

Q & A

中間試験は 12/6 (木) でよいという意見が多かったのでこの日にします。
この授業の枠の2限目に、この教室で行います。

Q: 気が早いですがレポートの締め切りはいつですか？

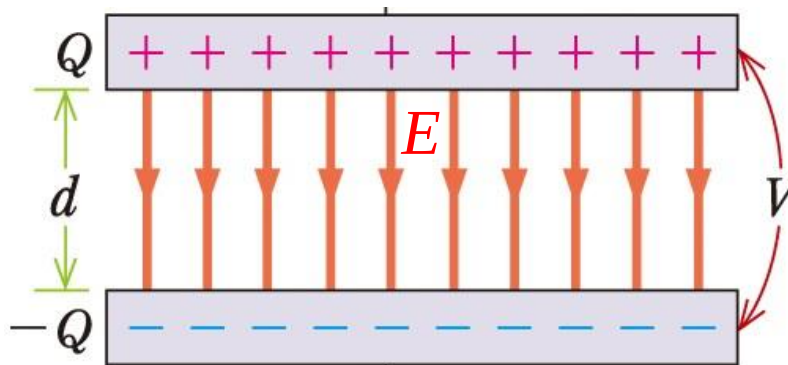
A: 期末試験が始まる2週間くらい前にしようと思っています。意見や希望があったら、出席表に書いておいて下さい。

Q: そもそも、放電すると光が出るのはなぜですか？

A: 放電の電流を担っているのは主に電子です。電子が電場で加速され、気体分子に衝突して分子を励起し、その分子が基底状態に戻るときに発光します。

Q: 電気容量 C が極板間の間隔 d に反比例する理由がわかりません。

A: 極板間の間隔 d を半分にすると、極板間の電場 E は変化しないので、極板間の電位差 $V (= Ed)$ も半分になる。半分の電位差で同じ電荷 $Q \rightarrow$ 電気容量 C は2倍



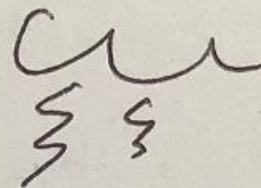
$$Q = \overset{\text{2倍}}{C} \overset{\text{半分}}{V}$$

変わらない

ソフトボールの入会中、雷の音が聞こえたときに

反対の髪を見ると、みんな同じ方向に髪が立っていた。

おそらく雷の方向に立っていたのでは。



A: 地面は等電位ですので、
電場は地面に垂直です。
逆立って風でなびいたのかな。

木暮理太郎『山の憶い出』
・・・頭の毛は猪の怒り毛のように逆立ち・・・

立山に登山した方のブログより転載→

そして、雨...！
さらに、雷...!!!!
髪も逆立つ...!!!!



Q: もし、シャボン玉が蒸発で割れるなら、一部分から割れ始めるのはおかしいと思います。シャボン玉の厚みに違いがあるのですか？

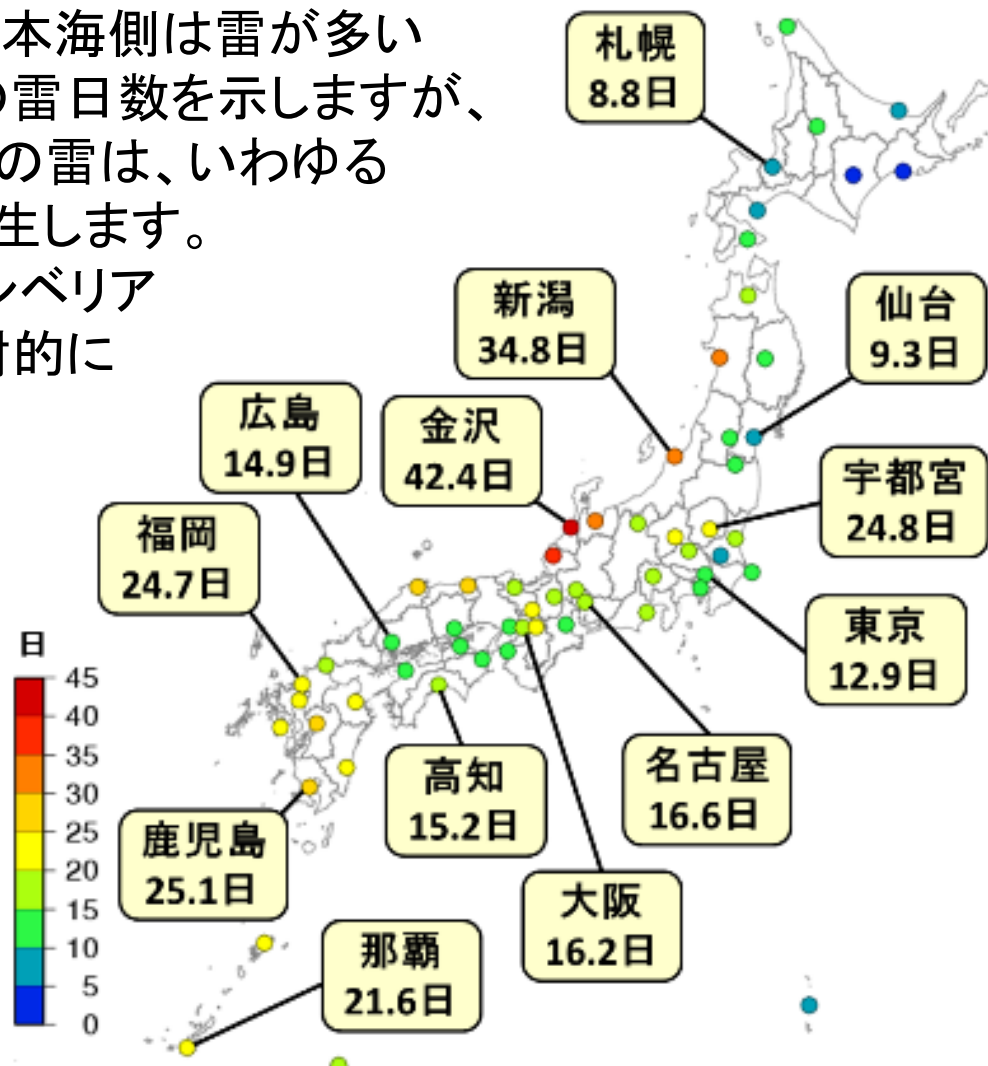
A: 重力のため、シャボン玉は上が薄く、下が厚いです。ですから、風のない静かな状況では、上から割れ始めます。(動画参照)



