

Q & A

Q: レポートの用紙の指定はありますか？

A: 特に理由が無ければA4サイズが良いです。何か理由があれば他のサイズでもよいです。

Q: (試験に出る)章末問題は、A、B両方ですか？

A: はい。両方です。基本的な問題が多く出ます。複雑な問題はあまり出ません。

Q: コンデンサーの問題で、コンデンサーが回路に接続されている時の話をしているのか分からなかった。

A: そうですね。不親切でしたね。昨日の授業で、キャパシターの中に誘電体を入れる問題がありましたが、極板の電荷 Q は変わらず、極板間の電位差 V が変わる(減少する)と言っていたので、電池には接続されていない孤立したキャパシターを想定していました。電池に接続されているキャパシターに誘電体を挟み込むと、 V は電池の電圧なので変わらず、電池から電荷が供給されるので、 Q が変化(増加)します。電気容量 C は、どちらでも同様に増加します。

Q: 雷の時、車の中が安全ときいたのですが、本当ですか？

A: 野外で、避難する建物が無い場合は、野外にいるよりずっと安全です。動画参照

W12 Leak





Q & A

Q: 汗をかいている人が静電気でバチってなった時の痛みは、かいてない人と比べて痛いのですか？僕は、汗が水分やNaClなどの電解質でできているため、より電気が通りやすくなっているので、痛みを感じやすいのかなと考えています。

A: 汗をかいていると、溜まった電荷が逃げやすかったりしますが、今は同じ電荷量の放電が起こったと仮定します。汗をかいていると電流は皮膚の表面(体外)をより流れると考えられるので、私は汗をかいている方が痛くないような気がします、本当のところは私もわかりません。

Q: スタンガンで火花がとぶ仕組みは、バン・デ・グラフと同じ原理ですか？

また、よくサスペンスでスタンガンを後ろからあてられて気絶(?)していることがありますがどれくらいの電圧がかかっているのですか？

A: 右のスタンガンが250万Vだとすると、電極の間には、火花放電が起こります。3万V/cm以上で火花放電が起こるのは、バン・デ・グラフと同じです。電極の部分を人に当てると、空気中ではなく、人の中を電流が流れるのだと思います。

フルパワー250万ボルトスタンガン

TITAN-2500K



250万V

電流

: 電荷の流れ (荷電粒子の移動)

例①: 金属中における

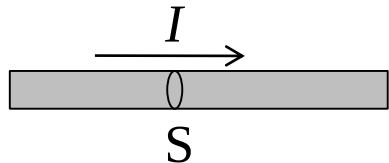
自由電子

の移動

例②: 電解質溶液中における正イオンや負イオンの移動

例③: ネオン管・蛍光灯・ブラウン管 中における電子やイオンの移動

時間 Δt に面Sを通過する電気量を Δq とすると、面Sを通過する電流 I は



$$\text{電流 } I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

単位: アンペア [A] = [C/s]

面Sを通過する電流 I は、単位時間に面Sを通過する電気量である。

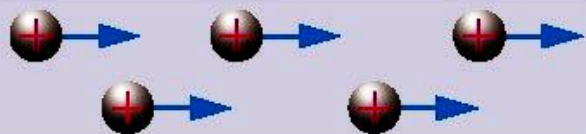
$$\Delta q = I \Delta t$$

電流の向き

電場 E



電流



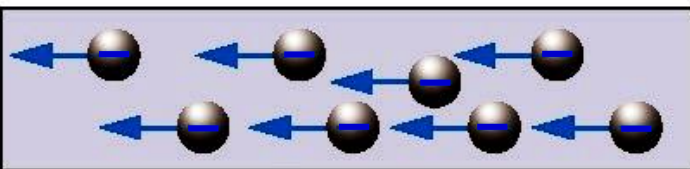
(a) 正イオン

低電位

電場 E



電流



(a) 自由電子, 負イオン

電流の向き: 正電荷の移動の向き
負電荷の移動の向きの逆

電流と電場の向きは同じ

電流は高電位から低電位の向きに流れる

高電位

導線を流れる電流

電荷密度 $-ne$, 体積 vA

$-e$: 電子の電荷 (e : 素電荷)

n : 単位体積あたりの自由電子の数

v : 自由電子の平均速度
(ドリフト速度)

電子 (電荷: $-e$)

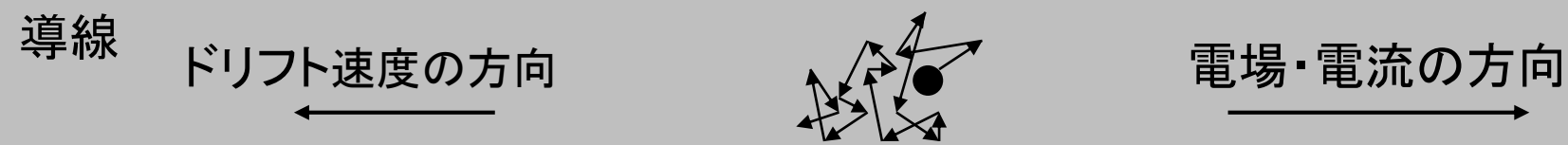
断面積 A

v

1秒間に、導線中の体積が vA 中にある自由電子が導線の断面を通過する。
体積 vA 中には、 vAn 個の電子があり、電荷の総量は $vAne$ (絶対値) である。

