

中間試験

①

平均点は68点、思ったよりできていませんでした。期末は頑張ってください。

問題と解答は公開しています。

答案が見たい人は共同利用棟5階、物理准教授室まで来て下さい。

③

間違いが多かった問題：



等電位線として上の線を書く人が多かった。
+ と - なら等電位線ですが、+ と + の場合は
等電位線ではありません。

説明不足だったかもしれませんが、①の場所は2つの電荷の真ん中です。

ですので、①の電場の大きさは0です。

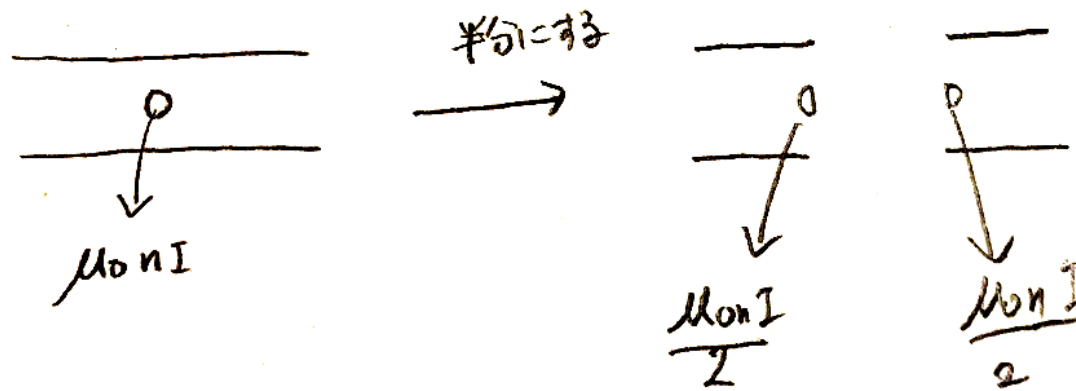
よって電場の強さは①が一番弱いのです。③が一番弱いとした人が多かった。

Q & A

Q: レポートに関して、量の目安はありますか？

A: ないです。1枚でも良いし、たくさんでも良いです。

ソレノイドの端が $B = \frac{\mu_0 n I}{2}$ は



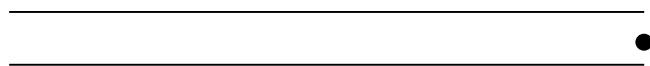
と考えても良いのですが、端をくっつけて



としたら くっつけた場所の磁場は $B = \mu_0 n I$ とお可以吗

A: とても面白い質問です。結論からいうと、下の絵のような形状だとなりません。ドーナツの直径に対して、ソレノイドの直径が無視できるほど小さいなら、なります。くっつけた部分は、無限に長いソレノイドの中間付近とみなせるからです。

非常に長いソレノイドの端の断面(円)の中心の磁場の強さは $B = \frac{\mu_0 n I}{2}$ である。



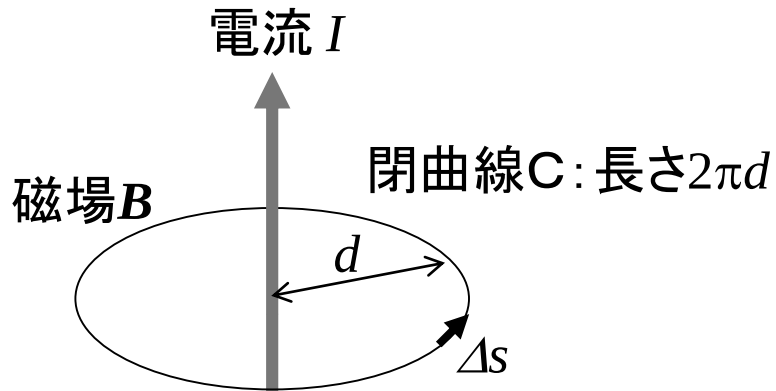
問題: 非常に長いソレノイドの端を下の図のように曲げた。その端の断面(円)の中心(矢印の場所)の磁場の強さは $B = \frac{\mu_0 n I}{2}$ か?



答: Yes No

赤色の端の部分をも、青色の直線部分のソレノイドを流れる電流が作る磁場は影響されない。ビオサバールの法則のとおり。
(赤色の部分が青色の直線部分が作る磁場を曲げることはできない。)

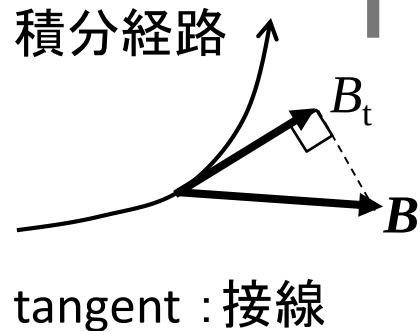
注意: ソレノイドに鉄心を入れた場合は、鉄心に大きく影響される。



磁場 B の閉曲線 C の接線方向成分 B_t は、

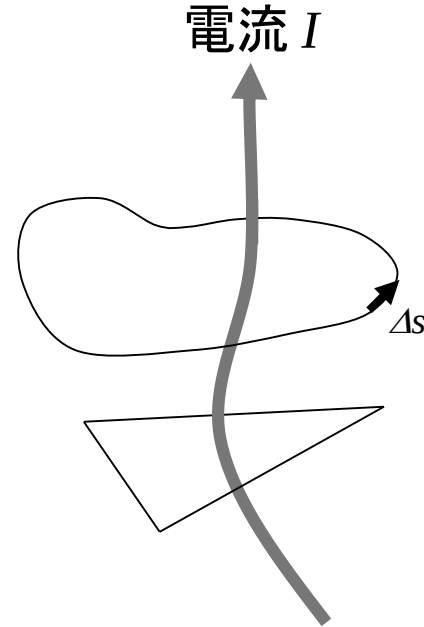
$$B_t = B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

B_t を閉曲線 C に沿って1周積分すると



$$\oint_C B_t ds = \oint_C \frac{\mu_0 I}{2\pi d} ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \oint_C ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \times 2\pi d = \mu_0 I$$

$$= \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$



任意の閉曲線 C を電流 I が貫いている

どんな形でも複数の電流でも (合計が I)

$$\oint_C B_t ds = \mu_0 I$$

アンペール

の法則

マクスウェル方程式の一部

右ネジの進む向き: 電流の向き
右ネジの回る向き: 積分の向き

アンペールの法則の応用例 (例題1 p249)

問題: 無限に長い空心のソレノイドを流れる電流 I のつくる磁場 B は

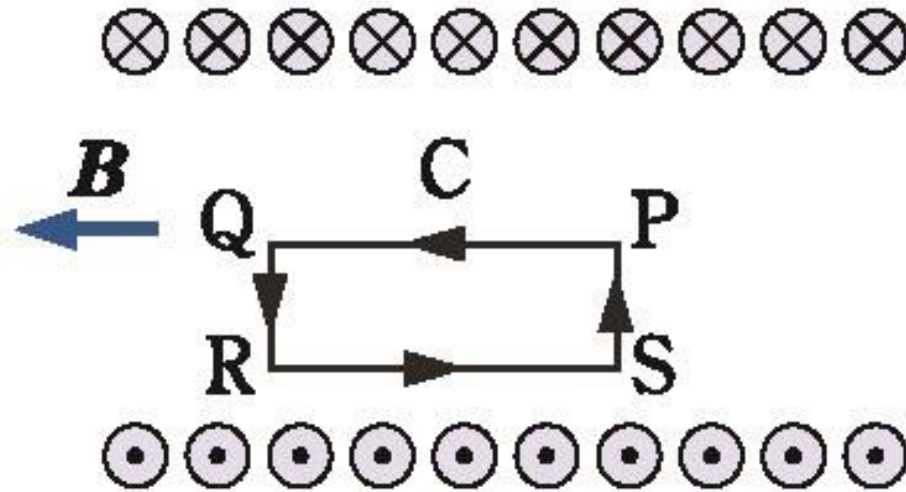
$$B = \mu_0 n I \quad (\text{ソレノイドの内部})$$

$$B = 0 \quad (\text{ソレノイドの外部})$$

であることを示せ。

ソレノイドの中心軸上に1辺PQがのっている長方形PQRSを考える。

無限に長いソレノイドの中心軸上(PQを含む)の磁場の強さは、
ビオ-サバルの法則より、 $B = \mu_0 n I$ と計算できた。



長方形 PQRS にアンペールの法則を適用すると、長方形を貫く電流は 0 なので、

$$\oint_C B_t ds = 0$$

QR, SP 上では、 $B_t = 0$ なので

$$\int_{P \rightarrow Q} B_t ds + \int_{R \rightarrow S} B_t ds = 0$$



$$\mu_0 n I$$

なので



$$-\mu_0 n I$$

でなければならない。

RS上の磁場は、PQ上の磁場と同じでないと
0にならない。(積分方向は互いに逆)
RS位置は任意なのでソレノイド内部の磁場は
どこも中心軸上と同じ $\mu_0 n I$