Q & A

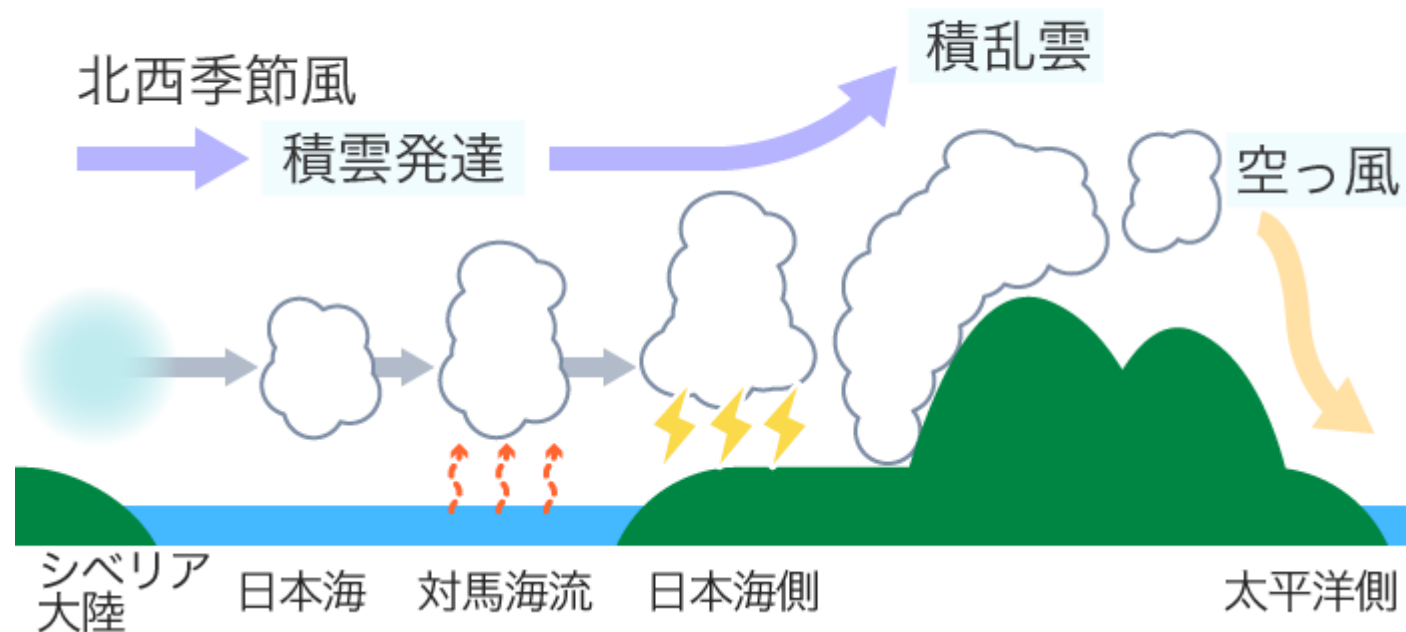
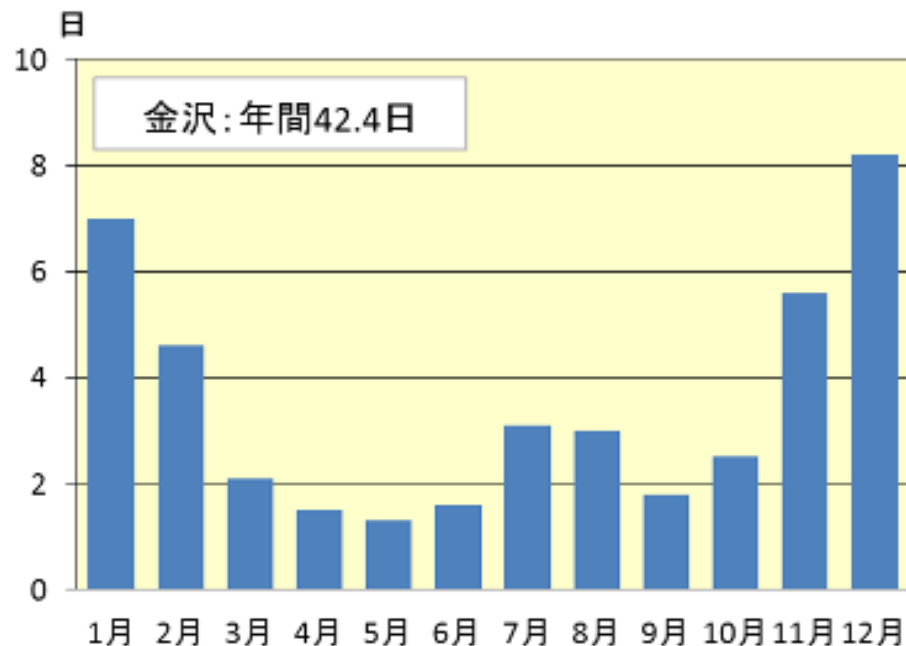
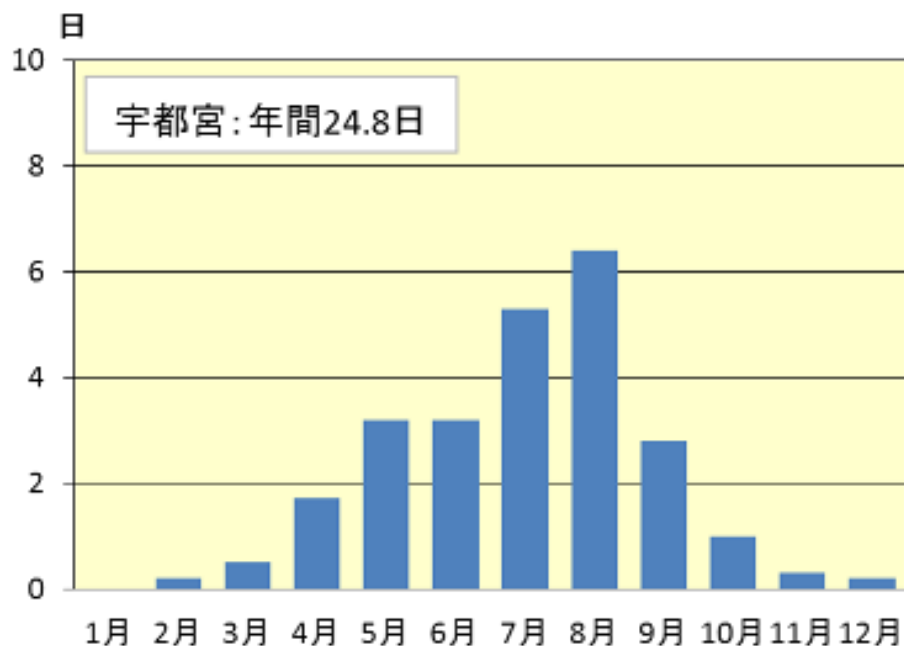
Q: 富山だと「ぶりおこし」が有名ですが、なぜ冬の日本海側には雷が多いのですか

