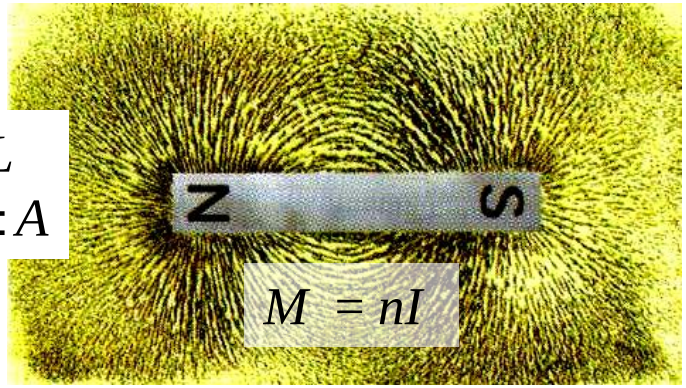
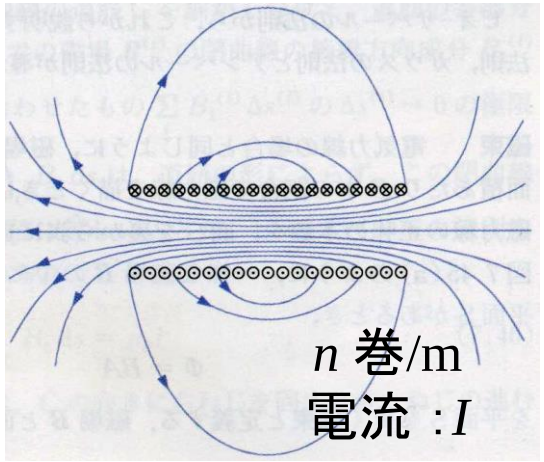
等価磁石

円柱状磁石

長さ：L
断面積：A



ソレノイド



長さ：L
断面積：A

磁気モーメントの総量

単位体積あたり M で、体積 AL だからMAL

1巻き AI でnL 巻きだから $nIAL$

$M = nI$ なら、同じ（等価）、内外の磁場 $\boldsymbol{B}$ も同じ

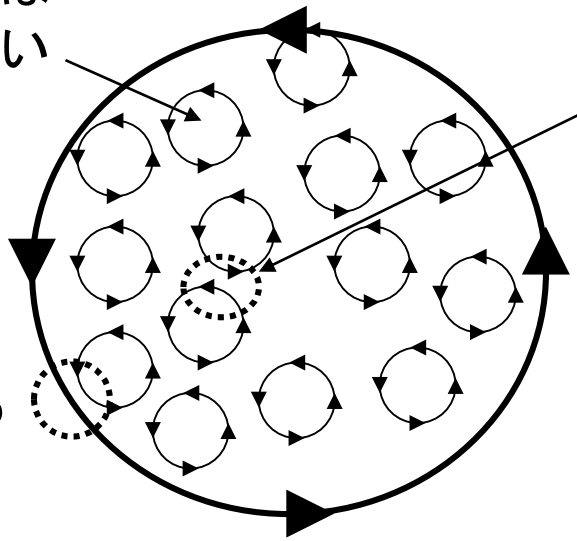
このとき、磁化 M の円柱状磁石と、単位長さあたりの電流が nI のソレノイドは等価

理由（詳細）は以下のスライド

磁化電流

磁化電流のイメージ

電子のスピン（自転的運動）や
公転的運動による微視的電流は
図のような円電流と考えてもよい



微視的電流の向きが
そろっている場合

内部の電流は打ち消しあう

表面の電流は残る

↓

磁化電流

電場中の誘電体も
表面以外の部分は
電荷が打ち消しあって
中性であるのと似ている。

磁化 M の磁性体中の微視的な電流の作る磁場
＝ 磁性体の側面を流れる巨視的な表面電流の作る磁場

この微視的電流と等価な巨視的な表面電流を **磁化電流** という。

円電流
の集まり
と考えると

小さな磁石
磁気双極子
の集まり
と考えると

①

磁
性
体

M

磁化 M の
円柱状磁石
小さな磁石の
集まり

②

表面電流密度
$J_m = M$ [A/m]

1 m

M [A]

円柱の表面の
単位長さあたりに
M [A]の電流
（磁化電流）が
流れている円柱

③

$\sigma_m = M$

$\sigma_m = -M$

上面と下面の
磁荷密度が
それぞれ M と
$-M$である円柱

面積 A

④

I

L

nL 巻き
全電流
nLI

I

$nI = M$ の
ソレノイド

$n \to \infty$（$I \to 0$）で、④→②

①～④の4つの円柱（底面積A、高さL）の外部のできる磁場はすべて等しい。

問題:①～④について、磁気モーメントの総量を計算せよ。ただし、$nI = M$ とする。 ⑮

①: 単位体積あたりM, 体積はALなので、MAL

②: 単位長さあたり電流 M [A/m], L [m]で総電流は ML [A]
磁気モーメントは AI なので AML
→ 単位長さあたりの磁荷電流 $J_{\mathrm{m}} = M$