(つづき)問題:ソレノイドの外部は、どこでも $B = 0$ であることを示せ。 ⑤

ソレノイドの中心軸上に1辺PQがのっている長方形PQRSを考える。

長方形 PQRS にアンペールの法則を適用すると、長方形を貫く電流は

$$nLI$$

なので、

$$\oint_C B_t ds = \mu_0 nLI$$

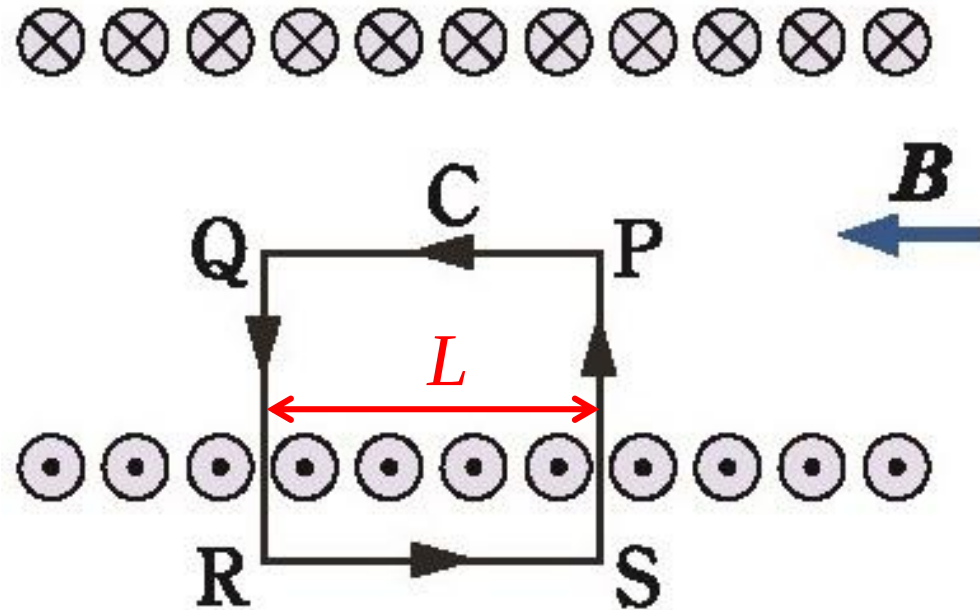
QR, SP 上では、 $B_t = 0$ なので

$$\int_{P \rightarrow Q} B_t ds + \int_{R \rightarrow S} B_t ds = \mu_0 nLI$$

↑
 $\mu_0 nI$ なので

$$\mu_0 nLI + \int_{R \rightarrow S} B_t ds = \mu_0 nLI$$

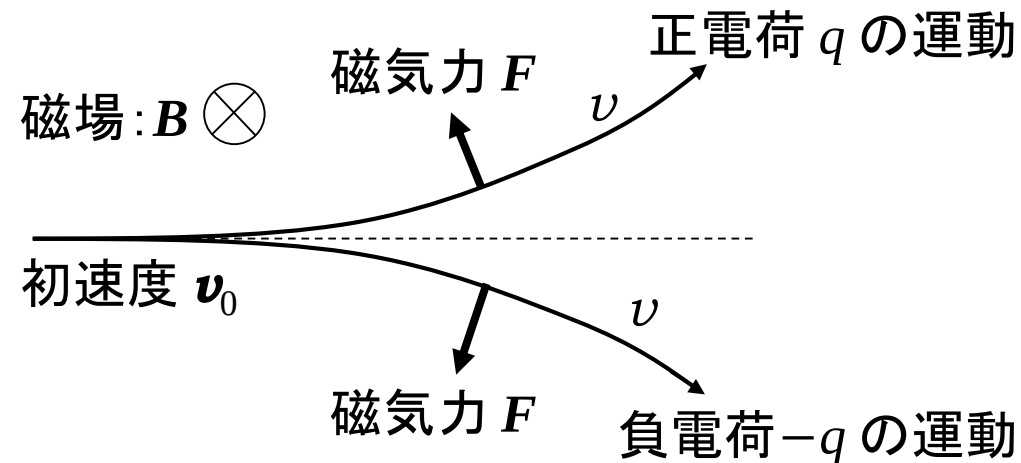
$$\int_{R \rightarrow S} B_t ds = 0$$



RS上は $B_t = 0$
(ソレノイドに平行な成分は0)
垂直な成分も0であることは明らか。
よって、RS上では $B = 0$ である。

RS位置は任意なのでソレノイドの外部の磁場はどこも0である。

磁場中を運動する荷電粒子には、磁場と運動方向に垂直な力(磁気力)が働く

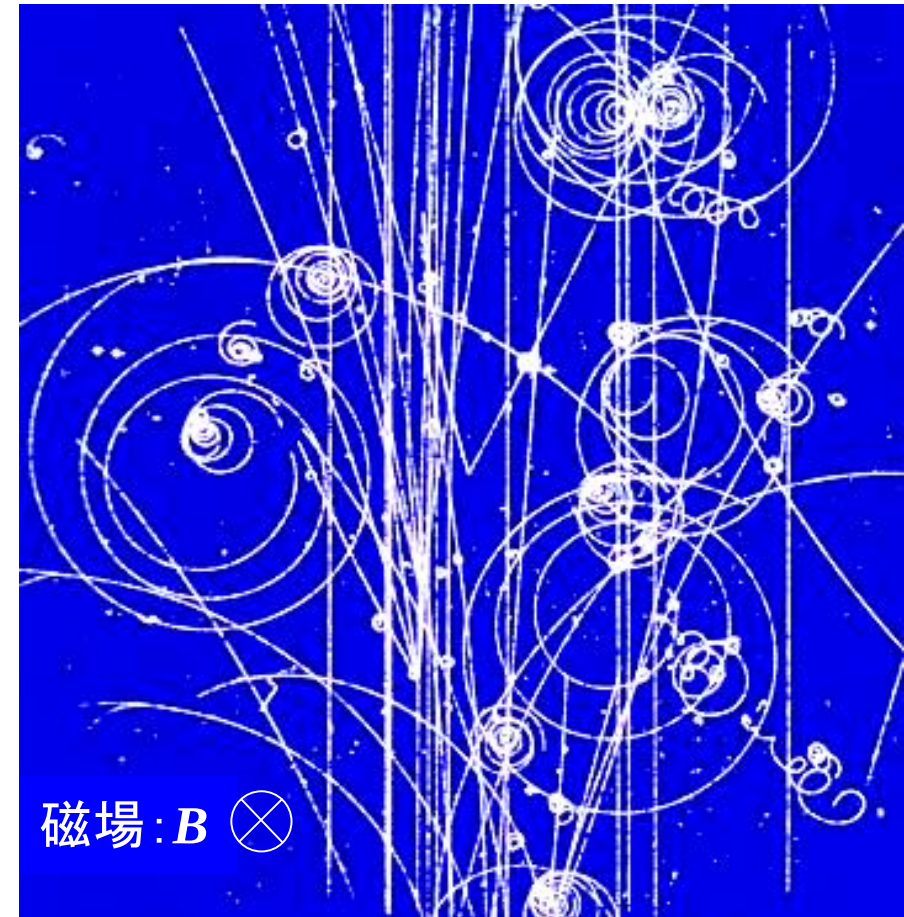


$$F = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

電場 E 、磁場 B 中において、
電荷 q の荷電粒子に働く力

$$F = qE + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

この荷電粒子に働く電磁気力を



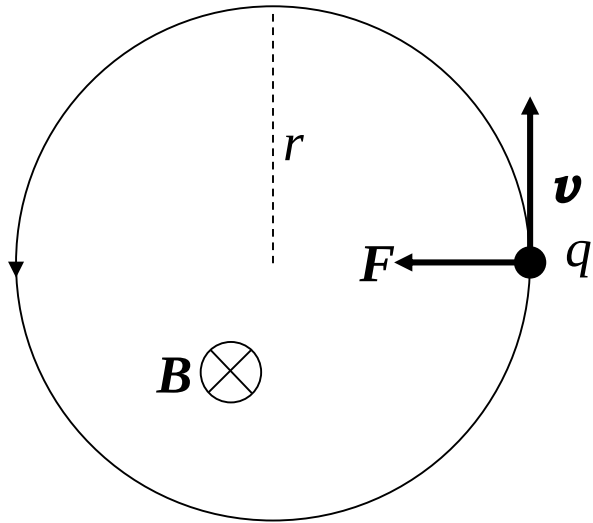
加速器実験における
荷電粒子(正, 負)の飛跡