A: 「ぶりおこし」ってわかりますか？ 富山や石川の人以外は、わからないかもしれませんね。私は北陸でも敦賀(福井県)で育ったので、「雪おこし」といいます。冬の雷のことで、冬の始まりの合図の意味もあります。右下の図は雷を観測した日数の平年値です。確かに、日本海側は雷が多いことがわかります。次のスライドに月別の雷日数を示しますが、確かに冬に多いことがわかります。一般の雷は、いわゆる夏の夕立で、宇都宮のように夏に多く発生します。西高東低の冬型の気圧配置のときは、シベリアから北西の冷たい風が吹きますが、相対的に温かい日本海で、積雲が発達し、積乱雲(雷雲)となって日本海側に雷と雪をもたらします。



月別雷日数の平年値

②



手作りキャパシターで実験①

③

実験①: 実際にテスターで容量を測定してみる。 7×10^{-10} F

問題①: バン・デ・グラフで充電するにはどうすればよいか？

手(0 V)で外側を握って
内側の電極をバンデグラフの電極に接触

問題②: 静電気(摩擦電気)で充電するにはどうすればよいか？例えば静電気で負に帯電した塩化ビニルの棒を使って

塩化ビニルの棒を内側の電極にこすりつける。

塩化ビニルは絶縁体なので、一部を触れただけでは、その周辺の一部の電荷しか、集まらない。机(0 V)に置いて行えば、外側は0 V

手作りキャパシターで実験②

④

実験②: 充電したキャパシターで火花と飛ばしてみる。火花が飛んだ距離: 1 mm

問題③: 上の結果から極板間の電位差を計算せよ。(3万V/cm) 3000 V

問題④: あまり大きな電位差にならないのはなぜか。

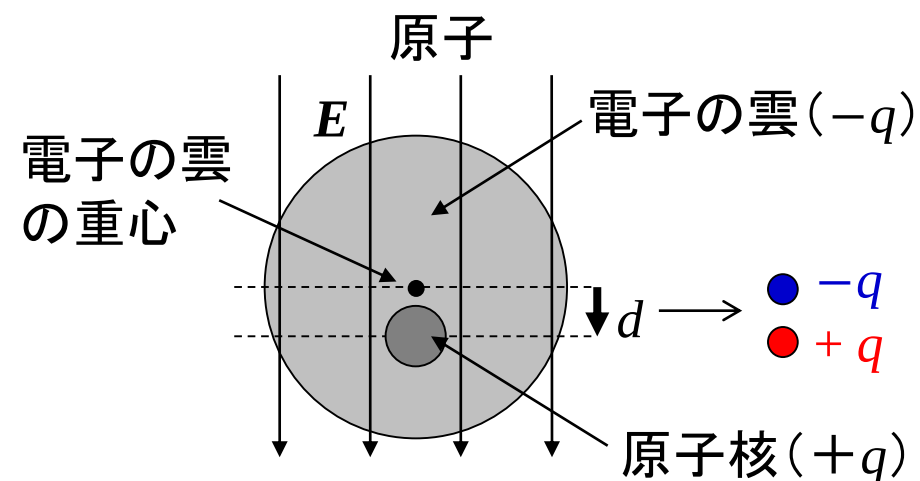
コロナ放電で電荷が逃げる

問題⑤: 火花が飛ぶ前にキャパシターに蓄えられていた電荷を求めよ。
キャパシターの電気容量は、③の測定値を使え

$$Q = CV = 7 \times 10^{-10} \times 3000 \div 2 \times 10^{-6} \text{ [C]}$$

問題⑥: 火花が飛ぶ前にキャパシターに蓄えられていたエネルギーを求めよ。

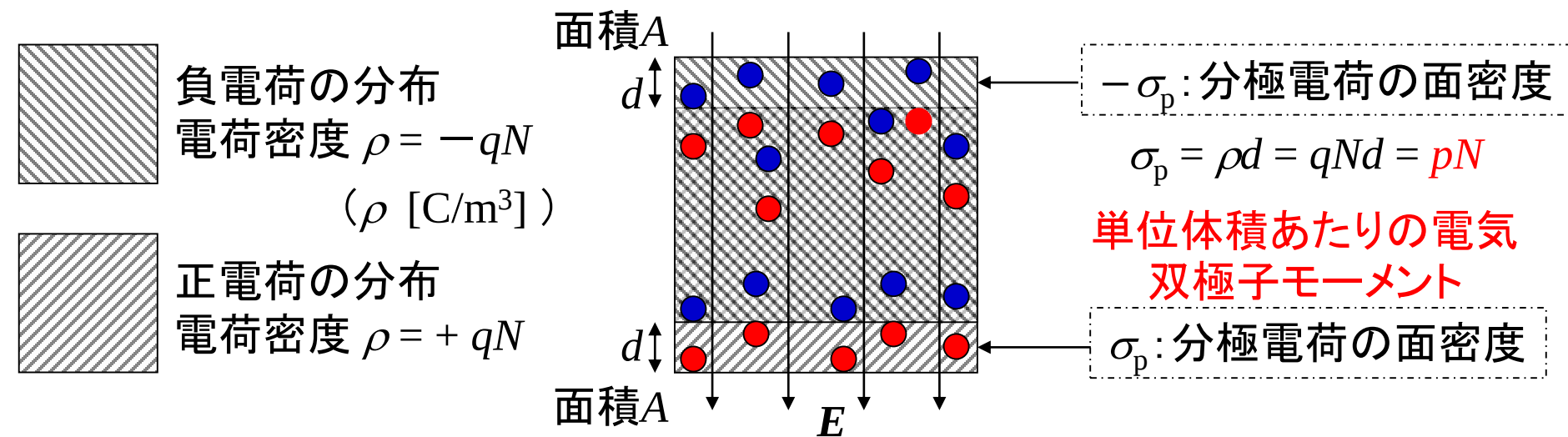
$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = 3 \times 10^{-3} \text{ [J]}$$

分極 P (新しい物理量)

電場中の原子は電気双極子となる。

電気双極子モーメント: $p = qd$

単位体積あたりの構造体数(分子・原子数)を N とすると (N 個/ m^3)



分極

P : 誘電体の単位体積中の電気双極子モーメント $P = pN = \sigma_p$

誘電率

 ϵ_r ϵ_0 ϵ

ある物体の比誘電率と真空の誘電率との積をその物体の
(電気定数)

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

誘電率

という

真空の比誘電率は 1 なので「真空」の「誘電率」は、 $\epsilon = 1 \times \epsilon_0 = \epsilon_0$ である。

極板間の物質の誘電率

極板間の物質の比誘電率

例：平行板キャパシターの容量 $C = \epsilon_r C_0 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon A}{d}$