電流の強さ $I = nevA$

(注) 電流の向きと自由電子の
ドリフト速度の向きは逆



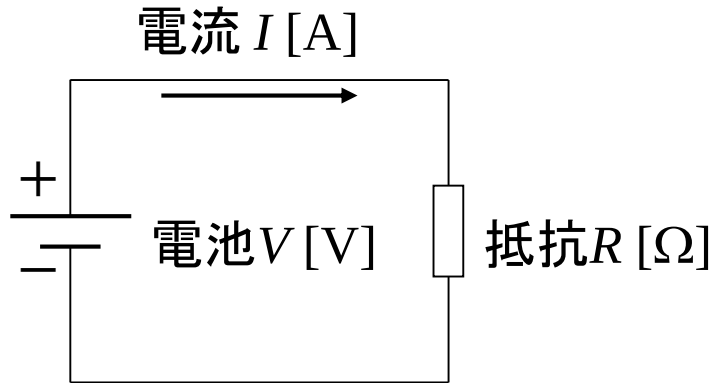
自由電子は導線中の原子等と衝突してランダムに動きながら次第に電場と逆方向へドリフトする。 drift : 漂流
真空中では、電子は一様な電場中で等加速度運動をするが、上のような場合、多数の電子の平均をとると等速運動である。

問題： 銅でできた導線の断面積を 1 mm^2 、銅の自由電子の密度を 10^{29} 個/m^3 (銅1原子あたり1個の自由電子に相当)とすると、この銅線に 1 A の電流が流れているときの、自由電子のドリフト速度を求めよ。($e = 1.6 \times 10^{-19}$)

電流の強さ $I = envA$

$$v = \frac{I}{enA} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{29} \times 10^{-6}} \div 6 \times 10^{-5} \text{ [m/s]}$$

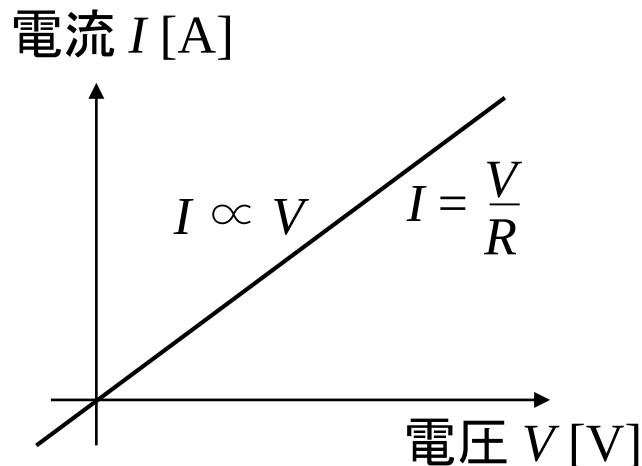
導線中の自由電子のドリフト速度はとても小さい。
(注) 電気信号(電場の変化, 電流の変化)の伝わる速さは光速に近い。



回路に電流を流そうとする電源の働きを

起電力 という

単位は電位差の単位のボルト(記号 V)

