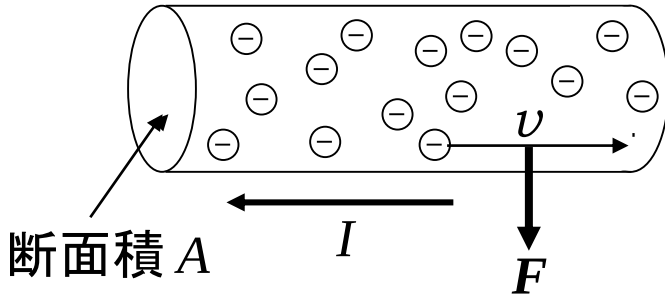
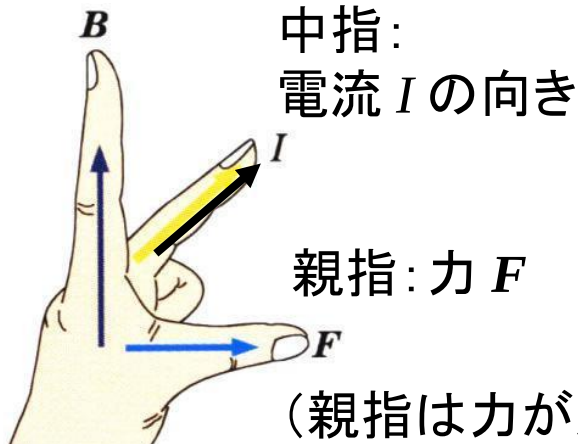


$B \otimes$ (紙面手前から奥)



フレミングの **左** 手の法則

人差し指 B



親指から順番にFBI(米連邦捜査局)

磁気力(ローレンツ力): $F = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

電子1個に働く力の大きさ: $F = evB$

長さ L の導線の体積は、 LA

導線中の自由電子の密度を n 個/ m^3 とすると
長さ L の導線中には nLA 個の自由電子がある。

nLA 個の自由電子に働く力の大きさは

$$F = (nLA)(evB) = (en vA)(BL) = IBL$$

電流 I

磁場中の電流に働く力の大きさ: $F = IBL$

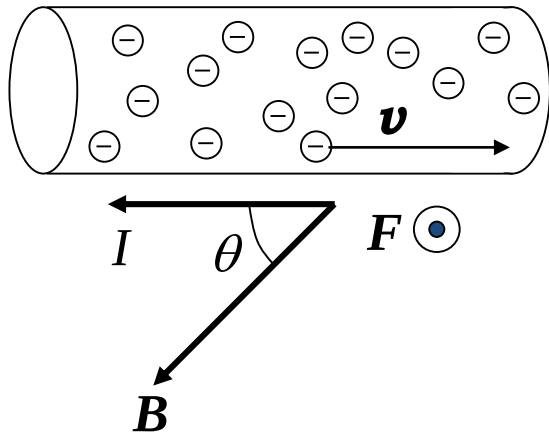
(電流と磁場が垂直の場合)

問題: 磁場の単位 T (テスラ) を他の
単位で表せ。

$$N = A \cdot T \cdot m \rightarrow T = N/(A \cdot m)$$

磁場 B と電流 I が垂直でない場合

左の図のような場合、電子に働く磁気力 $F = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ の向きは、紙面上にある $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ のいずれに対しても垂直なので、磁気力は紙面に垂直である。



θ を電流と磁場の為す角とすると、

$$F = qvB \sin \theta$$

磁場中の電流(長さ L)に働く磁気力は⑬と同様に

$$\begin{aligned} F &= (nLA)(q\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \\ &= (qnA\mathbf{v}) \times \mathbf{B}L \\ &= \mathbf{I} \times \mathbf{B}L \quad (\text{教科書 } \mathbf{IL} \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

↑
大きさ I で電流の向きのベクトル

↑
電流の向きで
大きさ L のベクトル

$$|F| = IBL \sin \theta$$

(垂直の時 IBL)

電流を担っているものが正でも負でも
 $q\mathbf{v}$ と電流 I の方向は同じである。

⑥

問題：地磁気の強さは $5 \times 10^{-5} \text{ T}$ ，伏角（ふっかく：水平となす角）は50度とし、
 偏角はないものとする。（磁針は正確に北を向くとする。実際は約7度西にずれる。）
 南北に水平に導線が張られており4 A の電流が南から北に流れているとする。

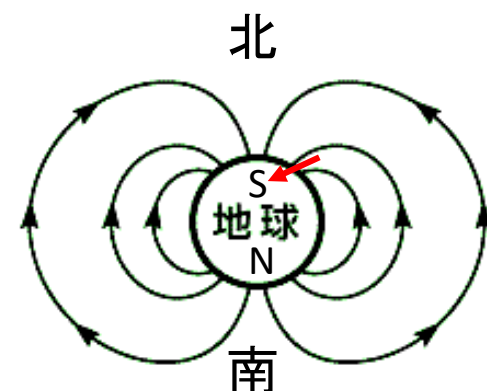
①導線に作用する磁気力の向きは？（この教室の黒板は北を向いているとする。）

西向き

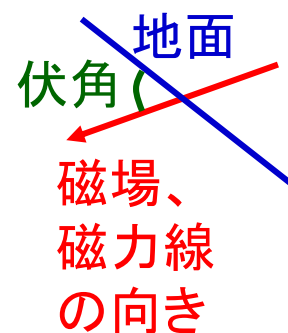
電流と磁場を含む面に垂直→東西方向

フレミングの左手の法則→西向き

（電流と磁場が垂直でなくても垂直として使う）



② 5 m の導線に作用する磁気力はいくらか？ $\sin 50^\circ \doteq 0.76$ とせよ。



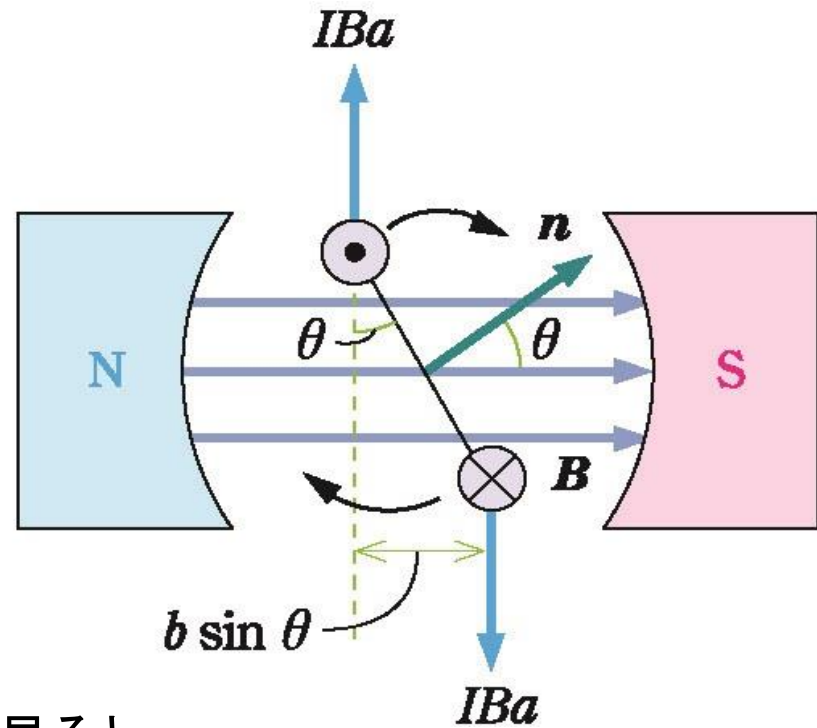
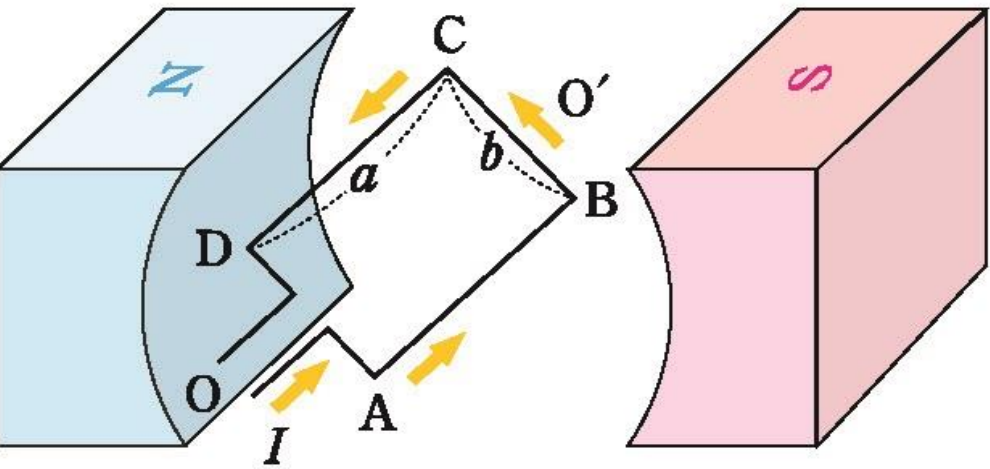
$$F = IBL \sin \theta = 4 \times 5 \times 10^{-5} \times 5 \times 0.76 = 7.6 \times 10^{-4} \text{ [N]}$$