(誘電体有)

極板間が真空でも
誘電体で満たされて
いても成り立つ表現

極板間が真空の場合の電気容量 $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

例：平行板キャパシターの極板間の電場の強さ $E = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon}$

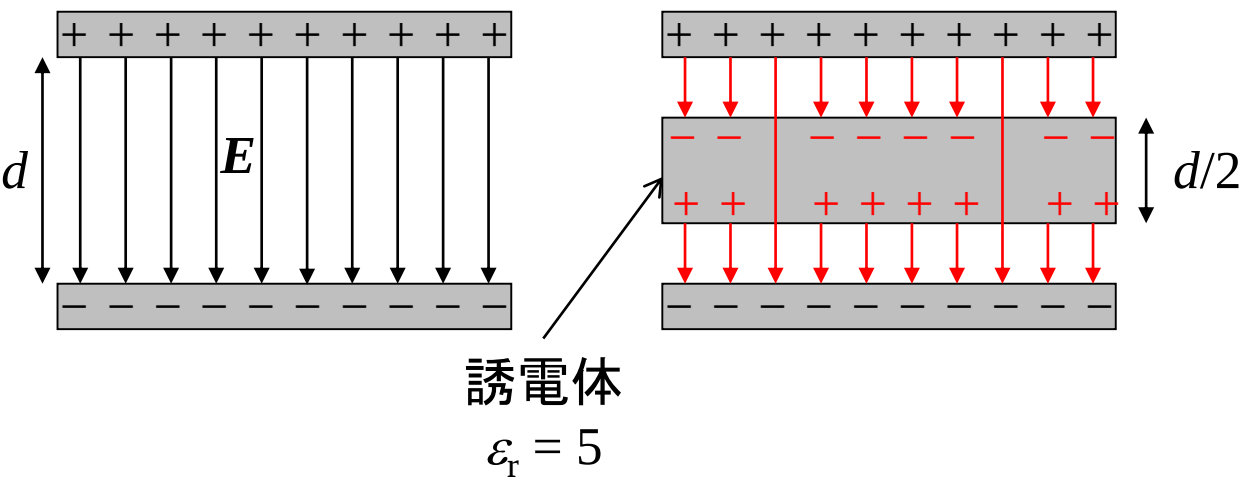
(誘電体有)

極板間が真空の場合の電場の強さ $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

(電気定数)

ϵ_r は物体の誘電率の真空の誘電率に対する比なので、比誘電率という $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

問題: 右のキャパシターの電気容量は、左のキャパシターの何倍か?
また、右の図に分極電荷と電気力線を数を考慮して書き込め。



比誘電率 $\epsilon_r = 5$ の
誘電体中の電場の
強さは5分の1

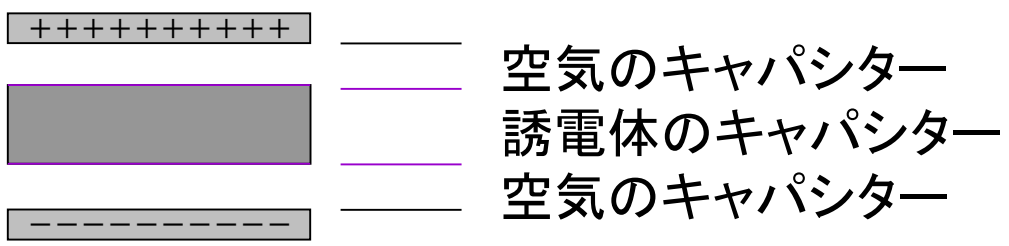
極板間の電位差: Ed

極板間の電位差: $E \times \frac{d}{2} + \frac{E}{5} \times \frac{d}{2} = \frac{3}{5} Ed$

極板上の電荷 Q は右と同じで、

$Q = CV$

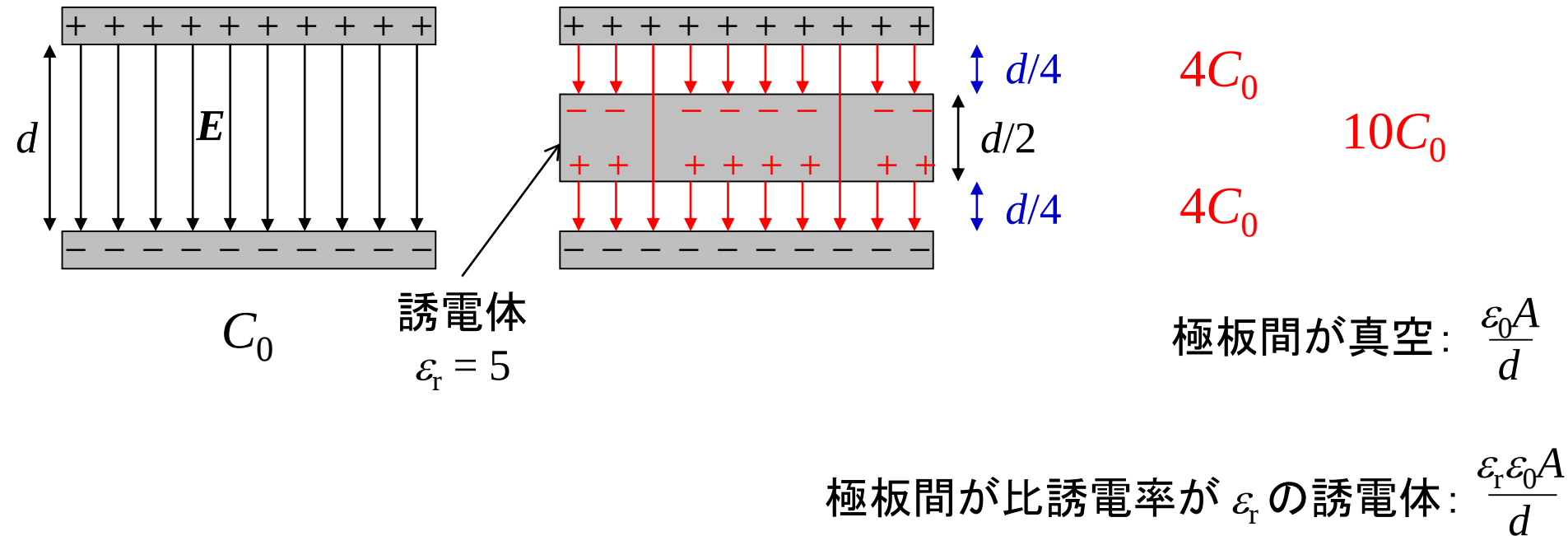
極板間の電位差 V は $\frac{3}{5}$ 倍 $\rightarrow$ 電気容量 C は $\frac{5}{3}$ 倍