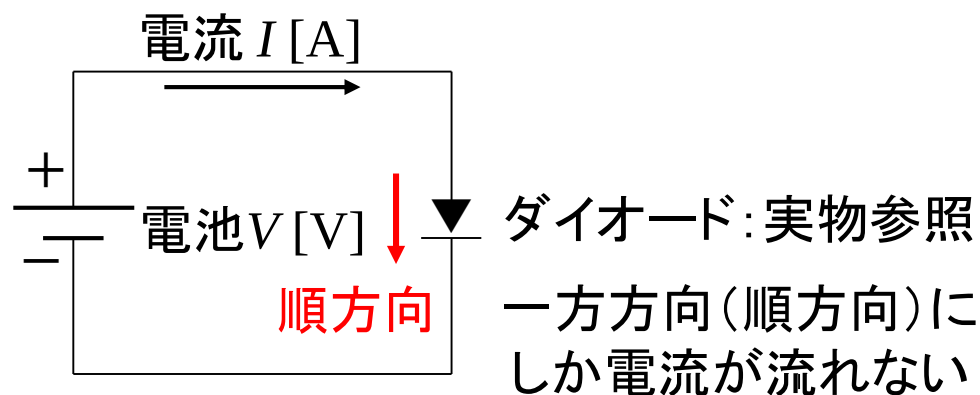


オーム の法則 : $V = RI$

抵抗器の両端の電位差 V は、
抵抗器を流れる電流 I に比例する。
その比例定数 R が電気抵抗(抵抗)である。
抵抗の単位は Ω (オーム) = V/A

オームの法則の適用限界

金属ではよく成り立つが、ダイオード・放電管・電解質溶液等では成り立たない。



交流を直流に変換 (整流)
するときなどに用いる。

LED
発光ダイオード

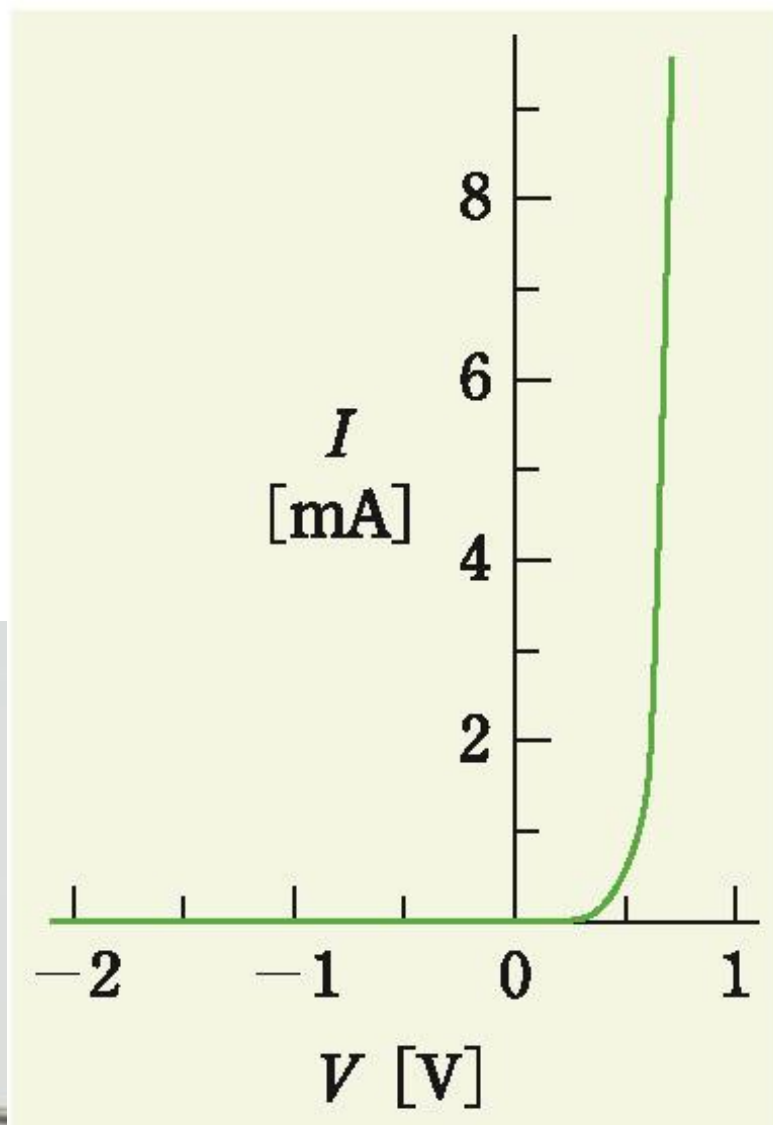
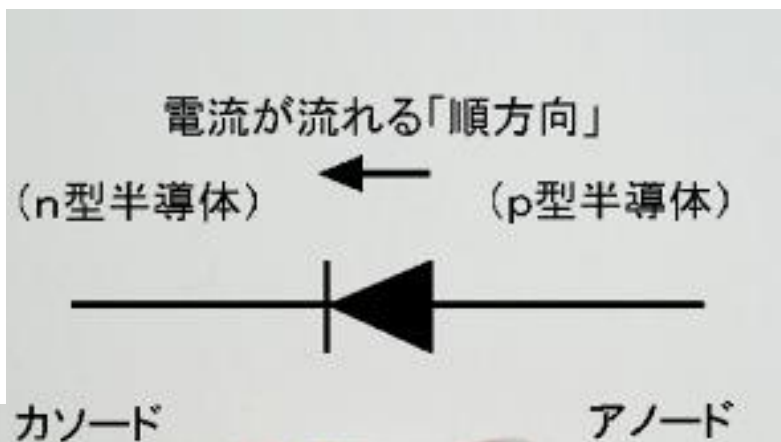
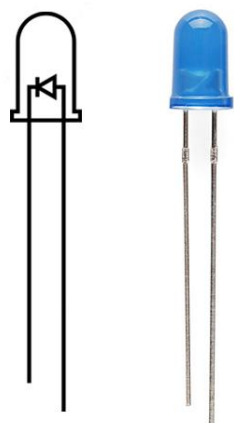
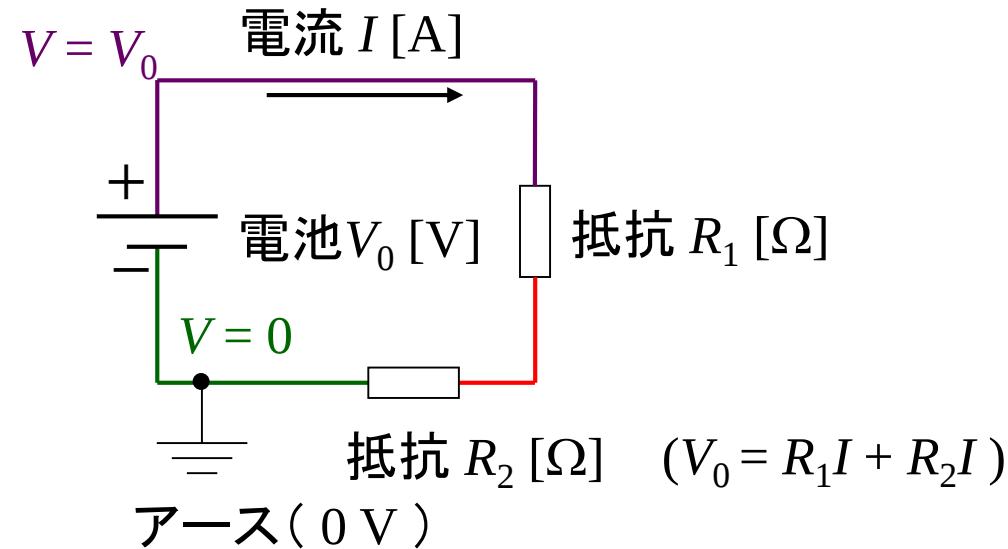