電流が流れているコイルが磁場で受ける磁気力 (p254)

⑦

磁場中の電流に働く力

$$|F| = IBL \sin \theta$$



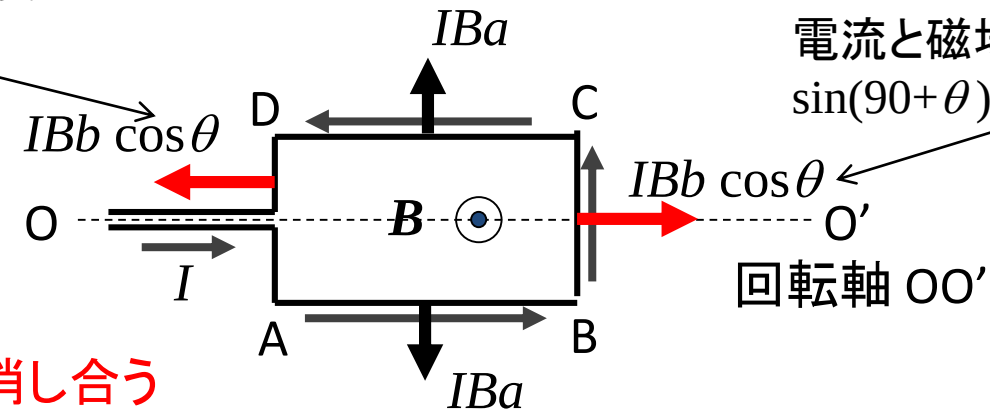
s 極側 (右側) から見ると

電流と磁場のなす角: $90^\circ - \theta$

$$\sin(90 - \theta) = \cos \theta$$

電流と磁場のなす角: $90^\circ + \theta$

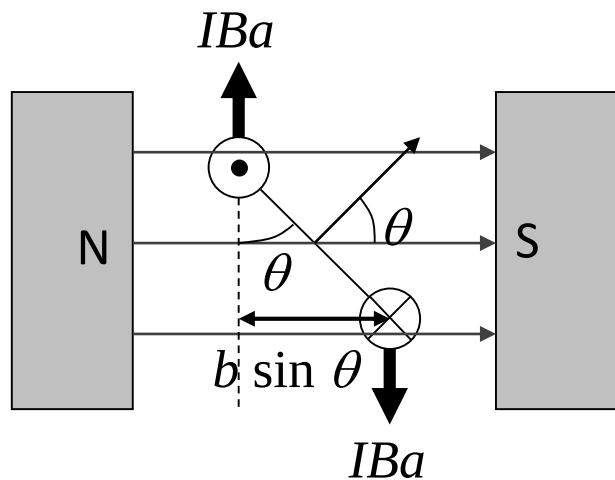
$$\sin(90 + \theta) = \cos \theta$$



BC、ADに働く力: 打ち消し合う

(つづき)

AB、DCに働く力も、大きさが同じで向きが逆であるが、作用線が $b \sin \theta$ だけずれている。(偶力)



偶力のモーメントは、どこを支点にしても同じ
線分ABを支点とすると

$$N = Fl = (IBa)(b \sin \theta)$$

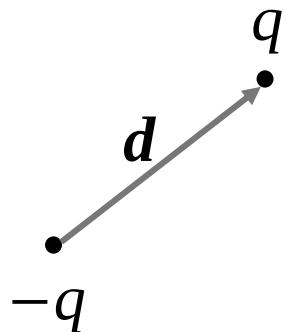
(注) 力のモーメントはここでは
時計まわりを正としている。

コイルの面積 $A = ab$ なので

$$N = IAB \sin \theta$$

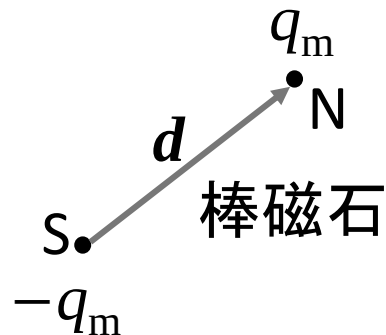
θ はコイル面の法線ベクトル n と、磁場 B のなす角

磁石の磁気モーメント(復習)