ローレンツ力

という。

サイクロترون運動

一様な磁場中の荷電粒子の運動



磁気力は常に運動方向に垂直
(等速円運動における向心力も運動方向に垂直)

仕事は $W = F \cdot s$ なので磁気力は仕事をしない
(等速円運動における向心力も仕事をしない。)



荷電粒子の運動エネルギー(速さ)は不変
運動方向は一定の割合で変化する。



磁気力が向心力となって等速円運動する。

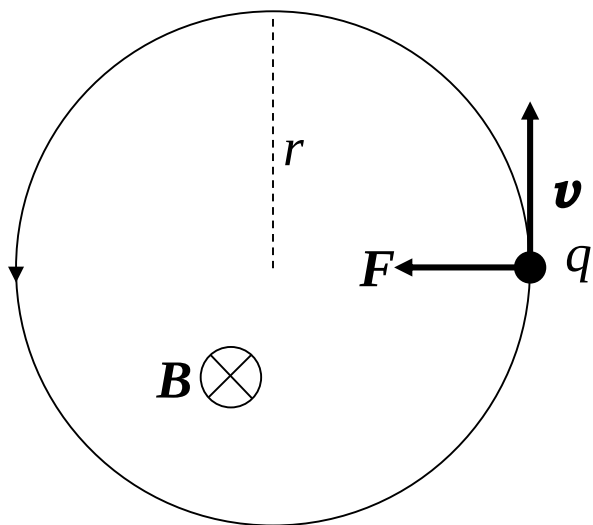
$$F = qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (\text{磁気力} = \text{向心力})$$

回転半径 $r = \frac{mv}{qB}$

例：物理実習の比電荷の実験
上の図は正電荷の場合の図。
物理実習では、運動するのは
電子なので、図のように円運動
させるには、磁場の向きは逆
でないといけない。

問題: 図のように、質量 m の点電荷がサイクロトロン運動している。

角速度 ω , 回転数 f (サイクロトロン周波数), 周期 T を求めよ。



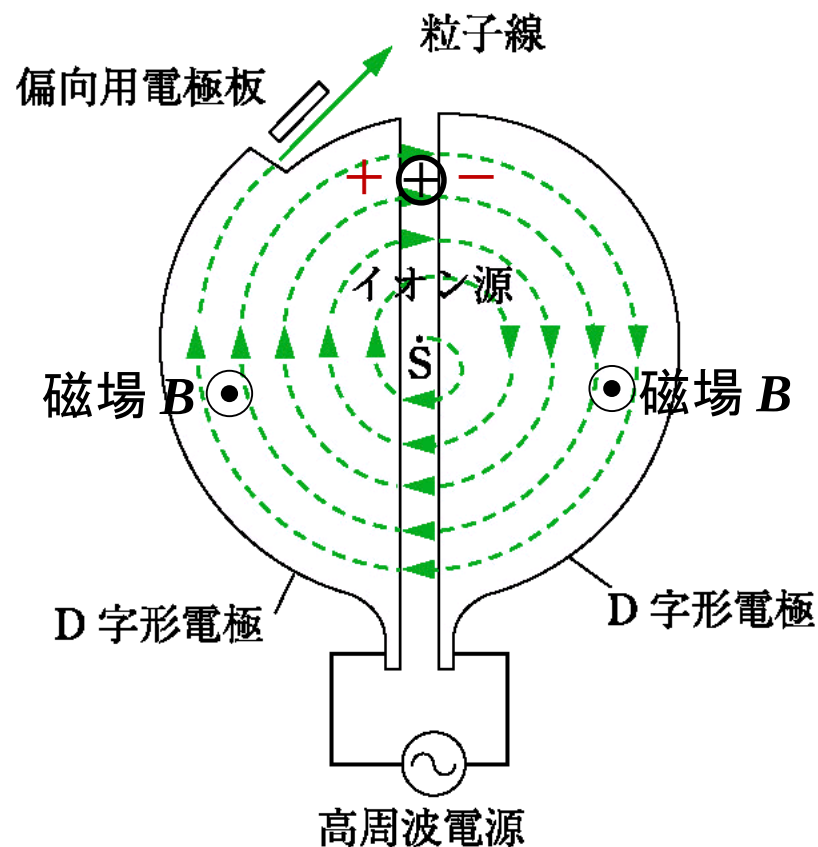
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad , \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} \quad , \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi m}{qB}$$

回転半径 $r = \frac{mv}{qB}$

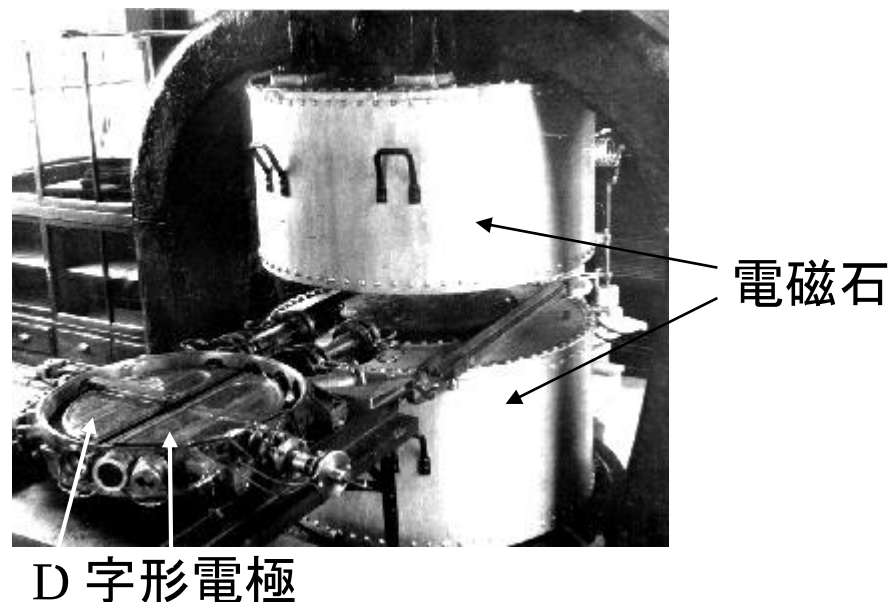
ω , f , T は r , v に無関係なことに注意
 よって、次のサイクロトロンは上手く動作する。

サイクロトロン

(荷電粒子を加速する装置)