図19.8

電圧降下

電気抵抗 R をもつ物体に電流 I が流れると、電流の向きに電位は RI だけ低くなる。



電気回路の電位の基準点 ($V = 0$) は、アース (接地) がしてあれば、その電位を $V = 0$ とする。

問題: 左の図の赤い導線の電位を求めよ。

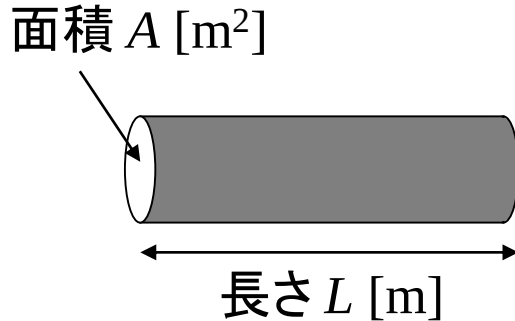
アース (0 V)
地面に電極を埋める
水道管 (金属) 等でも OK

導線の抵抗は無視する

$$V = V_0 - R_1 I = R_2 I$$

電気抵抗率

金属(導線等)の電気抵抗 R は、
長さ L に比例し、断面積 A に反比例する。



$$R \propto \frac{L}{A}$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

比例定数 ρ が

電気抵抗率

単位
[$\Omega \cdot \text{m}$]

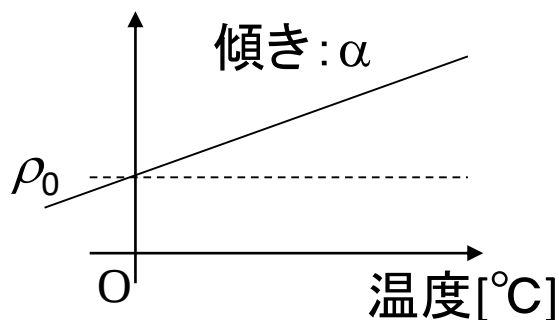
問題: 電気抵抗率の単位が $\Omega \cdot \text{m}$ かを確かめよ。

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$\Omega = \Omega \cdot \text{m} \frac{\text{m}}{\text{m}^2}$$

電気抵抗率 ρ の温度依存性

電気抵抗率 ρ



電気抵抗率 ρ は、材質と温度のみで決まる。
 0°C での電気抵抗率を ρ_0 とすると、
 $t^\circ\text{C}$ での電気抵抗率 ρ は近似的に以下ようになる。

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

α を電気抵抗率の温度係数という。

金属	電気抵抗率 ρ [$\Omega \cdot \text{m}$] (20°C)	温度係数 α	コメント
銀	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}	最も電気抵抗が小さい
銅	1.72×10^{-8}	4.3×10^{-3}	導線の材料, 8.9 g/cm^3
金	2.4×10^{-8}	4.0×10^{-3}	
アルミニウム	2.75×10^{-8}	4.2×10^{-3}	軽い 2.7 g/cm^3 、高圧送電線
タングステン	10.6×10^{-8}	5.3×10^{-3}	融点 3380°C , フィラメント
鉄(鋼)	$(10 \sim 29) \times 10^{-8}$	$(1.5 \sim 5) \times 10^{-3}$	抵抗率: 大, IHの鍋
ニクロム	$(95 \sim 104) \times 10^{-8}$	$(0.3 \sim 0.5) \times 10^{-3}$	抵抗大きい、 α 小さい

鉄塔の送電線

2.7 g/cm³

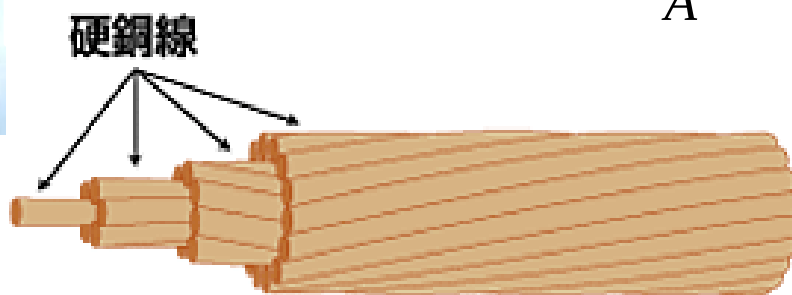
8.9 g/cm³

同じ重さならアルミの電線の断面積は銅の2倍超
電気抵抗率は銅の方が小さいが
断面積が大きい分アルミ線の方が抵抗が小さい

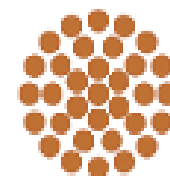
$$R = \rho \frac{L}{A}$$



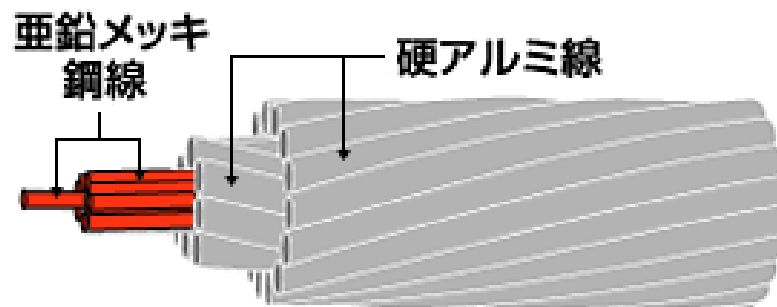
鉄塔の送電線は裸線
(被覆はない)