$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

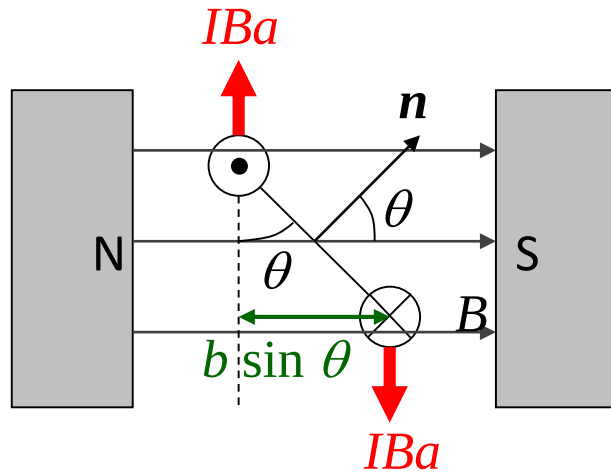
電気双極子モーメント



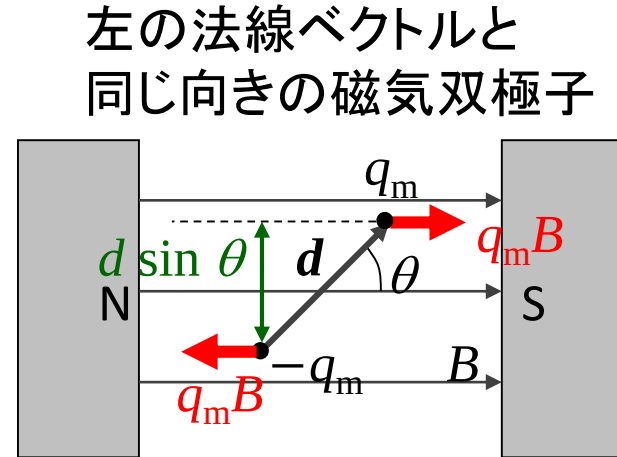
$$\boldsymbol{\mu}_m = q_m \mathbf{d}$$

磁気モーメント

コイルに働く磁気力 と 磁気双極子に働く磁気力 を比較



$$N = IAB \sin \theta$$



$$N = q_m B \times d \sin \theta$$

$$N = \mu_m B \sin \theta$$

$$\mu_m = q_m d$$

IA が μ_m に対応

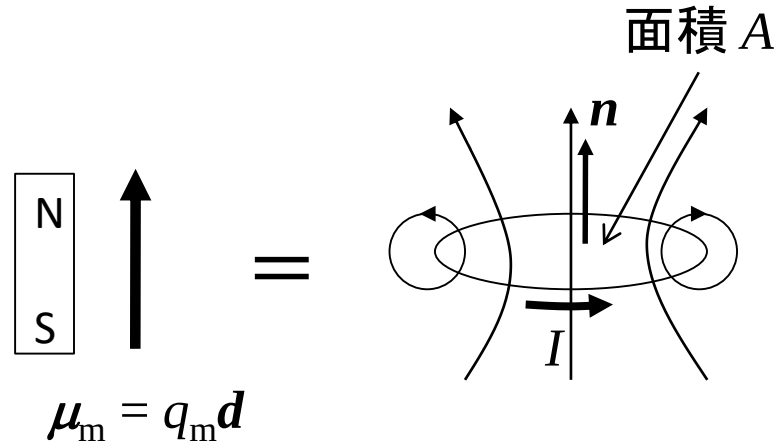
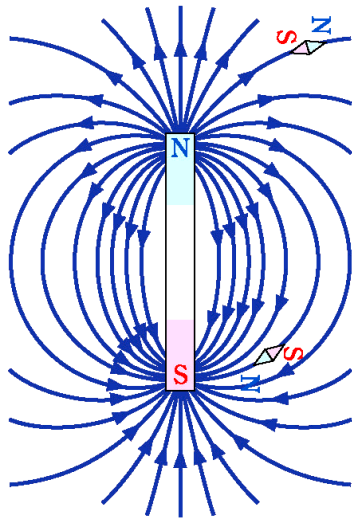
向きも考えると IAn が μ_m に対応

$$\mu_m = IAn \text{ なら全く同じ}$$

(注) 力のモーメントは
ここでは時計まわりが
正としている。

ここで法線ベクトル n の向きは、
コイルの電流の向きに右ネジを回したときに、右ネジの進む向き

面積 A の平面(単位法線ベクトルは $\mathbf{n}$)のまわりを
電流 I が流れている1巻きのコイルは、磁気モーメント
 $\mu_m = IAn$ を持つ棒磁石と同等



コイルの作る磁場は
磁石の磁場に似ている。
棒磁石やコイルの大きさが
無視できる距離(遠く)では同じ。

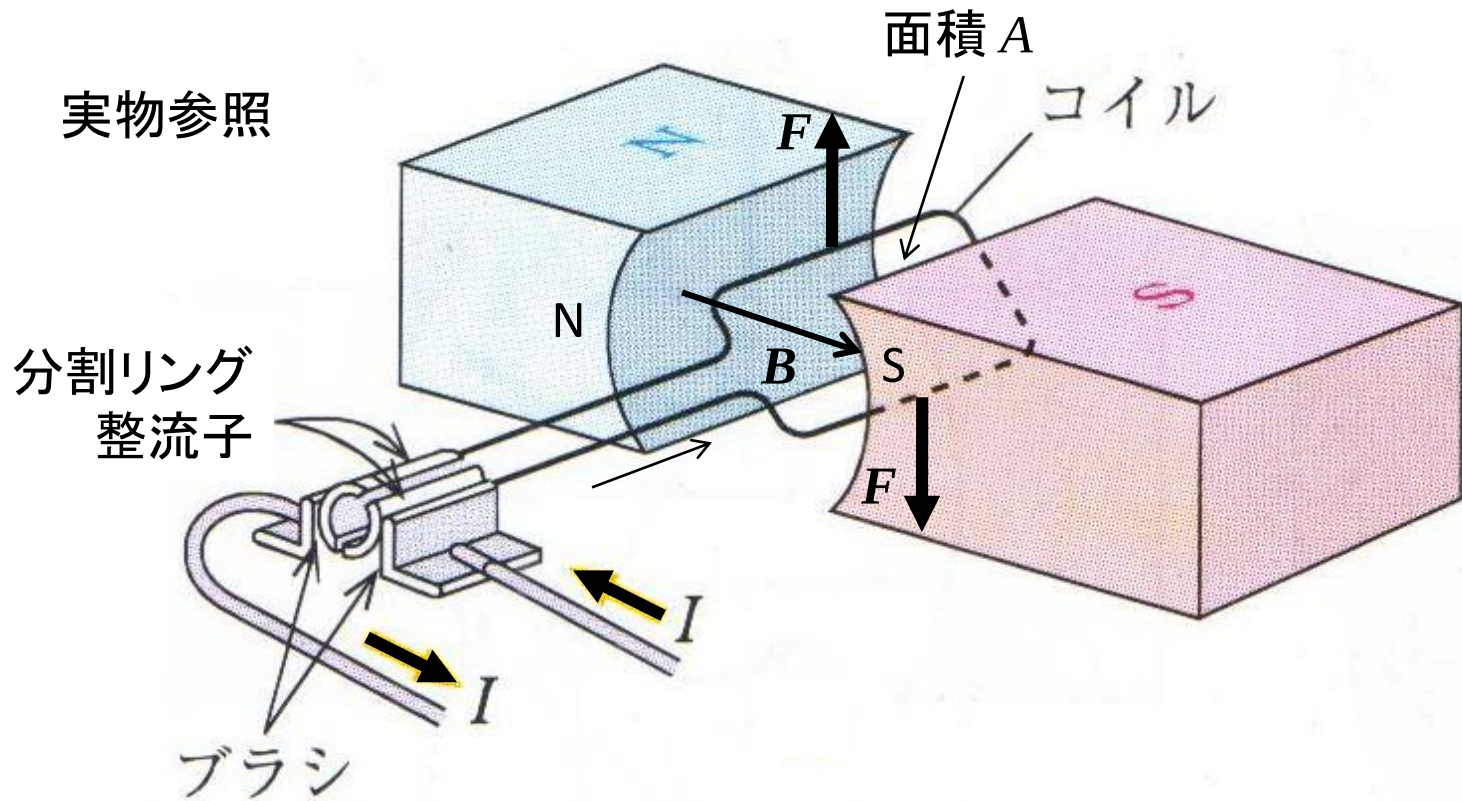
単位の確認: IA の単位: Am^2

$\mu_m = q_m d$ の単位: $\text{N/T} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot (\text{Am/N}) \cdot \text{m} = \text{Am}^2$

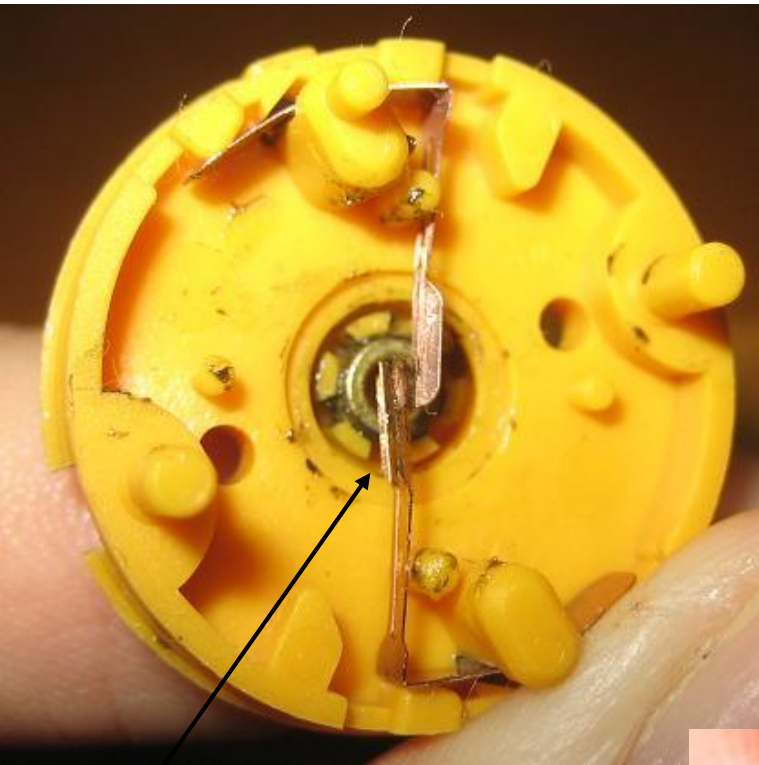
$$\begin{array}{c} \uparrow \\ F = q_m B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ T = \text{N/Am} \end{array}$$