国産第1号機(1937)理研HPより転載



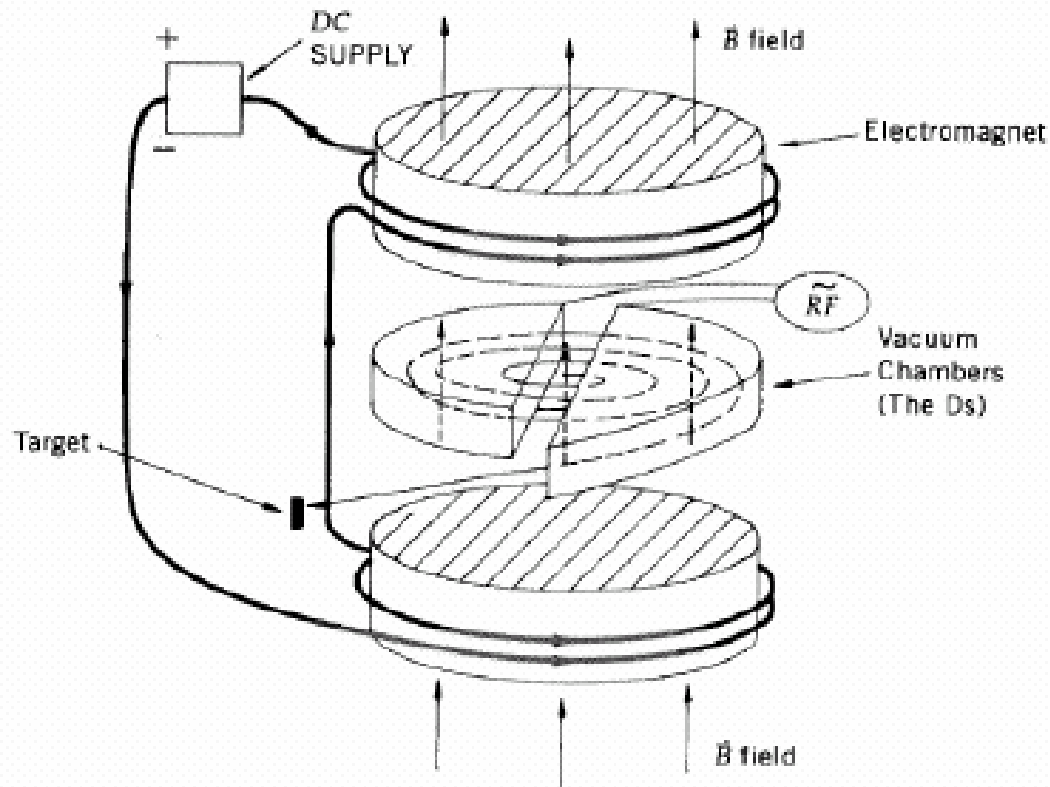
左の図の部分電磁石から引き出したところ

D字型電極にサイクロトロン周波数の電場をかける。イオン源を出たイオンは、電極間の電場で加速され外部へ取り出される。

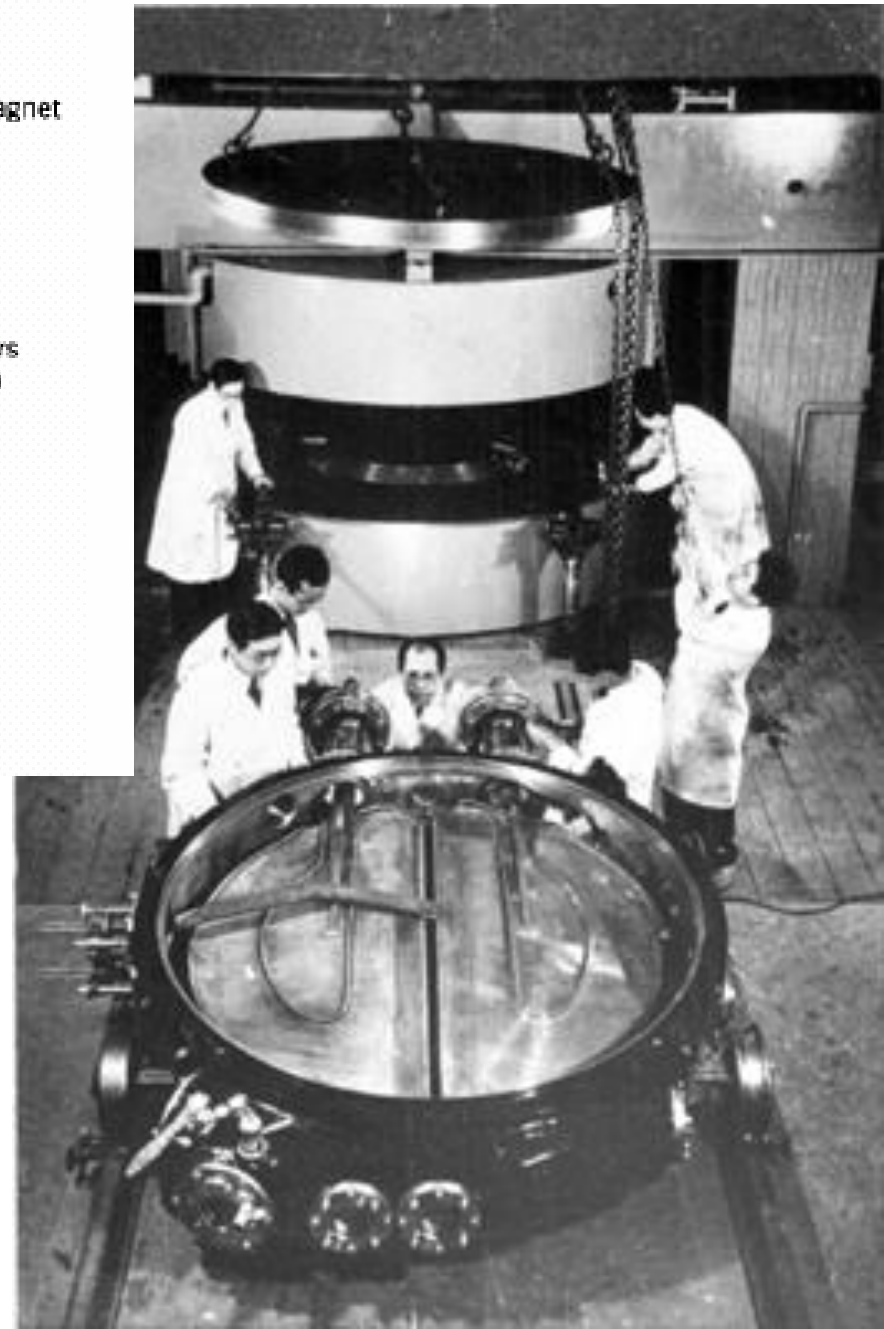
問題：左上の図の粒子線は正か負か

$$F = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ と F は
同じ向きなので正



理科学研究所仁科研サイクロトロン
1930年代後半世界最高性能を誇った
終戦直後GHQの指令で東京湾に
投棄された



(参考)現在のサイクロトロン

⑪



住友重機械工業
PET用薬剤製造システム
HM-18サイクロトロン

PET検査等使われる短寿命の放射性同位元素 (^{18}F , 半減期110分) の合成に使われる。

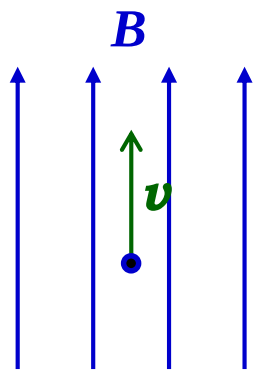


(陽子をサイクロトロンで加速し、ターゲットの酸素18にぶつけて、フッ素18を生成)

(サイクロトロンは大学内には無いが、富山PETセンター内にはある)

時々、付属病院で宅配便？で運ばれてくる放射性の薬剤を見かけるがたぶんこれ。
富山PETセンターで製造されたものだと思う。

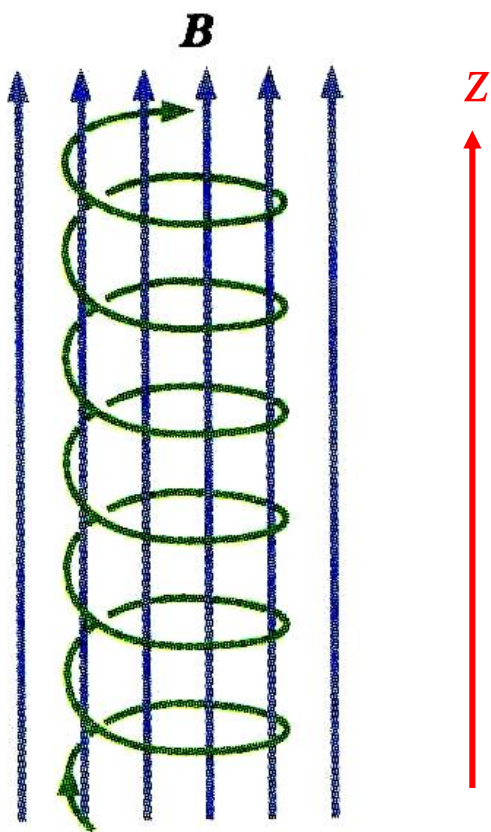
荷電粒子の速度 $\boldsymbol{v}$ と磁場 $\boldsymbol{B}$ が平行な場合