この3つのキャパシターの
直列と考えることもできる。

薄い金属を入れても容量は変化しない

問題：右のキャパシターの電気容量は、左のキャパシターの何倍か？
3つのキャパシターの直列として導け。



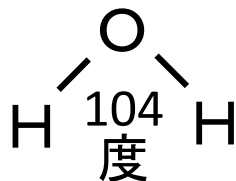
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{4C_0} + \frac{1}{4C_0} + \frac{1}{10C_0} = \frac{5+5+2}{20C_0} = \frac{3}{5C_0}$$

$$C = \frac{5}{3} C_0$$

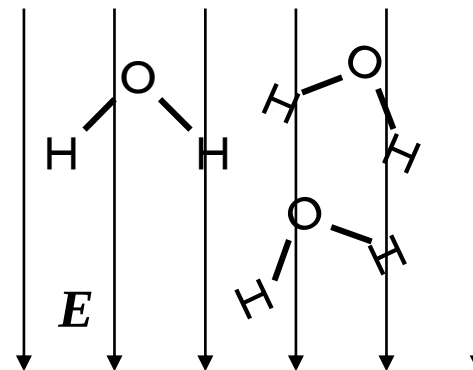
この方法は、 $d/4$ なら有効だが、きりの良くない数値の場合は面倒。⑦の方法はOK

極性分子の場合(例: 水 $\epsilon_r = 80@20^\circ\text{C}$)

共有結合電子は酸素原子に
引き寄せられているので
酸素原子は-に帯電



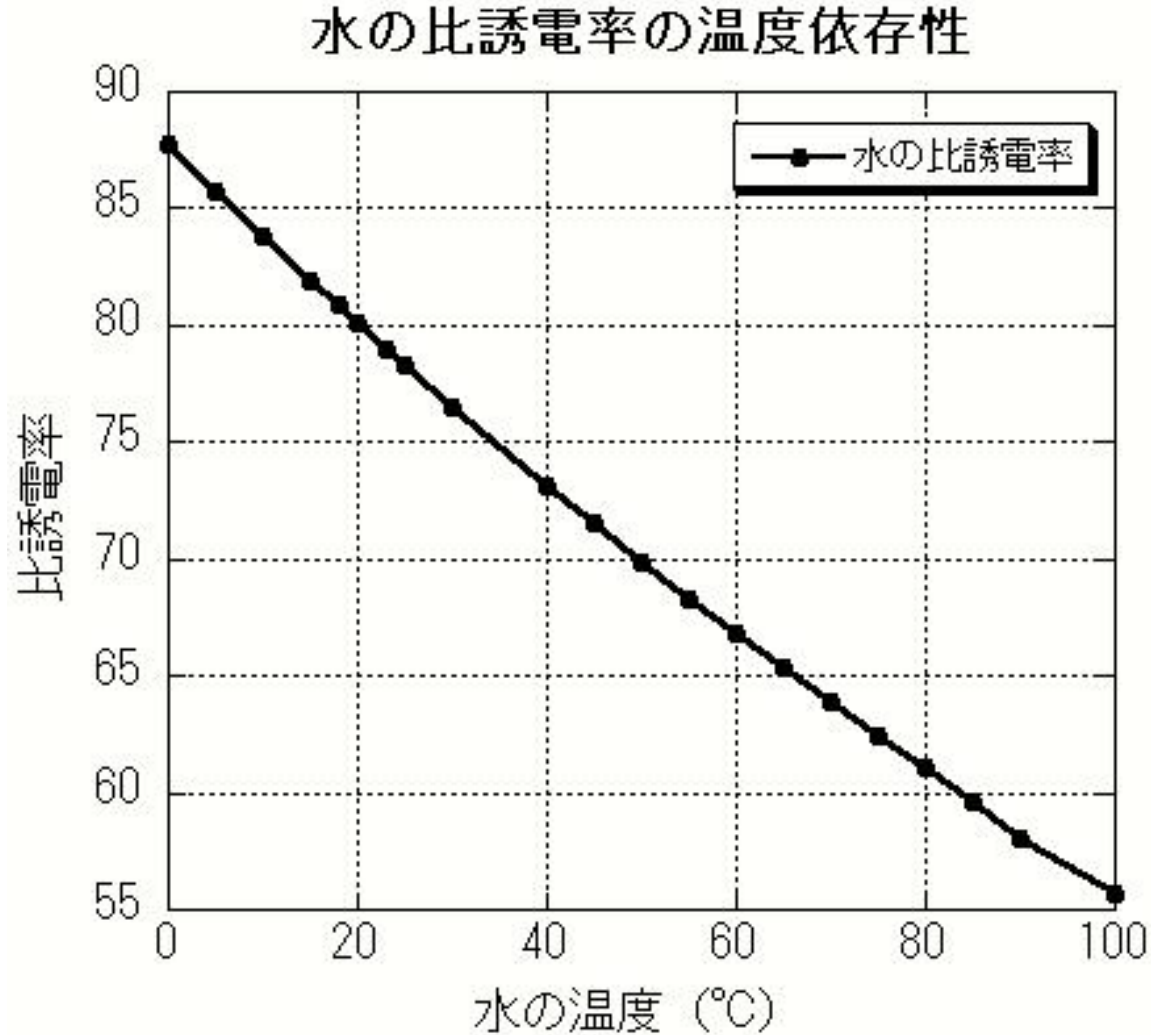
水素原子は+に帯電



水も無極性分子の場合と同様に、前ページのように電子雲と原子核の位置関係が電場でずれることによって分極するが、右図のように分子が整列する効果の方が大きい

問題: 水の比誘電率は、右図のような温度変化をする。温度が上がると比誘電率が下がる原因を推理せよ。ヒント: 温度は分子運動の激しさ

温度が高い
↓
分子の整列が乱される



比誘電率 ϵ_r はつねに 1 より大きく、物質の種類と温度だけで決まる定数(復習)
多くの物質の比誘電率は、温度に大きく依存しない。(水は極性分子で例外的)

静電気(摩擦電気)で帯電させた棒を流れ落ちる水に近づけてみる。

動画参照

水流に帯電した物体を近づけると、動画のように面白い程よく曲がります。
このとき、何が起きているかは、なかなか難しいです。

- ①水道水はイオンも含むので静電誘導が起きているのかもしれませんが、
- ②誘電分極が支配的かもしれません。

このときの水流や棒の付近の電場や電位がどうなっているのかも含め、
難しい問題です。私もよくわかりません。

みなさんも考えてみて下さい。

また、この問題に関して①or②の判別方法のアイデアや
何か意見、情報等があれば出席票に書いておいて下さい。



電束密度 (p227)