直流モーター



コイルの面が磁場と垂直になった時点で
コイルを流れる電流を逆向きにするこ
とで常に一定の向きに回転させるよ
うな磁気力が働くようになっている。
コイルに、はたらく力のモーメントは、
コイルが磁場に平行のときに最大で IAB



ブラシ

市販のモーターは、写真のように3極モーターです。
下のサイトに動画付きの良い説明があります。

<https://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~masako/exp/faraday/e2m-3.html>



多重巻きの鉄心入りのコイルが3個

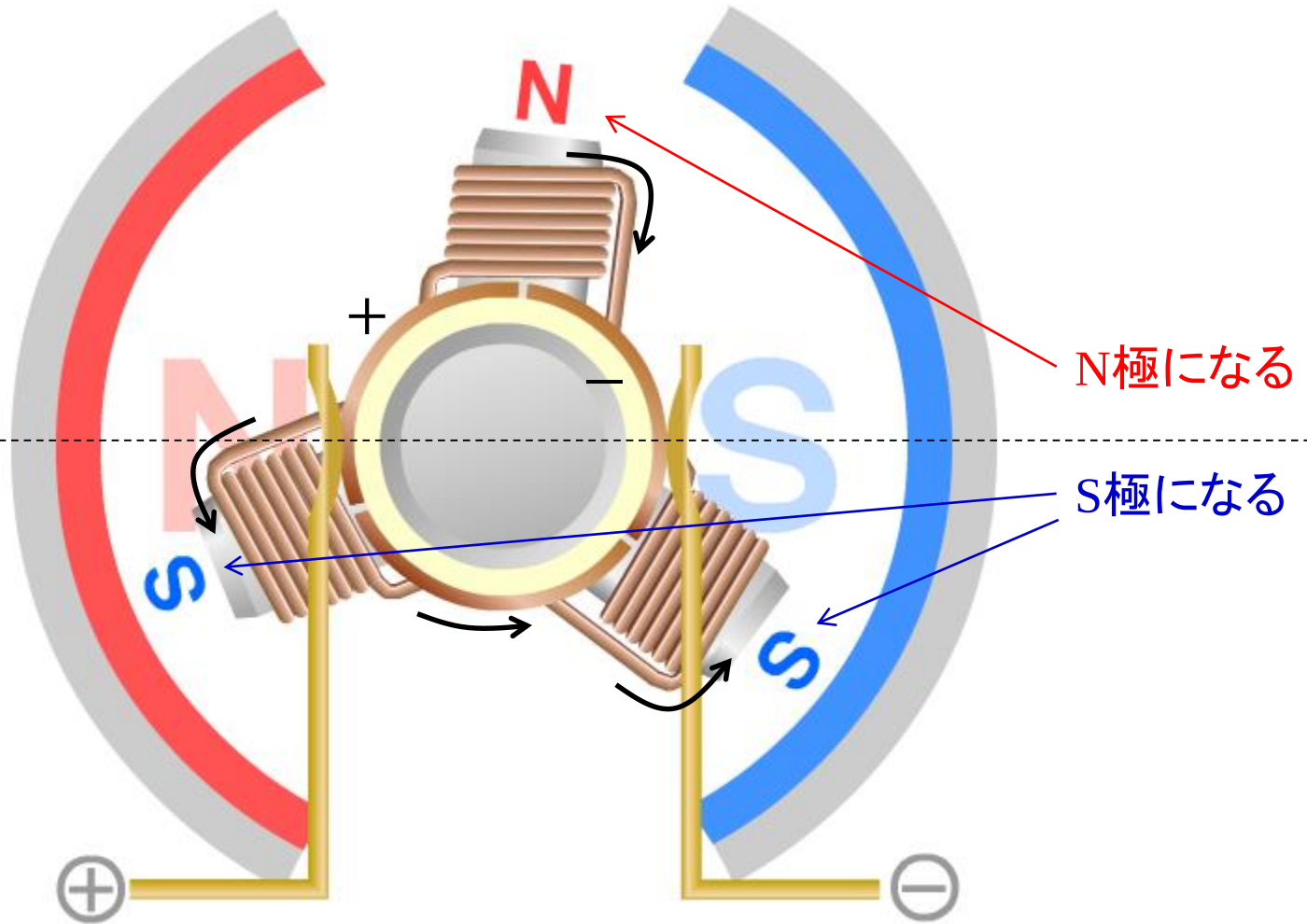
整流子(電極3個)

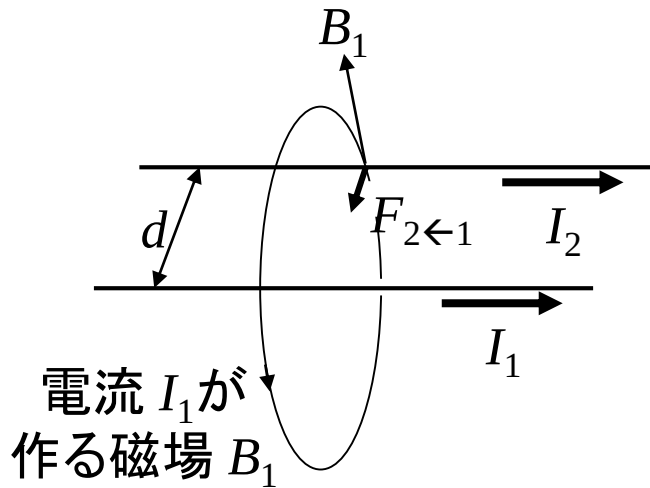
3極モーターのしくみ(参考)

④

②の1重空芯では、ほとんどパワーがないので、実際は鉄心入りの多重巻です。

②だと整流子の境目で電源を入れたと回りますが、3極だとスムーズに回転します





電流 I_1 が作る磁場: $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$

磁場中の長さ L 電流に働く力
 $F = IBL$ (I と B が垂直な場合)

電流 I_2 の長さ L の部分が受ける磁気力 $F_{2\leftarrow 1}$ は

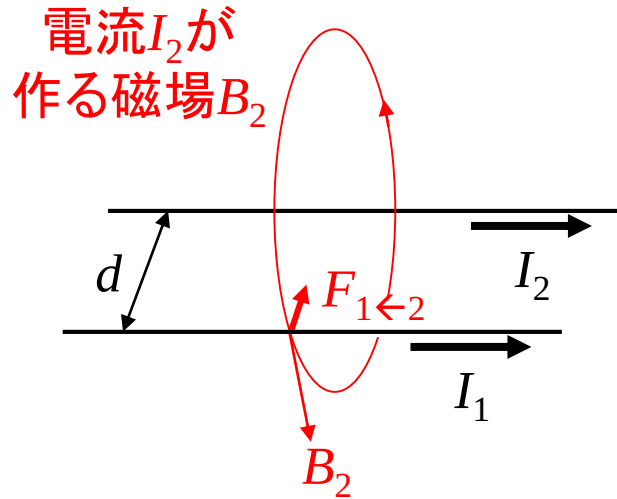
$$F_{2\leftarrow 1} = I_2 L B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$