磁気力 $\boldsymbol{F} = q \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = 0 \rightarrow$ 等速直線運動

$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{B}$ が平行の場合は $0 \leftarrow |\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}| = vB \sin\theta$

荷電粒子の速度 $\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{B}$ が垂直でも平行でもない場合



具体的な例として、磁場 $\boldsymbol{B}$ が z 軸方向の場合を考える。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} &= q \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} = q(v_x, v_y, v_z) \times (0, 0, B) \\ &= q(v_y B, -v_x B, 0)\end{aligned}$$

z 軸方向には力は作用しない。 $\rightarrow z$ 軸方向は等速運動

x, y 方向の力は進行方向(速度)に垂直 $\rightarrow$ 等速円運動

$$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F} = (v_x, v_y) \cdot qB(v_y, -v_x) = qB(v_x v_y - v_y v_x) = 0$$

xy 方向の
等速円運動
 + z 軸方向の
等速運動
 = らせん
螺旋運動
磁力線に巻きつくような

問題：日本付近の地磁気による磁場中で陽子と電子が等速円運動している。⑬
磁場の強さを $5 \times 10^{-5} \text{ T}$ とし、回転半径が 1 m である場合の陽子と電子の速度を求めよ。陽子の質量は $1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 、電子の質量は、 $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、陽子・電子の電荷は $\pm 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。

$$\text{回転半径 } r = \frac{mv}{qB}$$

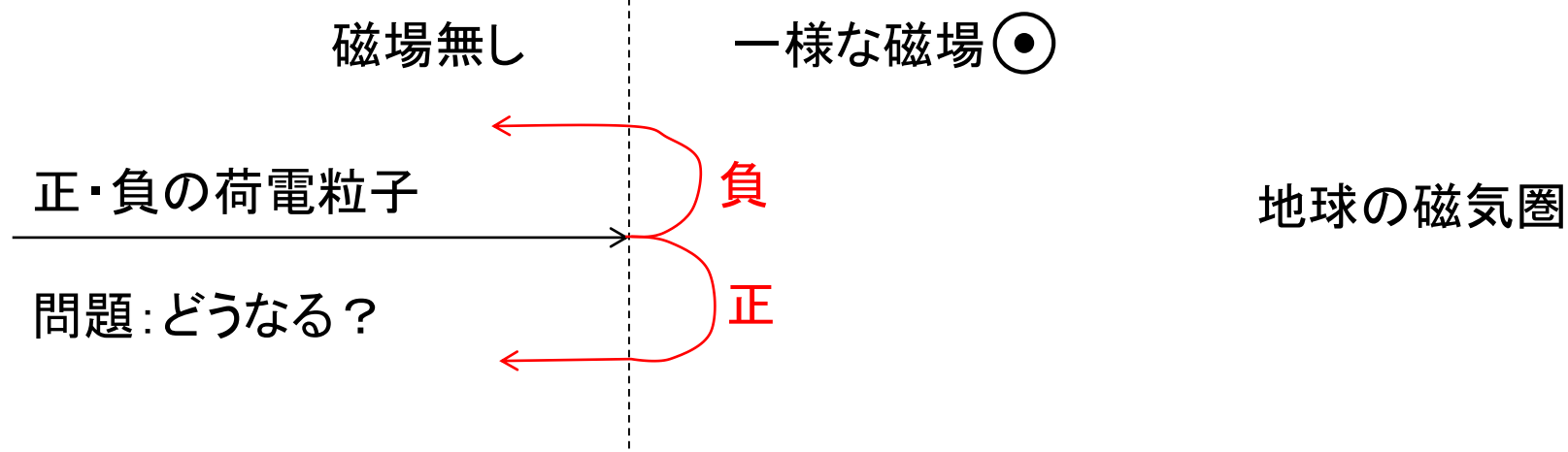
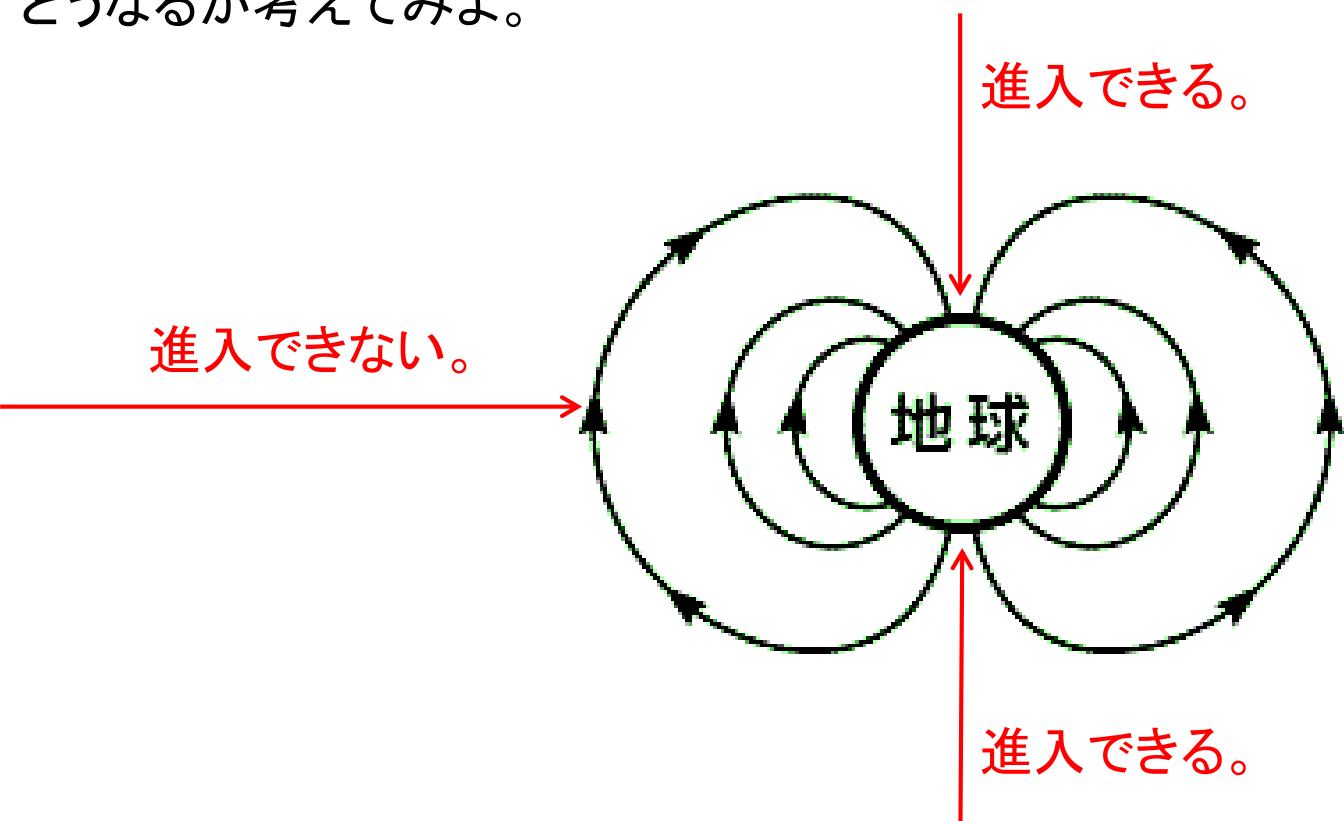
$$\text{電子の速度 } v = \frac{qBr}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{-5} \times 1}{9.1 \times 10^{-31}} \doteq 9 \times 10^6 \text{ [m/s]}$$

$$\text{陽子の速度 } v = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{-5} \times 1}{1.7 \times 10^{-27}} \doteq 5 \times 10^3 \text{ [m/s]}$$