電場 E はすべての電荷 Q (自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_p) によってつくられる。

自由に動ける電荷
例: 金属中の自由電子

誘電体の表面に現れる電荷
原子・分子等に固定されている。

電場のガウスの法則: $\iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$

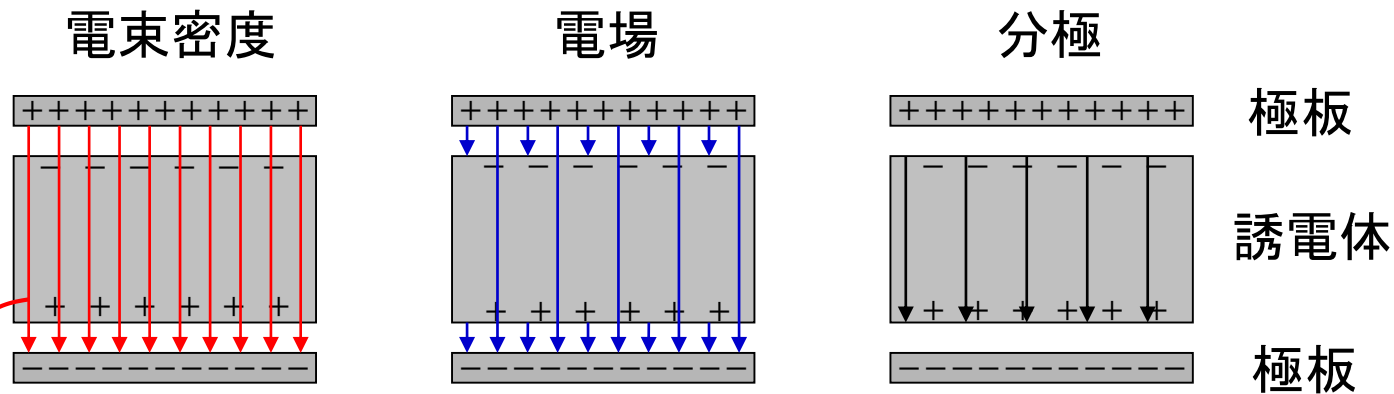
Q : 閉曲面 S の内部の総電荷
(自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_p)

電場のガウスの法則は、物質中でも真空中でも常に成り立つ

自由電荷 Q_0 だけに関係した量(**電束密度** D)があると便利な場合がある。

このような物理量は電場 E と分極 P を使って実現できる。

$$D = \epsilon_0 E + P$$



$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

E と P は単位が違うのでそのままでは足し算できない。
 E には ϵ_0 をかけて単位を揃えてある。 D と P は同じ単位 (C/m²)

電束線：電束密度の様子を表す
 電束線は正の**自由電荷**に始まり、
 負の**自由電荷**で終わる

電気力線：電場の様子を表す
 電気力線は正の**電荷**に始まり、
 負の**電荷**で終わる

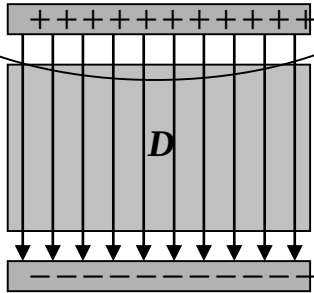
図の分極 P の矢印は、あまり使わないが「分極の力線」

電束密度のガウスの法則

閉曲面 S

自由電荷: $Q_0 = \sigma A$

自由電荷の面密度: $+\sigma$



電束密度の法線方向成分

プサイ

$$\psi_E = \iint_S D_n dA = Q_0$$

閉曲面 S から出てくる電束
(電束線の数)

閉曲面 S の内部の
全自由電荷 Q_0
(分極電荷は含まない)

名称の対応:

電場 E
電気力線
電気力線束 Φ_E

電束密度 D
電束線
電束 ψ_E (電束線束とはいわない)

真空中においては、全電荷 $Q =$ 全自由電荷 Q_0 である。

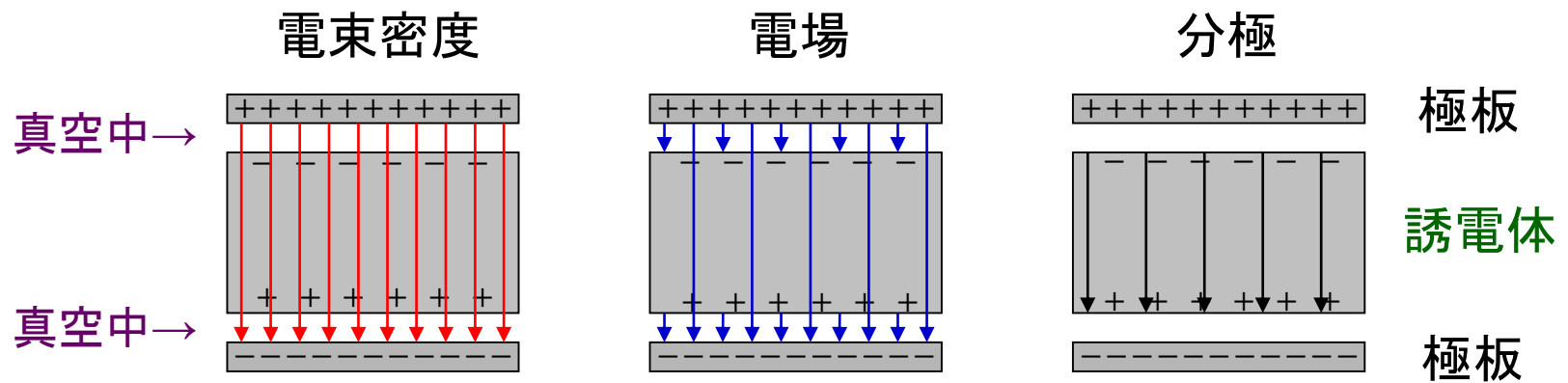
また、 $P = 0$ なので $D = \epsilon_0 E$ である。よって、

$$D = \epsilon_0 E + P$$

$$\iint_S D_n dA = \iint_S \epsilon_0 E_n dA = Q_0 = Q$$

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

真空中では電束密度のガウスの法則は
電場のガウスの法則に一致する。



$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

力線の密度: 真空中 1 : 1 : 0

力線の密度: 誘電体中 1 : $1/\epsilon_r$: $1 - 1/\epsilon_r$

($\times \epsilon_r$) ϵ_r : 1 : $\epsilon_r - 1$

カイ
 $\chi_e = \epsilon_r - 1$ を電気感受率という。

電束密度 $\mathbf{D}$ と 電場 $\mathbf{E}$ の関係: 真空中: $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$
誘電体中: $\mathbf{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$ (真空中も成り立つ)

分極 $\mathbf{P}$ は、 $\epsilon_0 \mathbf{E}$ の χ_e 倍なので、 $\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E}$ (電場に比例)

(問題) 比誘電率 ε_r が 5 のガラスの場合
(ガラスにも色々あるので、比誘電率は様々)

問題①: 電気容量が C_0 の平行板キャパシターに隙間なくガラスを挟み込んだ。
キャパシターの電気容量はいくらになったか?