長さ L の平行な直線電流の間に働く磁気力

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$

電流の方向が同じ: 引力
 電流の方向が逆 : 反発力

問題：⑤ にならって電流 I_2 のつくる磁場 B_2 を図に書き込み、電流 I_1 が受ける磁気力 $F_{1\leftarrow 2}$ も図に書け。



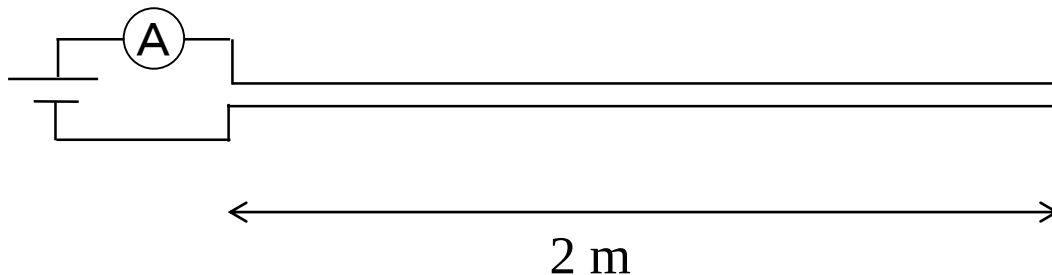
$$\text{電流 } I_2 \text{ が作る磁場: } B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

電流 I_1 の長さ L の部分が受ける磁気力 $F_{1\leftarrow 2}$ は

$$F_{1\leftarrow 2} = I_1 L B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$

問題：電流 I_1 と I_2 が逆向きの場合反発力となることを確かめよ。

問題：下の図のように、導線の間隔が 1 cm、長さが 2 m で流れる電流が互いに逆で 5 A の場合、導線に働く力の大きさを求めよ。引力か反発力かも答えよ。導線の間隔は狭いので、導線は十分に長いとしてよい。



$$\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times 5 \times 2}{2\pi \times 0.01} = 2 \times 10^{-3} \text{ N} = 0.2 \text{ グラム重}$$

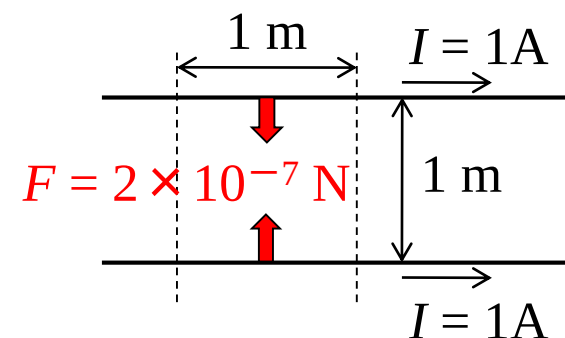
反発力

乾電池をショートさせると、問題と同程度の電流が流れる。

電流の単位アンペア[A]の定義

真空中で1 m 離して置いた, 強さの等しい電流の流れている無限に長い平行な導線の間に働く力の強さが1 m あたり $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ であるような電流が 1 A

N, m といったMKS単位系を用いた力学的な内容で A を定義



$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} \quad \text{に上の条件を代入}$$

$$2 \times 10^{-7} = \frac{\mu_0 \times 1 \times 1 \times 1}{2\pi \times 1}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

(磁気定数 μ_0 の値は、電流の定義式より正確に $4\pi \times 10^{-7}$)

2019年5月20日より、新しい定義

電気素量 e を定義値、 $1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$

1 A = 1 C/s であるが、1 C を電気素量で定義

国際単位系 (SI単位系、MKSA単位系)

⑨

長さ m , 質量 kg , 時間 s , 電流 A の4つを基本単位とする単位系

電磁気学で使う物理量は、この4つの組み合わせで、組立単位として決まる

テスラ

例: 磁場 B の単位: $T = N/(A \cdot m) = kg/(s^2 \cdot A)$

$$F = IBL, \quad B = \frac{F}{IL} \quad N = kg \cdot m/s^2$$


問題: 電気量、電荷の単位 クーロン C を組立単位で表せ

$$\Delta Q = I \Delta t$$

$$C = A \cdot s$$

電子はスピンと呼ばれる自転(的)運動をしている。(円電流)

$$\text{電子の磁気モーメント} \doteq \mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} [\text{A} \cdot \text{m}^2] \quad \mu_m = IA$$

実際の値: 9.28×10^{-24} (ボーア磁子)

e : 素電荷, h : プランク定数 $= 6.626 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$, m : 電子の質量

電子のスピン(自転的運動)や、公転的運動によって原子も磁気モーメントを持つ。
微視的な電流

すべての物質は、磁場の中に置くと、強弱に差はあるが、
個々の原子の磁気モーメントが磁場の向きに、
あるいは、その逆向きに揃って磁化する。(磁石になる)