電子の方が軽いので、速くても曲がる。

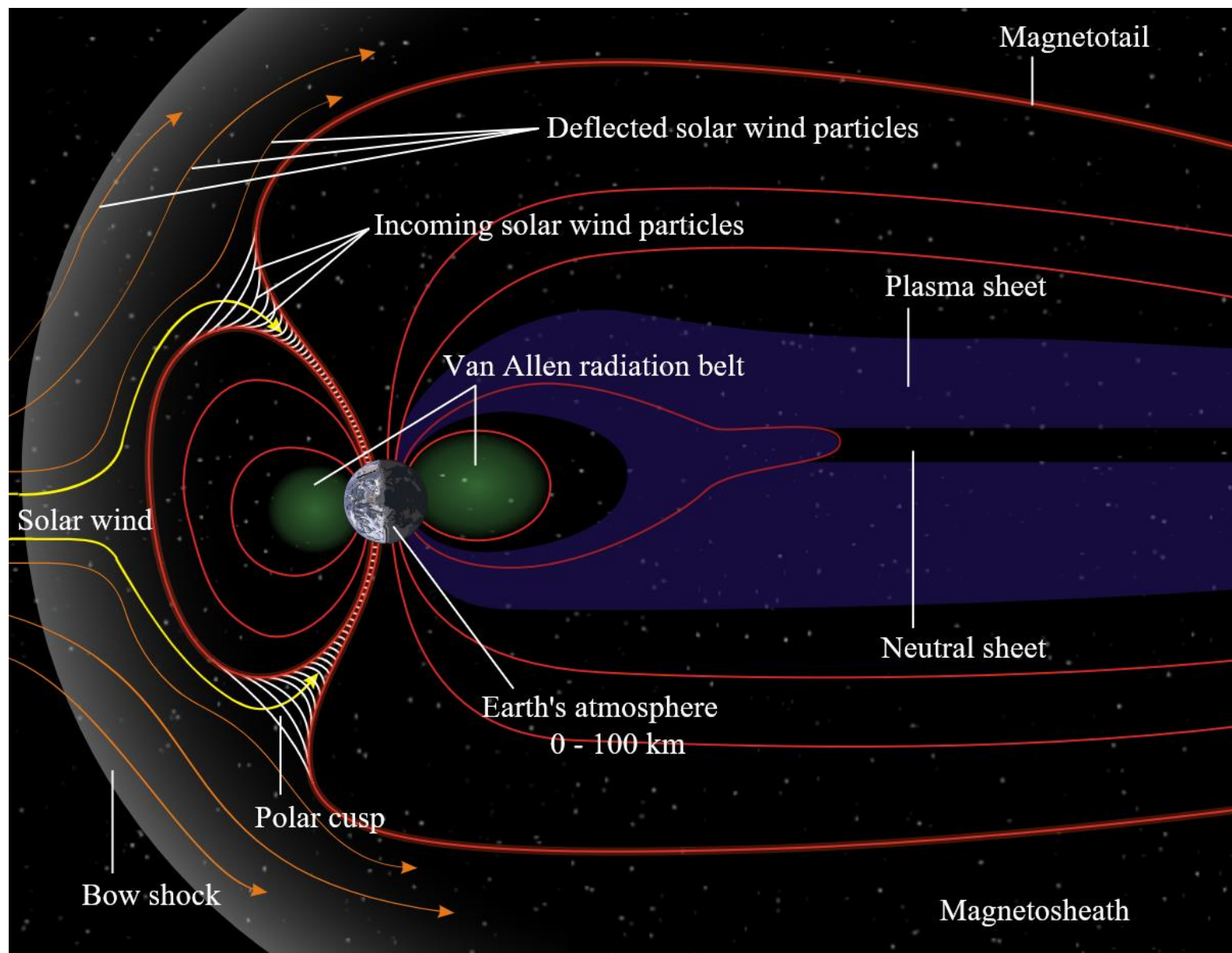
電磁気力は強力：（大きな速度でも小さい半径で円運動する）
身の回りの物体の電荷は、ほぼ打ち消しあっているから、普段はそう感じない。

問題：電子や陽子（荷電粒子）がいろいろな方向から地球にやってくる場合、
どうなるか考えてみよ。



オーロラ

地球には太陽から太陽風(陽子や電子からなるプラズマ)が吹きつけている。これらが、大気上層の分子と衝突して励起させ、基底状態に戻る時に発光する。



一般的な色は緑、上部は赤っぽい。



オーロラ動画(実際の動きの速さ)



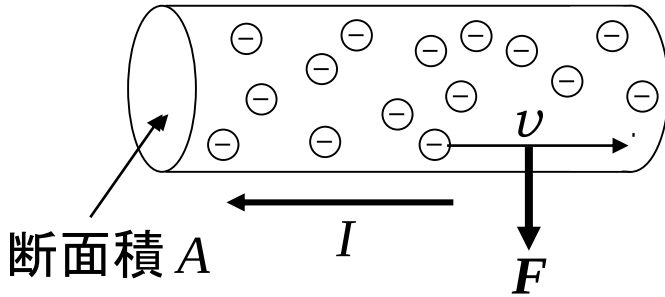
ISS から見たオーロラ

Aurora Australis over the Indian Ocean

Videos produced by the Crew Earth Observations group at
NASA Johnson Space Center

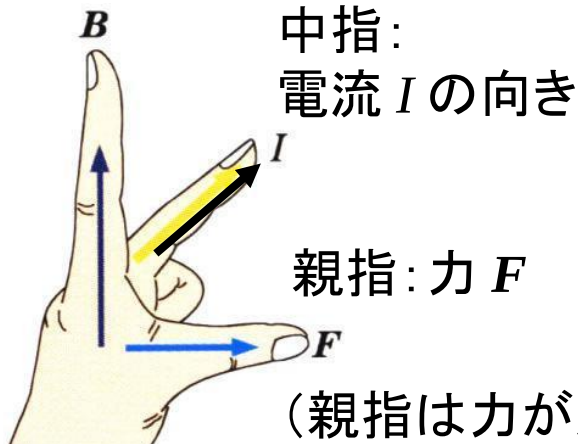
For replication and crediting information, please see our guidelines
on our main video page.

$B \otimes$ (紙面手前から奥)



フレミングの **左** 手の法則

人差し指 B



親指から順番にFBI(米連邦捜査局)

磁気力(ローレンツ力): $F = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

電子1個に働く力の大きさ: $F = evB$

長さ L の導線の体積は、 LA

導線中の自由電子の密度を n 個/ m^3 とすると
長さ L の導線中には nLA 個の自由電子がある。

nLA 個の自由電子に働く力の大きさは

$$F = (nLA)(evB) = (en v A)(BL) = IBL$$

電流 I

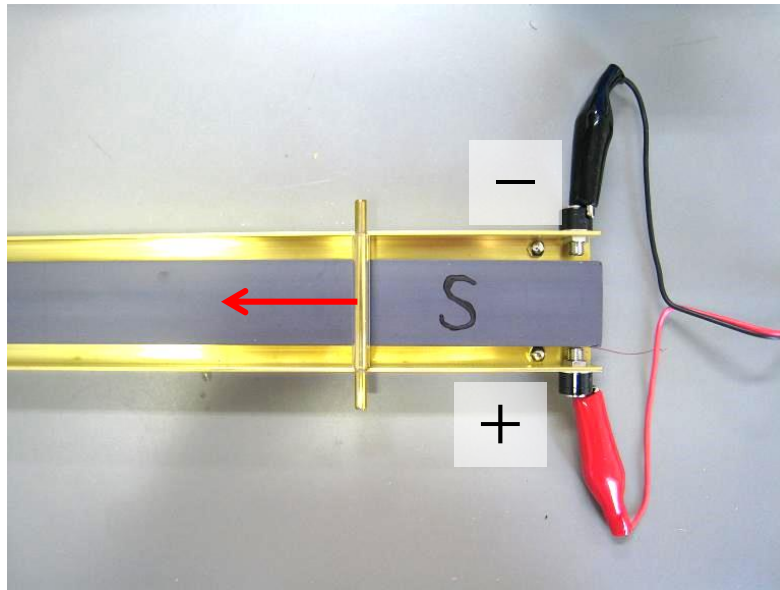
磁場中の電流に働く力の大きさ: $F = IBL$

(電流と磁場が垂直の場合)