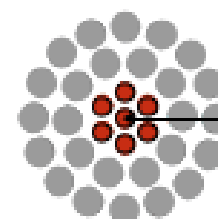
← 18.2 ミリメートル →



電線太さ(断面積) 200平方ミリメートル
1メートルあたりの重さ1.7キログラム



← 28.5ミリメートル →



亜鉛メッキ
鋼線

各層が交互に巻き方向を変える

電線太さ(断面積) 410平方ミリメートル
1メートルあたりの重さ1.7キログラム

問題：断面積が 400 mm^2 のアルミの送電線 100 km の電気抵抗を求めよ。
アルミニウムの電気抵抗率はスライド⑧の値を用いよ。

$$R = \rho \frac{L}{A} = 2.75 \times 10^{-8} \times \frac{10^5}{4 \times 10^{-4}} \doteq 6.9 \text{ } [\Omega]$$

豆電球のフィラメント(タングステンの細い線)の抵抗

⑫

①測定：豆電球の抵抗をテスターで測定する。2.4 Ω
(ソケットの抵抗は無視)

②測定：電池(2本直列)の電圧を測定する。3.2 V
(新品のアルカリ電池の電圧は 1.5 Vより高い)

③測定：豆電球と電池を接続し、電流計で流れる電流を測定する。0.12 A

④問題：電球の抵抗を②、③の結果より計算せよ。
ただし、電池の内部抵抗等による電圧降下は無視せよ。

$$V = RI$$

$$3.2 = R \times 0.12$$

$$R \div 27$$

$$\underline{\hspace{1cm} 27 \hspace{1cm}} \Omega$$

問題: スライド⑨の内容が適用できるとして、光っている時のフィラメントの温度 t_{on} を求めよ。ただし、前のスライドで電球の抵抗を測定したが、これはフィラメントの抵抗とし、その際のフィラメントの温度は $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ とする。

温度 $t\text{ }^{\circ}\text{C}$ におけるフィラメントの抵抗を $R(t)$ とすると

$$R(t) = R(0)(1 + \alpha t)$$

$20\text{ }^{\circ}\text{C}$ のときの値を上 の式に代入すると

$$2.4 = R(0)(1 + 0.0053 \times 20)$$

$$2.4 = 1.106R(0)$$

$$R(0) \div 2.17$$

光っているときの値を代入すると

$$27 = 2.17(1 + 0.0053t_{\text{on}})$$

$$24.83 = 0.0115t_{\text{on}}$$

$$t_{\text{on}} = 2.2 \times 10^3\text{ }^{\circ}\text{C}$$

温度の関係式はこのような高温までは成り立っていない。

実際のフィラメントの温度は _____ $^{\circ}\text{C}$ くらいである。

問題: スライド⑨をみると、電気ストーブ等で用いられているニクロム線は温度係数が他の金属より1桁小さい。もし、他の金属と同程度だとしたら、どのような問題があるか？ 1000Wの電気ストーブを例に検討せよ。

後で勉強しますが、消費電力は電流に比例します。
スイッチを入れたとき、ニクロム線は常温なので、
抵抗が小さく、たくさんの電流が流れて、
ブレーカーが落ちる可能性がある。

100Wの電球は点灯した瞬間は1000W以上の消費電力

電気伝導率

電気抵抗率 ρ の逆数を

電気伝導率

という。

記号は σ

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

単位: $[1/\Omega \cdot \text{m}]$

電流密度

導線の単位面積あたりの電流を

電流密度

という。

記号は j

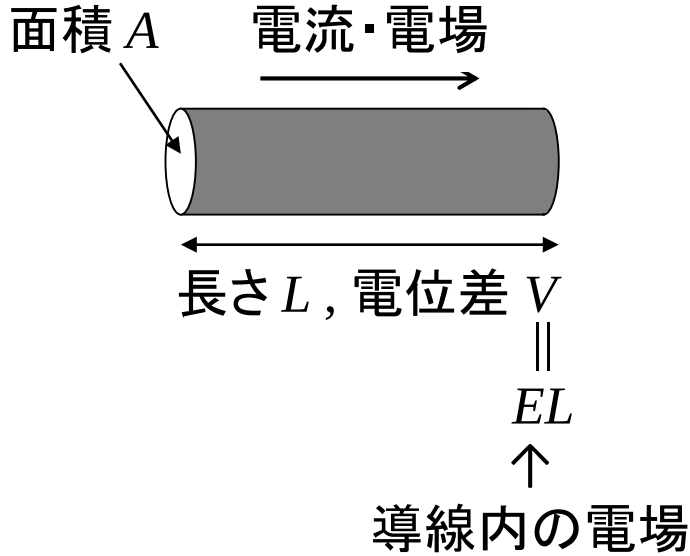
$$j = \frac{I}{A}$$

(A は導線の断面積)

単位
[A/m²]