このように磁氣的性質に着目するとき、物質を

磁性体

という。

対応: 電氣的性質に着目するとき、絶縁体を

誘電体

という。

分極 P

単位体積中の原子・分子の
電気双極子モーメントの和

$$P = \sum p_j$$

p_j : j 番目の原子・分子の
電気双極子モーメント

分極 P の誘電体の
分極に垂直な表面には面密度

$$\sigma_p = \pm P$$

の分極電荷が現れる

磁化 M

単位体積中の原子・分子の
磁気モーメントの和

$$M = \sum \mu_j$$

μ_j : j 番目の原子・分子の
磁気モーメント

磁化 M の磁性体の
磁化に垂直な表面には面密度

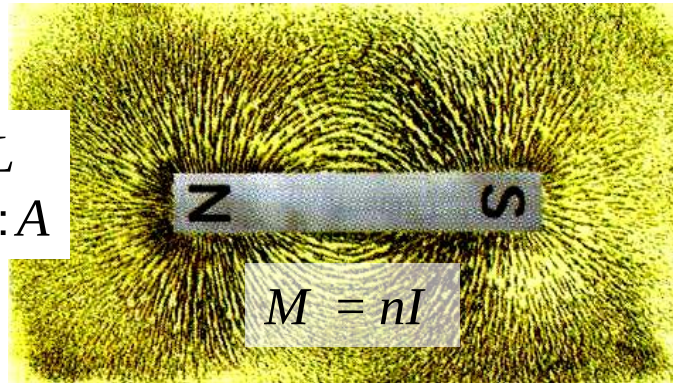
$$\sigma_m = \pm M$$

の磁荷が現れる

実際には磁荷は存在しないが、
そう考えてもよいということ。
円電流を磁気双極子と考えたことによる。

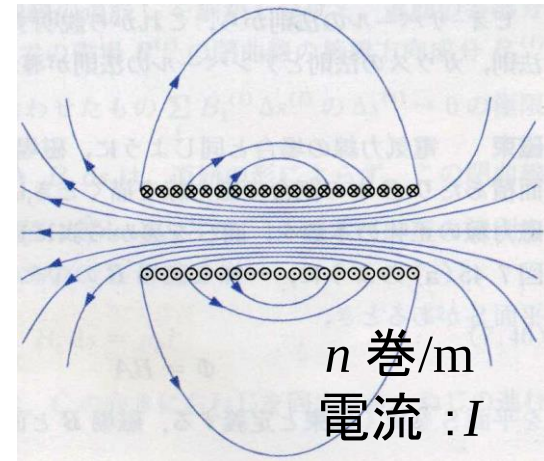
等価磁石

円柱状磁石

長さ: L 断面積: A

$$M = nI$$

ソレノイド

長さ: L 断面積: A
 n 巻/m
電流: I

磁気モーメントの総量

単位体積あたり M で、体積 AL だから MAL

1 巻き AI で nL 巻きだから $nIAL$

$M = nI$ なら、同じ(等価)、内外の磁場 B も同じ

このとき、磁化 M の円柱状磁石と、単位長さあたりの電流が nI のソレノイドは等価

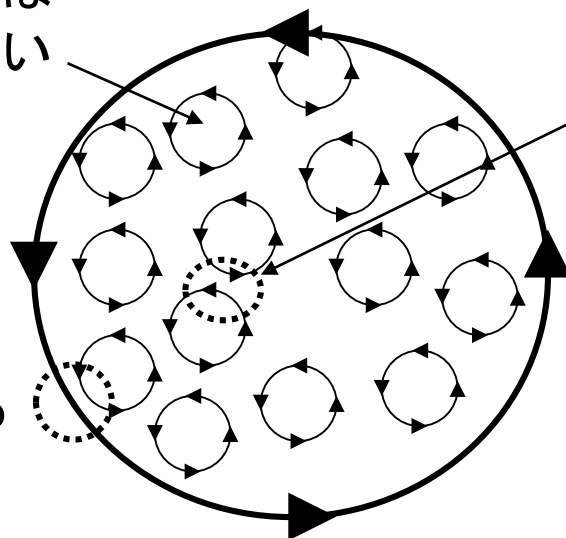
理由(詳細)は以下のスライド

磁化電流

磁化電流のイメージ

微視的電流の向きが
そろっている場合

内部の電流は打ち消しあう



表面の電流は残る

磁化電流

電場中の誘電体も
表面以外の部分は
電荷が打ち消しあって
中性であるのと似ている。

磁化 M の磁性体中の微視的な電流の作る磁場

= 磁性体の側面を流れる巨視的な表面電流の作る磁場

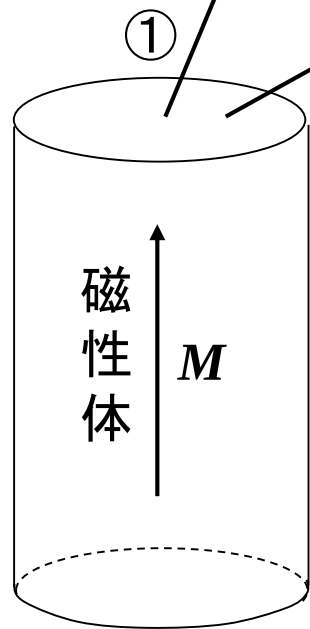
この微視的電流と等価な巨視的な表面電流を

磁化電流

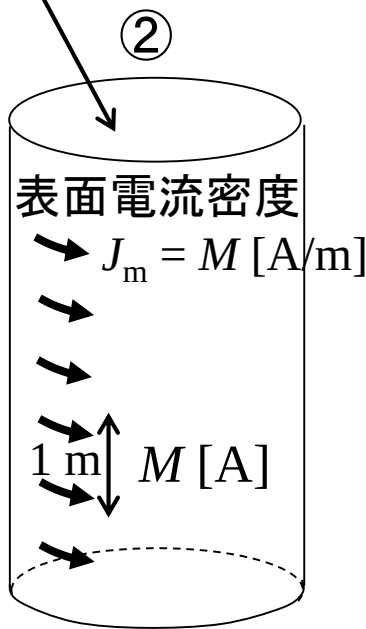
という。

円電流
の集まり
と考えると

小さな磁石
磁気双極子
の集まり
と考えると



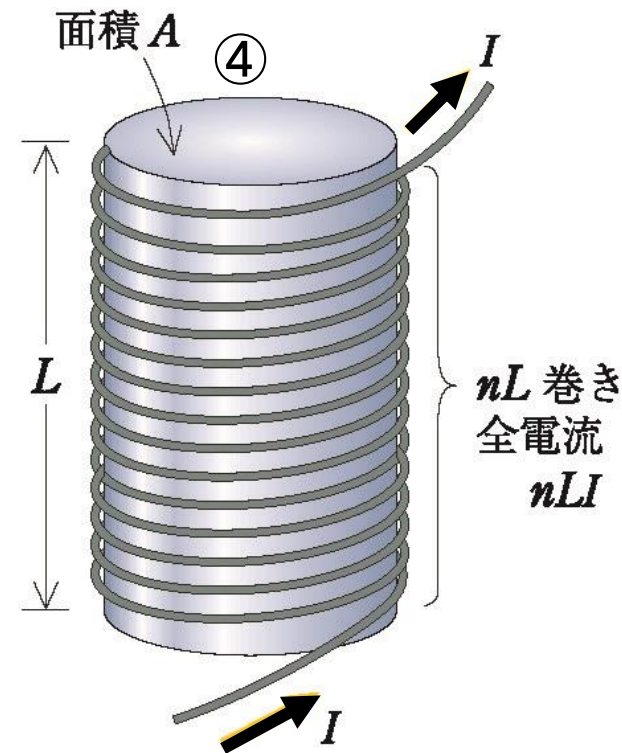
磁化 M の
円柱状磁石
小さな磁石の
集まり



円柱の表面の
単位長さあたりに
 M [A]の電流
(磁化電流)が
流れている円柱



上面と下面の
磁荷密度が
それぞれ M と
 $-M$ である円柱



$nI = M$ の
ソレノイド

$n \rightarrow \infty (I \rightarrow 0)$ で、④ $\rightarrow$ ②

①～④の4つの円柱(底面積 A 、高さ L)の外部のできる磁場はすべて等しい。

問題:①～④について、磁気モーメントの総量を計算せよ。ただし、 $nI = M$ とする。 ⑮

①: 単位体積あたり M , 体積は AL なので、 MAL

②: 単位長さあたり電流 M [A/m], L [m] で総電流は ML [A]
磁気モーメントは AI なので AML

③: 磁荷は単位面積あたり M で面積 A なので MA ,
間隔が L なので MAL

④: 1 巻きの磁気モーメントが AI で、
 nL 巻きなので $AI nL$ 。 $nI = M$ なら MAL

磁場 B (磁束密度 B): すべての電流 I が作る磁場

$$\text{電流 } I = \text{伝導電流 } I_0 + \text{磁化電流 } I'$$

磁場 $B =$ 伝導電流 I_0 が作る磁場 $B^{(c)}$ + 磁化電流 I' が作る磁場 $B^{(m)}$
(ビオ-サバールの法則にしたがって)

c: conduction

m: magnetization

磁場 B のアンペールの法則: $\oint_C B_t ds = \mu_0 I \leftarrow$ すべての電流が関与
 $\downarrow$
 $I = I_0 + I'$

磁化電流は測定が難しく扱いにくいので、磁化電流が関与しない
磁場 H (磁場の強さ H) を導入する。

磁場 H のアンペールの法則: $\oint_C H_t ds = I_0 \leftarrow$ 伝導電流だけが関与

磁場 H と磁場 B の関係: $B = \mu_0 (H + M)$

H と M は同じ次元, 単位 [A/m]

磁性体の外 (真空中) では: $B = \mu_0 H$ ($M = 0$)

(定数倍の違いだけ)

電束密度 D との対応 (復習も兼ねて)

電場 E : すべての電荷 Q が作る電場

電荷 $Q = \text{自由電荷 } Q_0 + \text{分極電荷 } Q_p$

電場のガウスの法則: $\iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Q : 閉曲面 S の内部の総電荷
(自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_p)