問題: 磁場の単位 T (テスラ) を他の
単位で表せ。

$$N = A \cdot T \cdot m \rightarrow T = N/(A \cdot m)$$

下の写真のようにレール間に電圧をかけ、レール上の金属棒に電流を流す。
棒の下には上側が全面S極の磁石が設置してあり、レール間の棒は一樣な下向きの
磁場中にあるとせよ。



問題①: 写真のように、プラス、マイナスをつなぐと金属棒は左右どちらに転がるか？

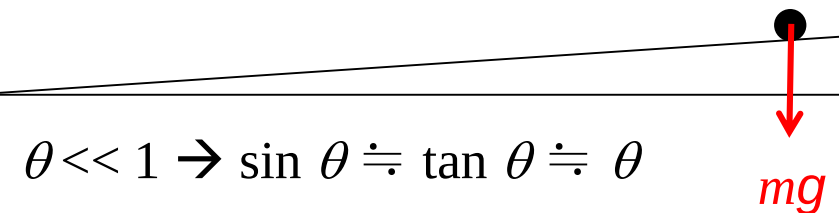
← (左)

測定②: 棒の位置の磁場をテスラメータで

測定する。 0.03 T

問題③ 4 g の棒が 0.1 rad (約6度)の傾斜をゆっくりと一定の速度で登ることができた。この時、棒に流れている電流を求めよ。ただし、レールの間隔は 5 cm とする。

$$mg \sin \theta \doteq 0.1 mg = 0.004$$



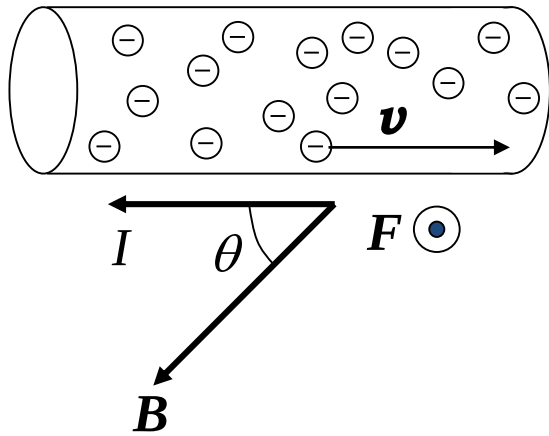
$$\theta \ll 1 \rightarrow \sin \theta \doteq \tan \theta \doteq \theta$$

$$F = IBL = I \times 0.03 \times 0.05 = 0.004$$

$$I = 2.7 \doteq 3 \text{ A}$$

磁場 B と電流 I が垂直でない場合

左の図のような場合、電子に働く磁気力 $F = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ の向きは、紙面上にある $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ のいずれに対しても垂直なので、磁気力は紙面に垂直である。



θ を電流と磁場の為す角とすると、

$$F = qvB \sin \theta$$

磁場中の電流(長さ L)に働く磁気力は⑬と同様に

$$\begin{aligned} F &= (nLA)(q\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ &= (qnA\mathbf{v}) \times \mathbf{B}L \\ &= \mathbf{I} \times \mathbf{B}L \quad (\text{教科書 } \mathbf{I}L \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

↑
大きさ I で電流の向きのベクトル

↑
電流の向きで
大きさ L のベクトル

$$|F| = IBL \sin \theta$$

(垂直の時 IBL)

電流を担っているものが正でも負でも
 $q\mathbf{v}$ と電流 I の方向は同じである。

⑥

問題：地磁気の強さは $5 \times 10^{-5} \text{ T}$ ，伏角（ふっかく：水平となす角）は50度とし、
 偏角はないものとする。（磁針は正確に北を向くとする。実際は約7度西にずれる。）
 南北に水平に導線が張られており4 A の電流が南から北に流れているとする。

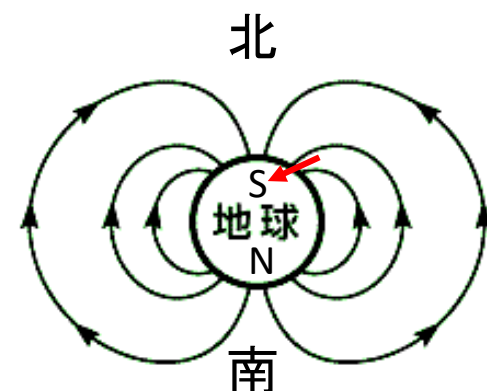
①導線に作用する磁気力の向きは？（この教室の黒板は北を向いているとする。）

西向き

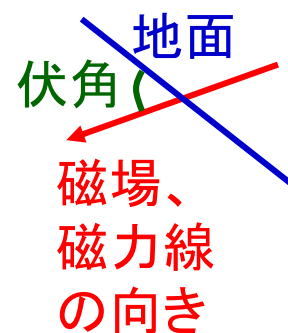
電流と磁場を含む面に垂直→東西方向

フレミングの左手の法則→西向き

（電流と磁場が垂直でなくても垂直として使う）



② 5 m の導線に作用する磁気力はいくらか？ $\sin 50^\circ \doteq 0.76$ とせよ。



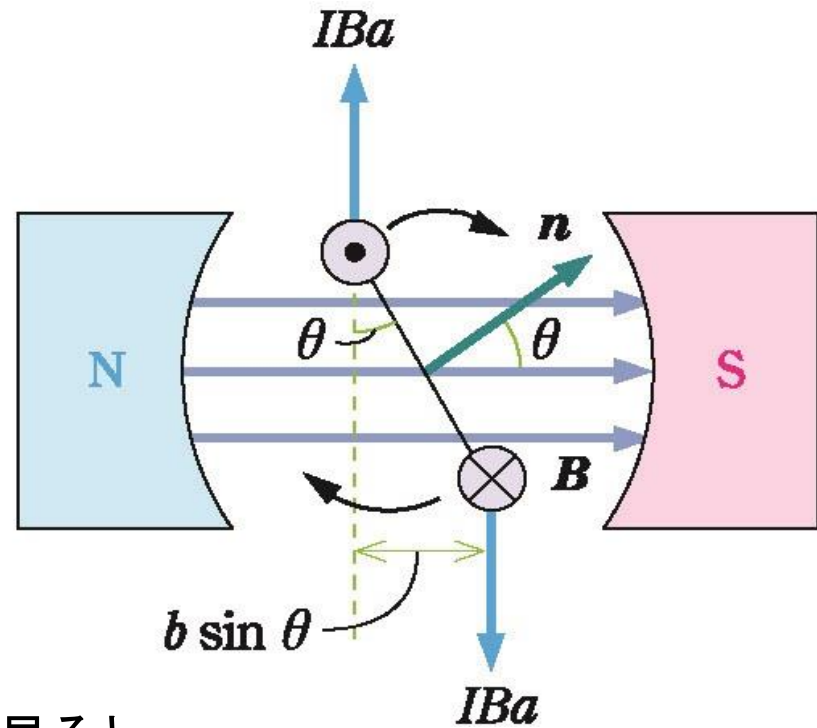
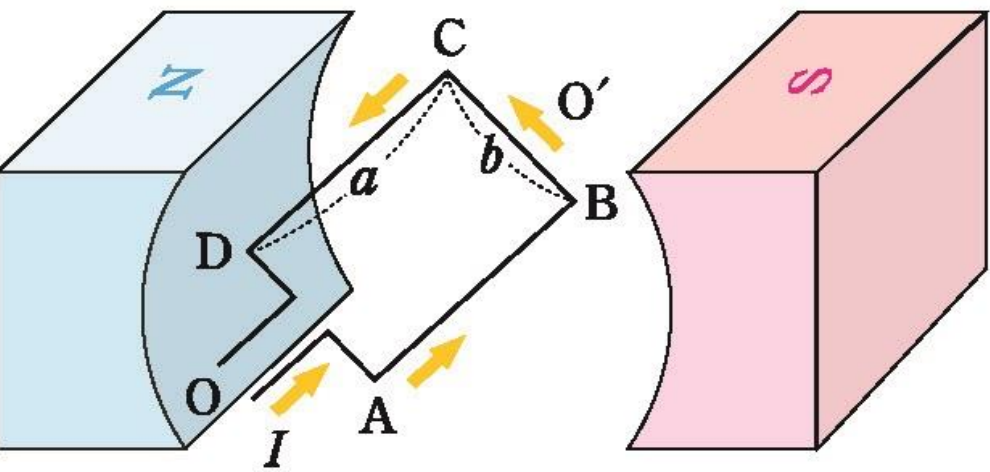
$$F = IBL \sin \theta = 4 \times 5 \times 10^{-5} \times 5 \times 0.76 = 7.6 \times 10^{-4} \text{ [N]}$$