電流密度 j はベクトル。上の式は電流密度の大きさ
電流密度の向きは電流の向き

電流密度 j と電場 E の関係



$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$V = IR$$

$$\frac{V}{I} = \rho \frac{L}{A}$$

$$\cancel{\frac{EL}{I}} = \rho \cancel{\frac{L}{A}}$$

$$j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$$

$$E = \rho \frac{I}{A}$$

電流の強さ $I = jA = nevA$

$$E = \rho j$$

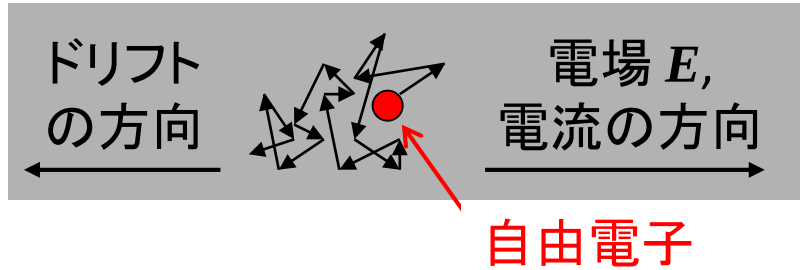
$V = RI$ を
ミクロで

$$j = -nev$$

電場と電流は同じ向き

電流の向きと自由電子のドリフト速度の向きは逆

導線

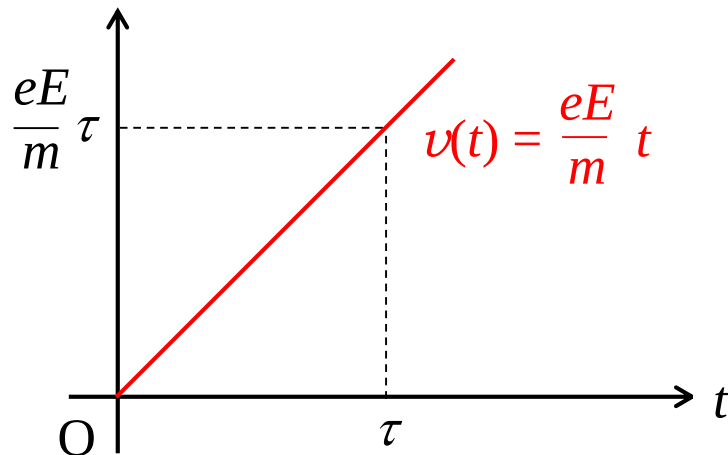
自由電子に働く力 : $F = qE = -eE$ 自由電子の運動方程式 : $ma = -eE$ 自由電子の加速度 : $a = -\frac{eE}{m}$

自由電子は熱運動している正イオンや不純物と衝突し等方的に散乱される。
 (衝突後の初速度は等方的で移動には寄与しないので考えなくてよい。)
 衝突から次の衝突までの平均時間を τ とすると、 $\bar{v}$ (=ドリフト速度) は

ドリフト方向
の速度 v

$$\bar{v} = a\tau = -\frac{e\tau}{m} E$$

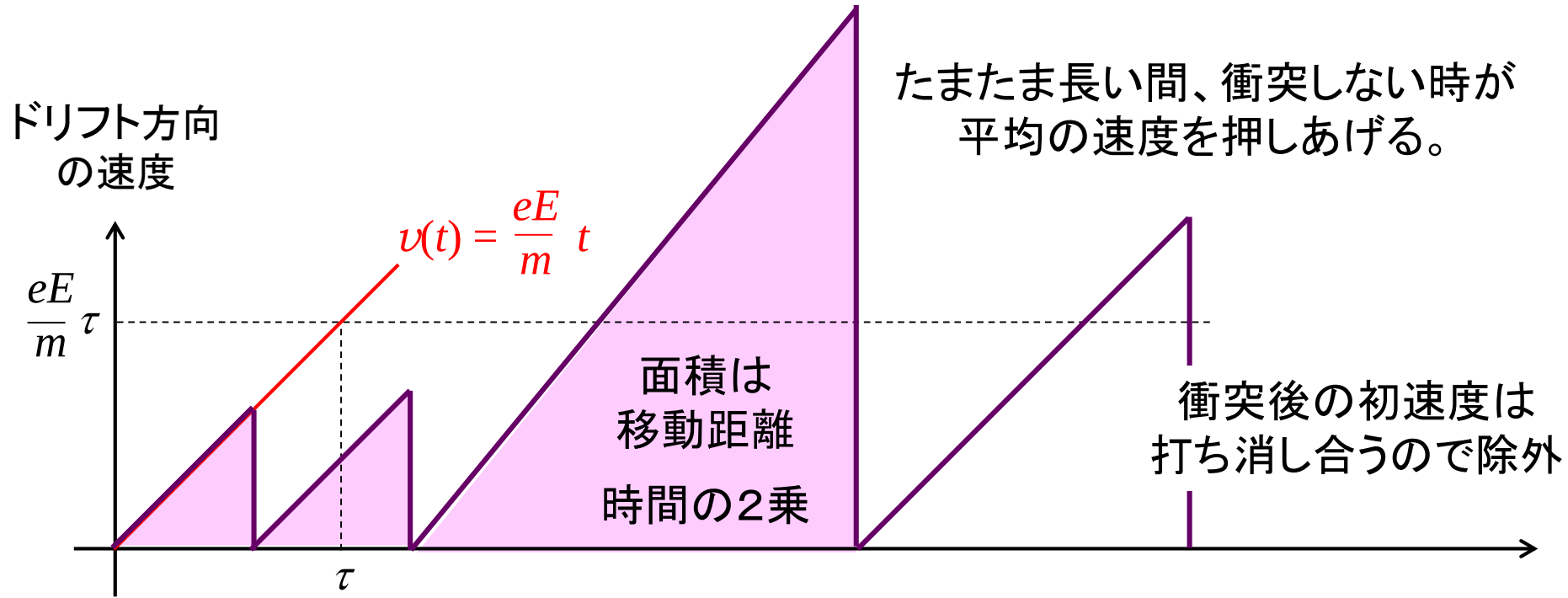
必ず τ だけ時間が経つと衝突する
 なら $\bar{v}$ はこの半分であるが、
 実際の衝突はランダムに起こるので
 左のようになる。



衝突後の初速度はランダムで
 移動には寄与しないので除外

衝突がランダムに起こると・・・

18



平均の2乗 < 2乗の平均
どのような「ランダム」かによるが、この場合
 $2 \times \text{平均の2乗} = 2\text{乗の平均}$

(厳密な説明省略)