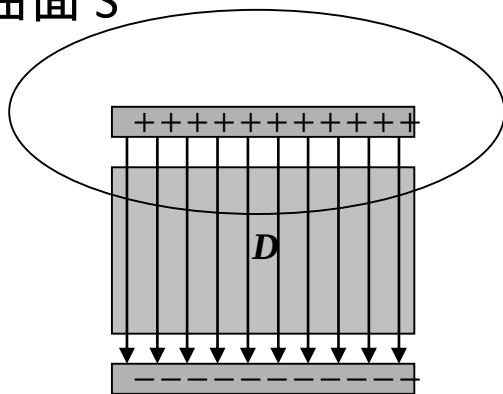
自由電荷 Q_0 だけに関係した量、電束密度 D があると便利な場合がある。

このような量は電場 E と分極 P を使って実現できる。

$$D = \epsilon_0 E + P$$

真空中: $D = \epsilon_0 E$

閉曲面 S



電束密度の法線方向成分

プサイ

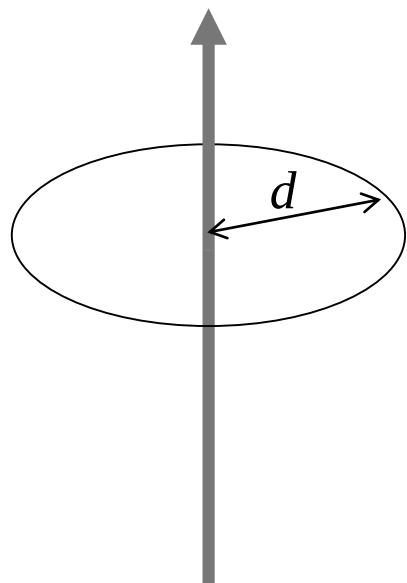
$$\psi_E = \iint_S D_n dA = Q_0$$

閉曲面 S から出てくる電束
(電束線の数)

閉曲面 S の内部の
全自由電荷 Q_0

B と H 真空中 (復習を兼ねて)

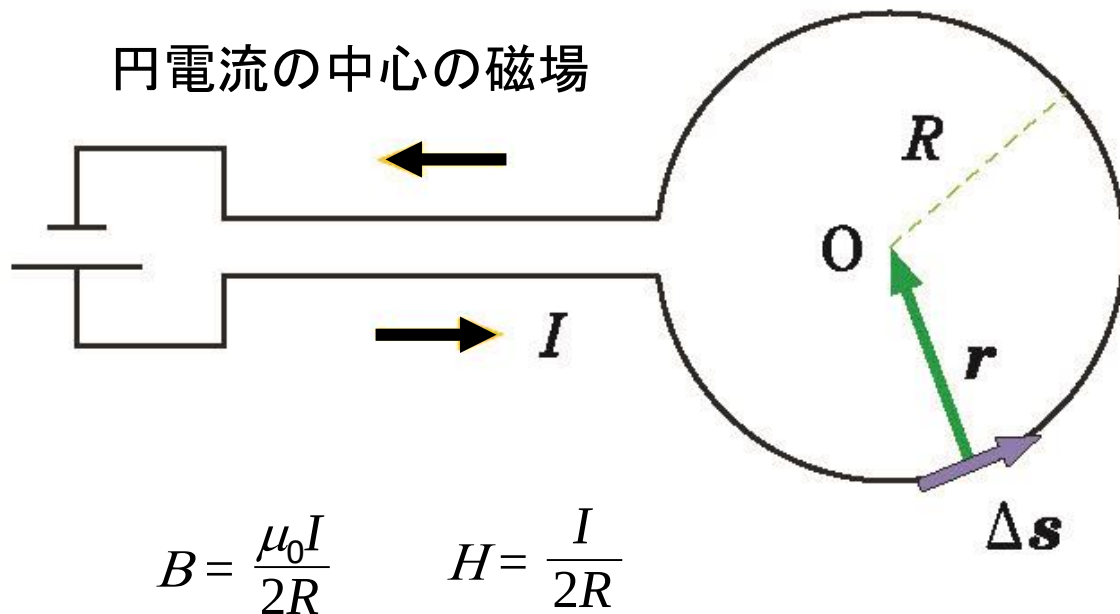
無限に長い
直線電流 I の周囲の磁場



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$H = \frac{I}{2\pi d}$$

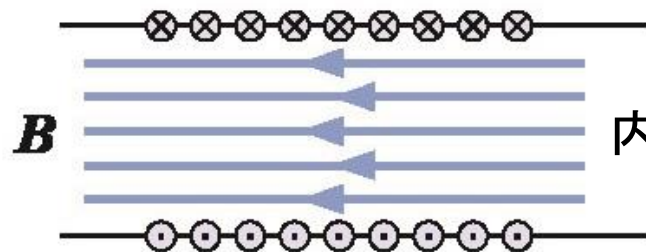
円電流の中心の磁場



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$H = \frac{I}{2R}$$

無限に長いソレノイドの磁場



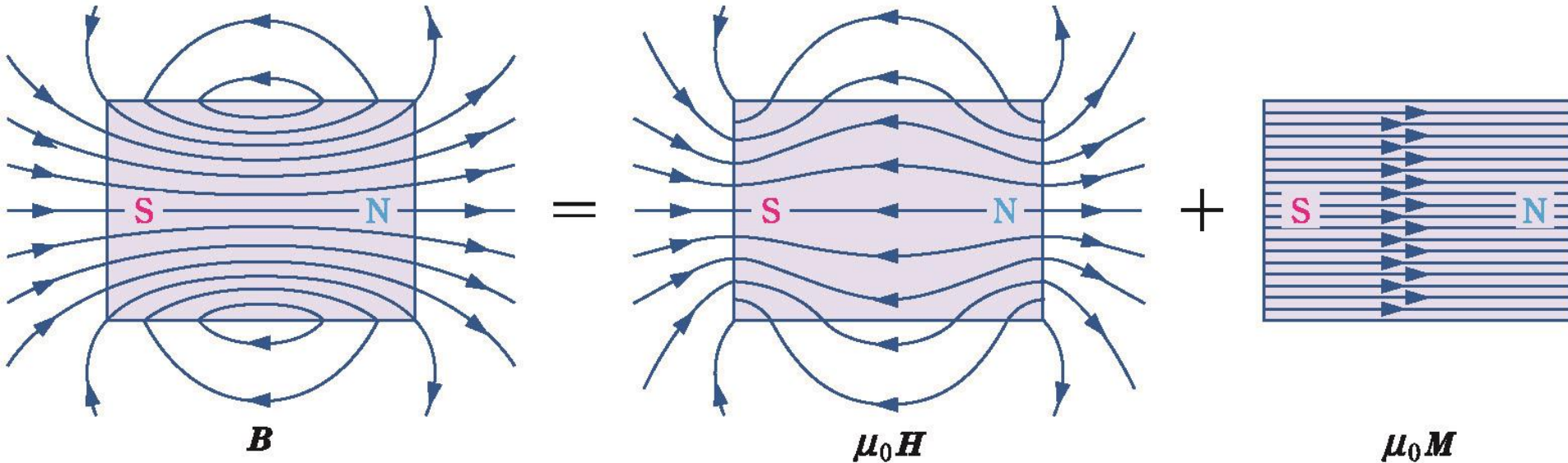
内部: $B = \mu_0 nI$ $H = nI$

外部: $B = 0$ $H = 0$

真空中では、 B と H は
 μ_0 倍の違いしかない。

磁性体があるときの B と H

永久磁石の場合



$$B = \mu_0 (H + M)$$

磁場 $H = H^{(c)} + H^{(m)}$ (真空中も磁性体中も)

$H^{(c)} = \mu_0 B^{(c)}$: $\mu_0 = 1$ とおいたビオ-サバールの法則で伝導電流から計算される磁場
(上の図の場合は 0)