答: $5 C_0$

問題②: ガラスを挟み込む前の極板間の電場 E の強さを E_0 とすると、ガラスを挟み込んだ後の電場 E の強さはいくらか?

答: $\frac{1}{5} E_0$

問題③: ガラスを挟み込む前と後の電束密度 D の大きさはいくらか?

答 前: $\varepsilon_0 E_0$ 後 $\varepsilon_0 E_0$

問題④: ガラスの電気感受率 χ_0 はいくらか?

答: $\chi_e = \varepsilon_r - 1 = 4$

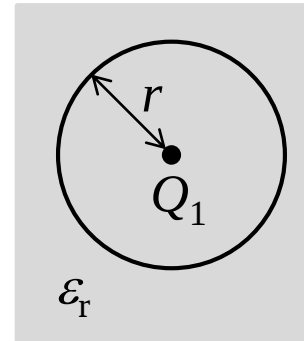
問題⑤: ガラスを挟み込んだ後のガラスの分極 P の大きさはいくらか

答: $P = \chi_e \varepsilon_0 E = 4 \varepsilon_0 E$

例題1 (p228) ① 比誘電率が ε_r の誘電体の内部(原点)に点電荷 Q_1 がある。⑰
 原点から距離 r の地点(誘電体内)の電束密度の大きさ $D(r)$ を求めよ。
 (具体例: 水中の陽イオンや陰イオン)

原点を中心とする半径 r の球面から外に出ていく電束は $\psi_E = D(r) \times$ 球面の表面積

$$D(r) = \frac{\text{電束 } \psi_E}{\text{球の表面積}}$$



電束密度のガウスの法則より、上の式の ψ_E は Q_1 $D(r) = \frac{Q_1}{4\pi r^2}$

② 原点から距離 r の地点(誘電体内)における電場の強さ $E(r)$ を求めよ。

$$D = \varepsilon E \quad E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad E(r) = \frac{Q_1}{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 r^2} \quad \text{真空中の場合の } \frac{1}{\varepsilon_r}$$

電場は分極電荷を含む全電荷が関係する。この場合、分極の大きさは半径 r によって変化しており、平行板キャパシターのように簡単に分極電荷を計算できない。

- ③原点から距離 r の地点(誘電体内)に電荷 Q_2 があるとき、
点電荷 Q_1, Q_2 の間に働く電気力の大きさを求めよ。

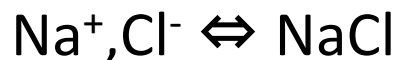
$$F = qE \quad \text{なので} \quad F = Q_2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} \quad \left(\text{真空中の場合の} \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

誘電体中では、電気力は真空中の $\frac{1}{\epsilon_r}$ になる。

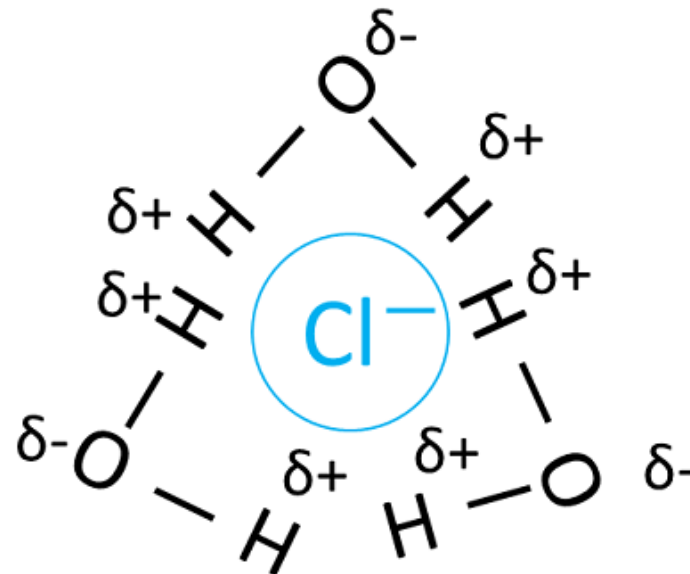
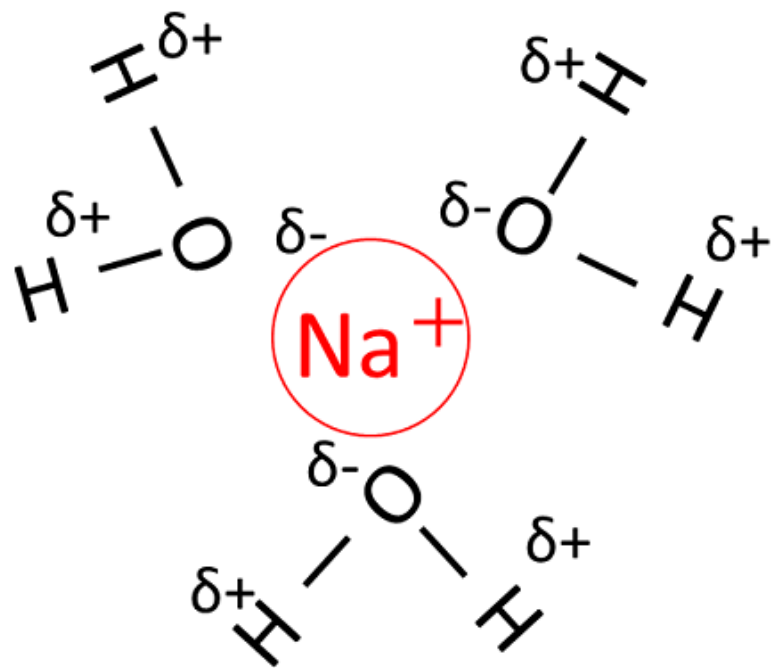
NaCl(塩, イオン結合)は水 $\epsilon_r = 80$ には溶けるがベンゼン $\epsilon_r = 2.3$ には溶けない

理由は、 Na^+ と Cl^- の間の引力が水中では $\frac{1}{\epsilon_r}$ になるため、

下の反応において左方向に進みやすい。(イオンになりやすい＝溶けやすい)

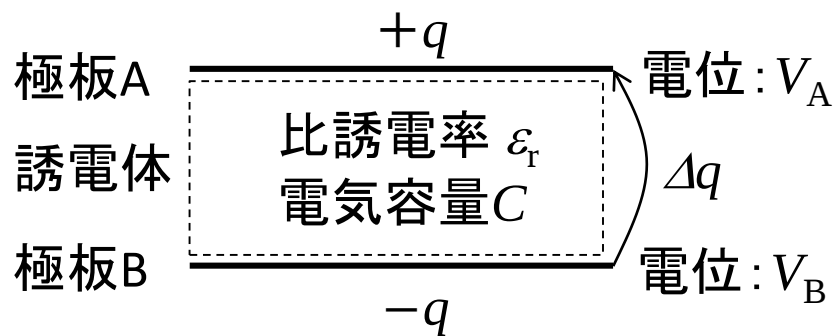


同じことを、絵で表現すると...