電流が流れているコイルが磁場で受ける磁気力 (p254)

⑦

磁場中の電流に働く力

$$|F| = IBL \sin \theta$$



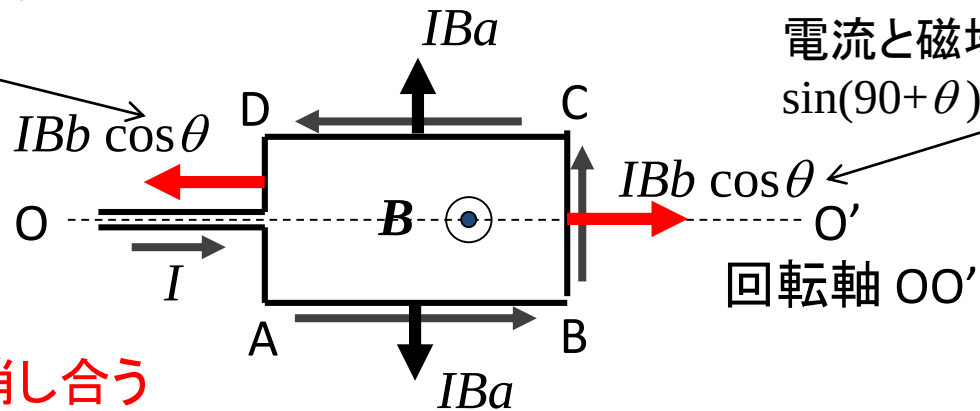
s 極側 (右側) から見ると

電流と磁場のなす角: $90^\circ - \theta$

$$\sin(90 - \theta) = \cos \theta$$

電流と磁場のなす角: $90^\circ + \theta$

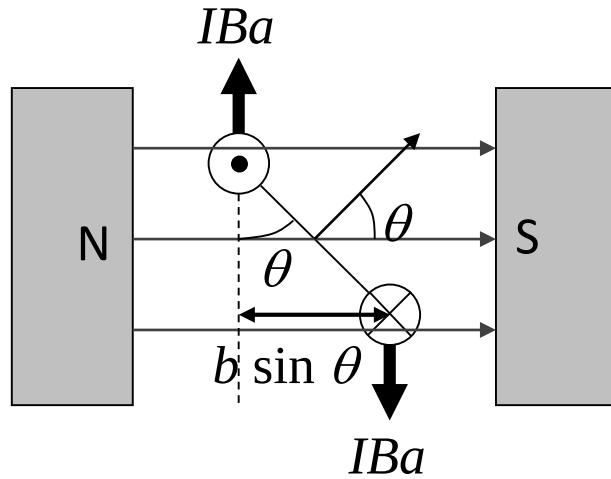
$$\sin(90 + \theta) = \cos \theta$$



BC、ADに働く力: 打ち消し合う

(つづき)

AB、DCに働く力も、大きさが同じで向きが逆であるが、作用線が $b \sin \theta$ だけずれている。(偶力)



偶力のモーメントは、どこを支点にしても同じ
線分ABを支点とすると

$$N = Fl = (IBa)(b \sin \theta)$$

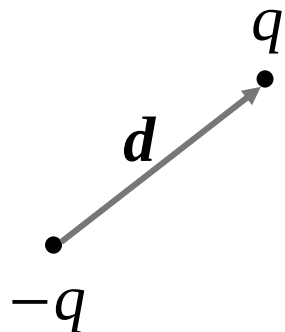
(注) 力のモーメントはここでは
時計まわりを正としている。

コイルの面積 $A = ab$ なので

$$N = IAB \sin \theta$$

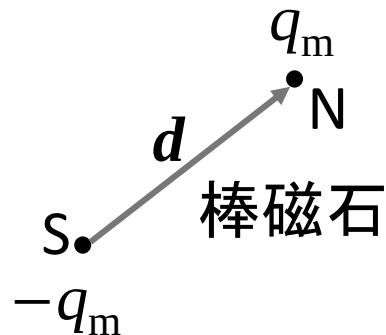
θ はコイル面の法線ベクトル n と、磁場 B のなす角

磁石の磁気モーメント(復習)



$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

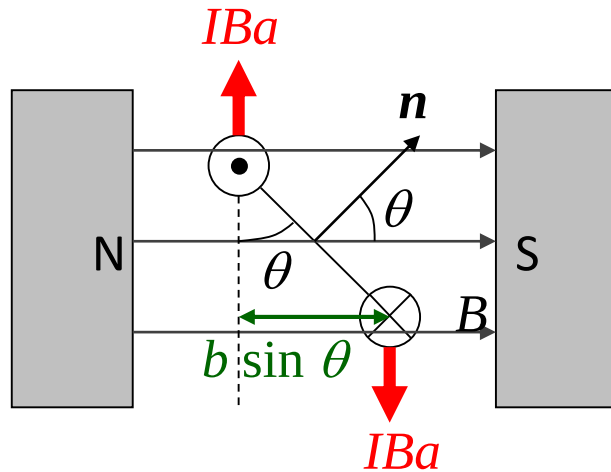
電気双極子モーメント



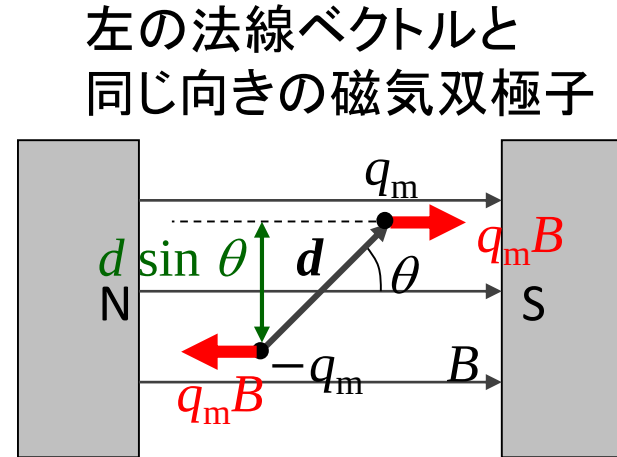
$$\boldsymbol{\mu}_m = q_m \mathbf{d}$$

磁気モーメント

コイルに働く磁気力 と 磁気双極子に働く磁気力 を比較



$$N = IAB \sin \theta$$



$$N = q_m B \times d \sin \theta$$

$$N = \mu_m B \sin \theta$$

$$\mu_m = q_m d$$

IA が μ_m に対応

向きも考えると IAn が μ_m に対応

$$\mu_m = IAn \text{ なら全く同じ}$$

(注) 力のモーメントは
ここでは時計まわりが
正としている。

ここで法線ベクトル n の向きは、
コイルの電流の向きに右ネジを回したときに、右ネジの進む向き

今後の予定

12	9	⑩ 10	⑩ 11	⑩ 12	⑩ 13 ⑰	⑪ 14 休	15
	16	⑪ 17	⑪ 18	⑪ 19	⑪ 20 ⑱	⑫ 21 ⑲	22
	23	24	⑫ 25	26	27	28	29
	30	31					
			1	2	3	4	5
	6	⑫ 7	⑬ 8	⑫ 9	⑫ 10 ⑳	⑬ 11 未定	12

平面モーター

(2019年1月号のニュートン表紙裏参照)

図書館にも
あります。