参考: p241 演習問題B2参照

どのような「ランダム」か少しでも説明すると・・・

19

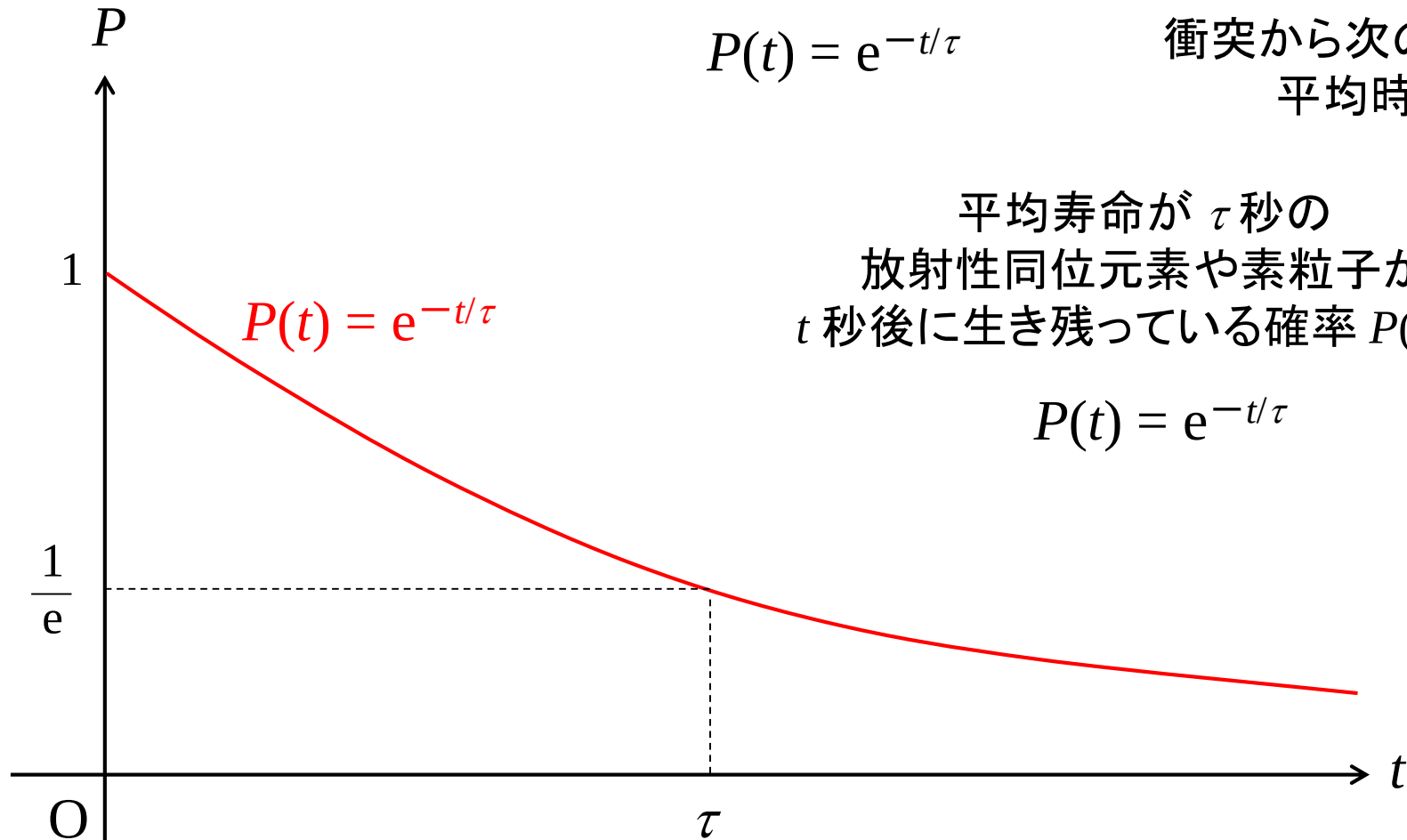
導線中の自由電子が衝突したあと、 t 秒後に次の衝突をしないで走り続けている確率 $P(t)$ は