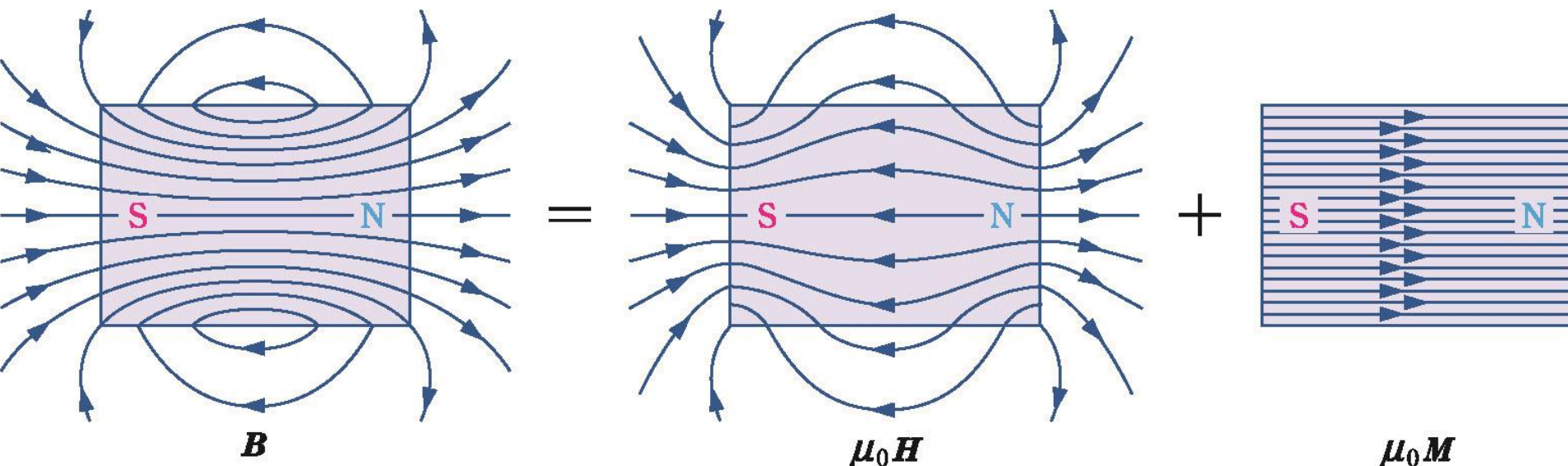
$$\Delta H = \frac{I_0 \Delta s \times r}{4\pi r^3}$$

$H^{(m)}$: 磁性体の表面に現れる磁荷 Q_m がクーロンの法則に従ってつくる磁場
(上の図では $H = H^{(m)}$)

$$H^{(m)}(r) = \frac{Q_m}{4\pi r^2} \frac{r}{r}$$

B と H どちらが本質的？

永久磁石の場合



荷電粒子が受けるローレンツ力は $F = qE + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

上の永久磁石の例では、磁石の両端の内外で B は連続的だが、 H は不連続。
荷電粒子が受ける力は B に依り、 H のように磁石の内外で不連続に変化していない。

よって、 B の方が本質的で重要な物理量。
これまで B ばかり使ってきたのはそのため。

H は、電束密度 D のように人為的な物理量だが、便利なこともある。

磁化率

ほとんどの磁性体では、磁化 M は磁化を引き起こした磁場 H に比例する。

$$M = \chi_m H$$

このような場合は
磁場 B より磁場 H がよい
磁場 B は磁化 M
によって変化するが
磁場 H は変化しない

無次元の比例定数 χ_m :

磁気感受率(磁化率)

例外: 永久磁石は、磁場 H がなくても磁化している
(後で説明)

$$B = \mu_0 (H + M)$$

$$B = \mu_0 (H + \chi_m H)$$

$$B = \mu_0 (1 + \chi_m) H$$

$$\text{比透磁率 } \mu_r = 1 + \chi_m$$

$$B = \mu_r \mu_0 H = \mu H$$

($\mu = \mu_r \mu_0$ を

透磁率

という) $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ は誘電率

電気感受率

↓

$$\text{比誘電率 } \varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

ソレノイドの内部を
磁性体で満たすと
磁場 B は μ_r 倍
($\mu_0 H \rightarrow \mu_r \mu_0 H$)

真空の比透磁率 μ_r は 1 (磁気感受率 χ_m は 0) なので「真空」の「透磁率」は μ_0

真空の比誘電率 ε_r は 1 (電気感受率 χ_e は 0) なので「真空」の「誘電率」は ε_0

反磁性体

常磁性体

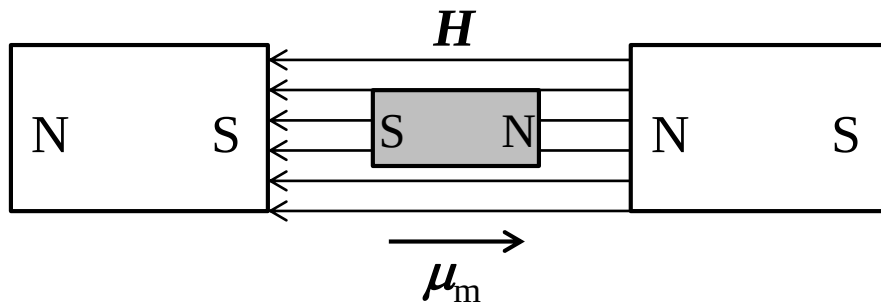
$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

いずれも磁化 M は磁化を引き起こした磁場 H にほぼ比例する。磁化は弱い。

(磁気感受率の絶対値は小さい)

物体を磁場中におくと、
原子(分子)の磁気モーメントが
磁場と逆向きにそろう。

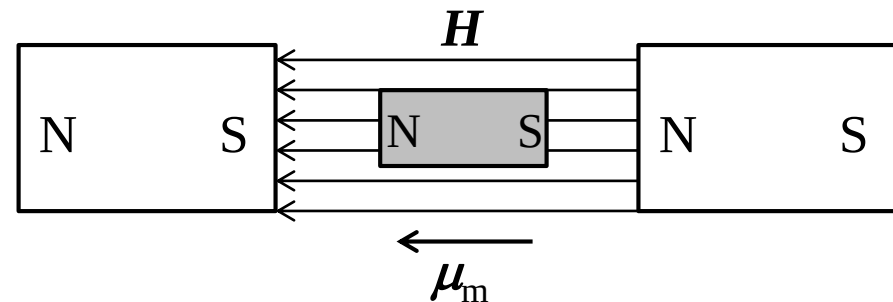
$$\chi_m < 0, |\chi_m| \ll 1$$



水・ガラス・金・銀・銅・ふつうの有機物
大部分の塩類・ビスマス
酸素以外の多くの気体

物体を磁場中におくと、
原子(分子)の磁気モーメントが
磁場の向きにそろう

$$0 < \chi_m \ll 1$$



白金・アルミニウム・クロム・マンガン
遷移金属とその化合物、酸素

様々な物質の磁気感受率 χ_m と比透磁率 μ_r

	磁気感受率 χ_m	比透磁率 $\mu_r (1 + \chi_m)$
強磁性体	鉄(99.8%)	5000
	液体酸素	1.003460
常磁性体	マンガン	1.000830
	アルミニウム	1.000021
	水	0.999992
反磁性体	銅	0.999990
	炭素(グラファイト)	0.999984
	ビスマス	0.999834

リニアモーター(linear motor)

(直線)

モーターというと、先ほど見た回転式のモーターを思い浮かべるが直線的な運動をするモーターもある。

問題:この授業でも、すでにリニアモーターを見せたが、どれかわかりますか？
(リニアモーターといっても、様々なものがあります)

**回転軸を持たない
リニアモーター**

