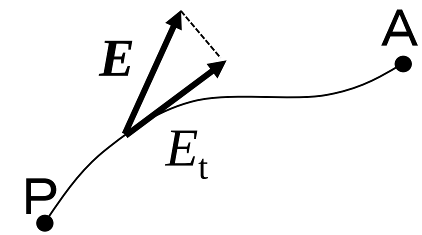
平衡状態では，ひとつの導体のすべての点は等電位である。

導体中に点Pと点Aをとると
点Pと点Aの電位差は

$$\int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{\mathrm{P}}^{\mathrm{A}} E_t\,\mathrm{d}s = V_{\mathrm{P}} - V_{\mathrm{A}} = 0$$



金属内は、どこも $\boldsymbol{E} = 0$ なので、
金属内の電位差はない（等電位）。



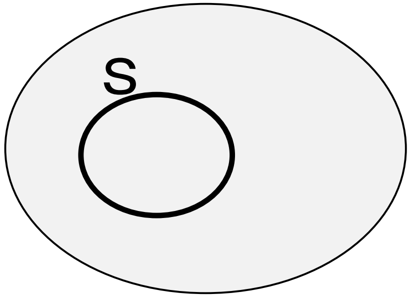
導体の性質③

導体内部の電荷密度は 0 である。

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \iint_{\mathrm{S}} E_{\mathrm{n}}\,\mathrm{d}A = \frac{Q_{\mathrm{in}}}{\varepsilon_0}$$

導体内部の任意の閉曲面Sを考える。電場のガウスの法則より、

（閉曲面Sの内部の全電荷）＝$\varepsilon_0 \iint E_{\mathrm{n}}\,\mathrm{d}A = 0$（導体中はすべての点で $E = E_{\mathrm{n}} = 0$）



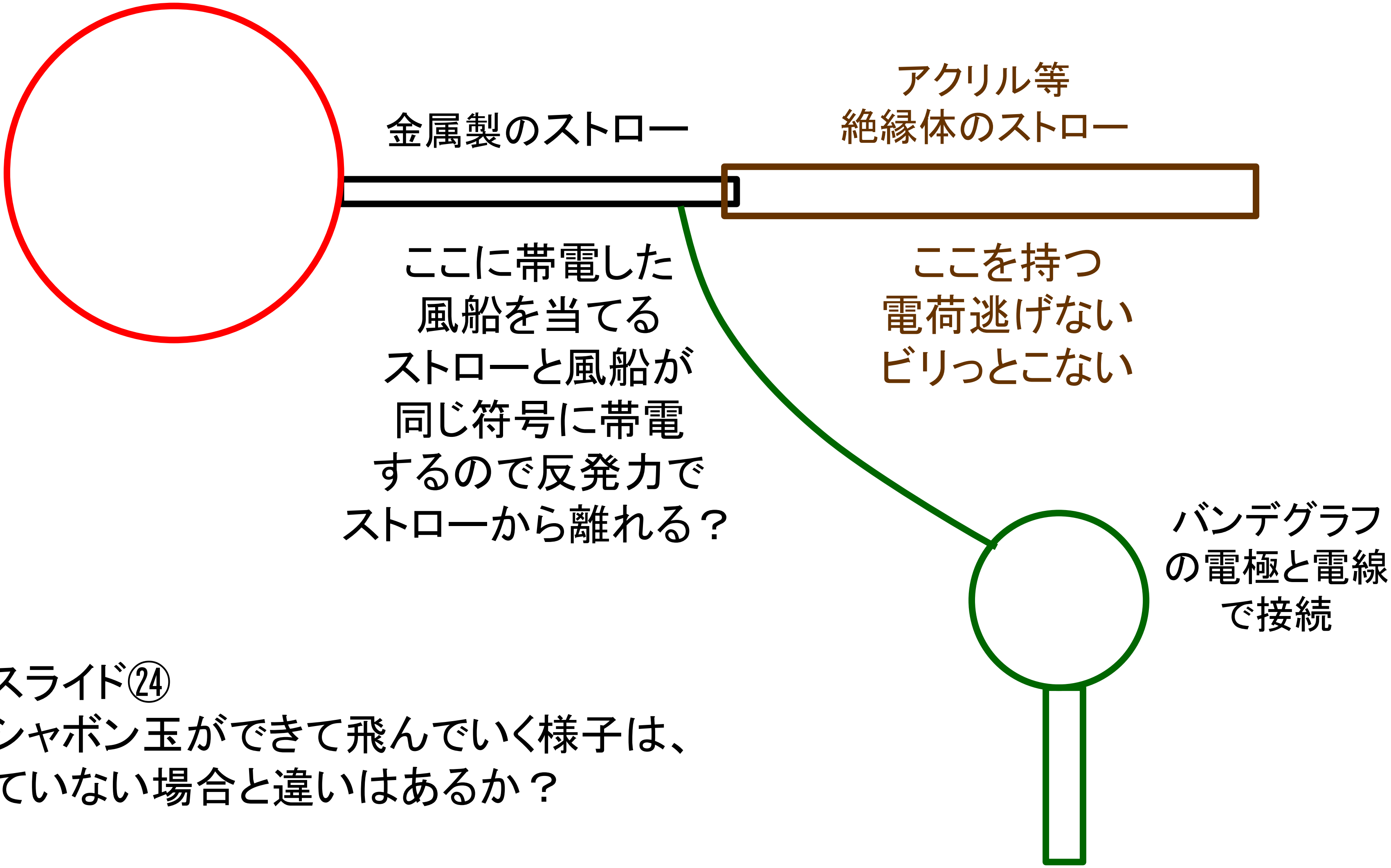
任意の閉曲面内の電荷が 0 なので、導体内部の電荷密度は 0

注：内部は 0 だが、導体表面はあってもよい。前頁に図参照

不思議なシャボン玉の作り方
割れたシャボン玉の破片回収

解説・実験

以前、帯電したシャボン玉の作り方で、帯電したストローでつくるという意見がありましたが、
まさに、その方法



第３回スライド㉔
問題：シャボン玉ができて飛んでいく様子は、
帯電していない場合と違いはあるか？

問題

シャボン玉に写りこんでいる周囲の風景
いったいどんな風に反射している？
興味のある人は考えてみて下さい。
（今回のQ&Aで不思議に思いました）

こんなのもありました。
面白いものがたくさんありますね。

http://favo-to-to.com/knowledge/16885/