このように、イオンが水分子が結合することを**水和**といい、水和しているイオンを**水和イオン**いう。

平行板キャパシターの極板間に誘電体がある場合に蓄えられるエネルギー (20)



誘電体を入れると電気容量 C は ϵ_r 倍に増える。その C を含む式は誘電体が無い場合と全く同じ

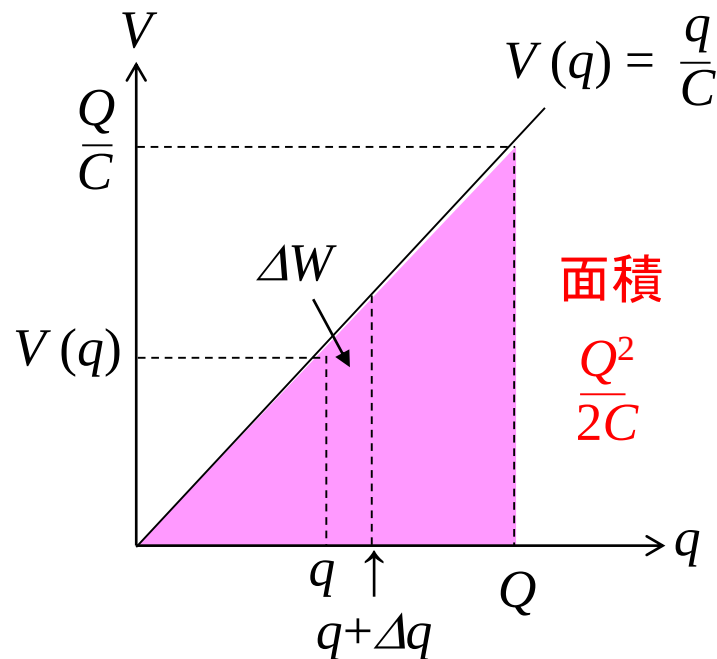
極板Bから電荷 Δq を極板Aに移動(充電)するのに必要な仕事を ΔW とすると

$$\Delta W = V(q) \Delta q = \frac{q \Delta q}{C} \quad (\text{右図参照})$$

充電の際は通常外部の導線を通して行われる

電荷を移動して極板の電荷量を 0 から $\pm Q$ にするために必要な仕事 W は、

$$W = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right] = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2 \quad (Q = CV)$$



キャパシターに蓄えられるエネルギー $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2$

誘電体無しの場合と同じ

C の値は真空の場合の ϵ_r 倍になっている。

比誘電率 ε_r の誘電体で内部を満たされた平行板キャパシタの 単位体積あたりのエネルギー

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d} \text{、} V = Ed \text{ なので}$$

$$(\text{Eが同じ時}) \quad U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 (Ad)$$

極板間の体積は Ad なので、単位体積あたりのエネルギー u_E は、

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED$$

$$(D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E = \varepsilon E)$$

真空の場合: $\varepsilon_r = 1, \varepsilon = \varepsilon_0, D = \varepsilon_0 E$
真空の場合も成り立っている。

$$(\text{参考}) \text{極板間が真空の場合: } u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \text{ (電場のエネルギー)}$$

(参考) 試験に出ません

$$\text{真空との差: } \frac{1}{2} \chi_e \varepsilon_0 E^2 \text{ (誘電体を分極させるのに必要なエネルギー)}$$

$$\begin{array}{c} \parallel \\ (\varepsilon_r - 1) \end{array} \quad \text{真空の場合: } \chi_e = 0$$

と解釈できる。教科書にもないので、深く立ち入らない

②②①のスライドでは、比誘電率 ϵ_r の誘電体を隙間なく極板間に挟み込むと ②②
キャパシターに蓄えられるエネルギーが ϵ_r 倍になりますが注意が必要です。

問題：極板間が空気（真空として考えてよい）で、電池等には接続されていないキャパシターがある。キャパシターの極板には、 $\pm Q$ [C] の電荷が溜まっており、極板間の電位差は V [V] である。このキャパシターの極板間に比誘電率が 10 の誘電体を隙間なく挟み込む。

①：極板に溜まっている電荷は変化するか。するとしたらどうなるか。

答： 変化しない

②：極板間の電位差は変化するか。するとしたらどうなるか。

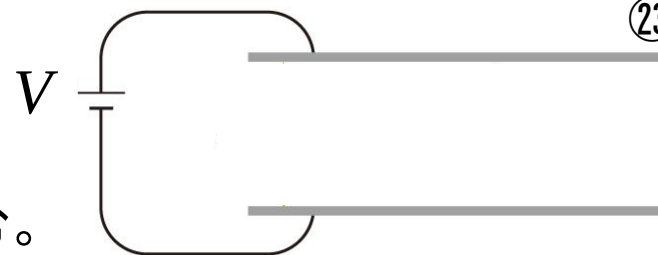
答： 10分の1になる。

③：キャパシターに蓄えられているエネルギーは変化するか。するとしたらどうなるか。

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2$$

答： 10分の1になる。

問題：極板間が空気（真空として考えてよい）で、図のように起電力が V の電池に接続されている全く同じキャパシターがある。このキャパシターの極板間に比誘電率が 10 の誘電体を隙間なく挟み込む。



①：極板に溜まっている電荷は変化するか。するとしたらどうなるか。

答： 10 倍になる。

②：極板間の電位差は変化するか。するとしたらどうなるか。

答： 変化しない。

③：キャパシターに蓄えられているエネルギーは変化するか。するとしたらどうなるか。

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2$$

答： 10 倍になる。

ウィムズハースト式誘導起電機

Wimshurst

2枚の円板が向かい合って設置しており、それぞれ逆方向に回転するようになっている。各円板には、写真のように電極が多数ついている。それぞれの円板には**円板内の反対側の電極同士を導通させる棒**がある。**電荷を回収する電極**も2つある。回収した電荷はライデン瓶(コンデンサ)に貯める。原理は、次回以降に