$$P(t) = e^{-t/\tau}$$

衝突から次の衝突までの平均時間が τ

平均寿命が τ 秒の
放射性同位元素や素粒子が
 t 秒後に生き残っている確率 $P(t)$ も

$$P(t) = e^{-t/\tau}$$

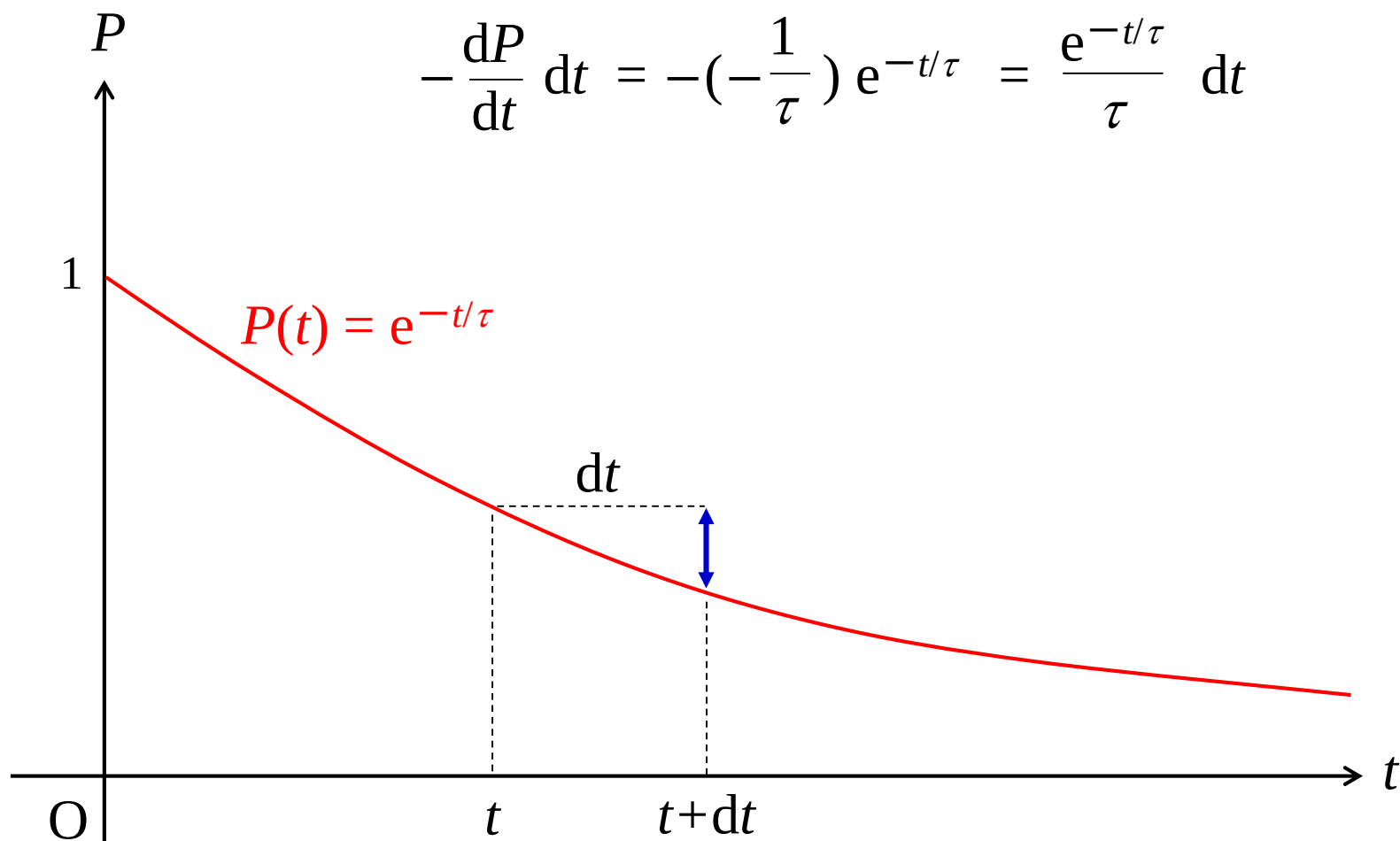


衝突をしないで走り続けている確率 $P(t) = e^{-t/\tau}$

時刻 t と $t+dt$ の間に衝突する確率は

時刻 t と $t+dt$ の間の $P(t)$ の減少量

$$-\frac{dP}{dt} dt = -\left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} = \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dt$$



(参考)
試験には
できません。

(参考)

試験には
できません。時刻 t と $t+dt$ の間に衝突する確率: $\frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dt$ 衝突の間の平均時間(τ)は

$$\int_0^{\infty} t \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\infty} t e^{-t/\tau} dt = \frac{1}{\tau} \tau^2 = \tau$$

$$n = 1, a = \frac{1}{\tau}$$

衝突の間に飛ぶ平均距離は

$$\text{積分公式: } \int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

加速度

移動距離

$$\frac{1}{2} at^2$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dt$$

$$= \frac{eE}{2m\tau} \int_0^{\infty} t^2 e^{-t/\tau} dt$$

$$= \frac{eE}{2m\tau} 2\tau^3 = \frac{eE\tau^2}{m}$$

$$n = 2, a = \frac{1}{\tau}$$

平均速度は τ で割って $\frac{eE\tau}{m}$ (ドリフト速度)

本題に戻って...

$$\text{ドリフト速度: } \boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}\tau = -\frac{e\tau}{m}\boldsymbol{E}$$

$$\text{電流密度: } \boldsymbol{j} = -ne\boldsymbol{v} = -ne\left(-\frac{e\tau}{m}\right)\boldsymbol{E} = \boxed{\frac{ne^2\tau}{m}}\boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{j} = \boxed{\frac{1}{\rho}}\boldsymbol{E}$$

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$$

定数
 m
 ne^2
 τ

ρ (抵抗率)は E (電場)に無関係



電場 E が倍になると電流密度 j も倍になる。
金属ではオームの法則が成り立つ

温度上昇 → τ が減少 → ρ が増大



原子・自由電子の運動が激しいと衝突しやすい
(電場には依存しないが、温度に依存)

自由電子の速さに依存

自由電子の速さは約 10^6 m/s

ドリフト速度はずっと小さい

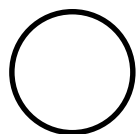
以前の例題では 5×10^{-5} m/s

よって電場 E があっても
速さはほとんど変わらない。

特徴

- ①シャボン玉の上下に同じ景色が映っている。
- ②2つの景色は互いに上下も逆、左右も逆

上から見た
シャボン玉、カメラ、
ビル群の位置関係
は以下のように
なっている。



カメラ

ビル群



横(水平方向)から見た図

空

ビル

シャボン玉の上半分の景色は
シャボン玉の手前で反射
シャボン玉の下半分の景色は
シャボン玉の奥で反射

カメラ

地面

シャボン玉の上半分の景色は
右にあるものは右に映る
シャボン玉の下半分の景色は
右にあるものは左に映る

上から見た図

ビル群

カメラ

分けて考える必要が
あったので混乱した。