③: 磁荷は単位面積あたり M で面積A なので MA ,
間隔が L なので MAL
→ 単位面積あたりの磁荷（磁荷の面密度） $\sigma_{\mathrm{m}} = \pm M$

④: 1巻きの磁気モーメントがAIで、
nL巻きなので$AInL$。$nI = M$ なら MAL

磁場 $\boldsymbol{H}$（磁場の強さ $\boldsymbol{H}$）（教科書 p257）

磁場$\boldsymbol{B}$（磁束密度$\boldsymbol{B}$）：すべての電流 I が作る磁場

電流 I = 伝導電流 I_0 + 磁化電流 I'

磁場$\boldsymbol{B}$ = 伝導電流 I_0 が作る磁場 $\boldsymbol{B}^{(c)}$ + 磁化電流I'が作る磁場 $\boldsymbol{B}^{(m)}$

（ビオ-サバールの法則にしたがって）

c: conduction
m: magnetization

磁場$\boldsymbol{B}$のアンペールの法則： $\oint_C B_t ds = \mu_0 I$ ← すべての電流が関与

↓

$I = I_0 + I'$

磁化電流は測定が難しく扱いにくいので、磁化電流が関与しない
磁場$\boldsymbol{H}$（磁場の強さ$\boldsymbol{H}$）を導入する。

磁場$\boldsymbol{H}$のアンペールの法則： $\oint_C H_t ds = I_0$ ← 伝導電流だけが関与

磁場 $\boldsymbol{H}$ と磁場 $\boldsymbol{B}$ の関係：$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M})$

$\boldsymbol{H}$ と $\boldsymbol{M}$ は同じ次元，単位 [A/m]

磁性体の外（真空中）では：$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$　　（$\boldsymbol{M} = 0$）

（定数倍の違いだけ）

電束密度 $\boldsymbol{D}$ との対応（復習も兼ねて）

電場$\boldsymbol{E}$：すべての電荷 Q が作る電場

電荷 Q = 自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_P

電場のガウスの法則：$\iint_\mathrm{S} E_\mathrm{n}\,\mathrm{d}A = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

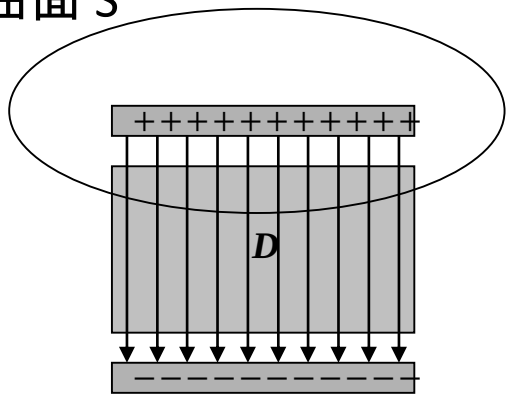
Q：閉曲面 S の内部の総電荷
（自由電荷 Q_0+分極電荷 Q_p）

自由電荷 Q_0 だけに関係した量、電束密度 $\boldsymbol{D}$ があると便利な場合がある。

このような量は電場 $\boldsymbol{E}$ と 分極 $\boldsymbol{P}$ を使って実現できる。 $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$

真空中：$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E}$

閉曲面 S



電束密度の法線方向成分

プサイ

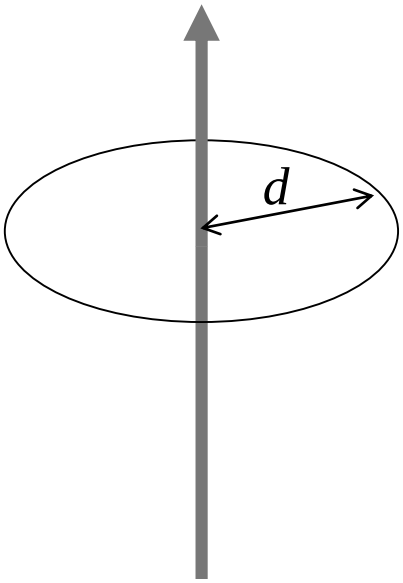
$$\psi_\mathrm{E} = \iint_\mathrm{S} D_\mathrm{n}\,\mathrm{d}A = Q_0$$

閉曲面 S から出てくる電束
（電束線の数）

閉曲面 S の内部の
全自由電荷 Q_0

B と H 真空中（復習を兼ねて）

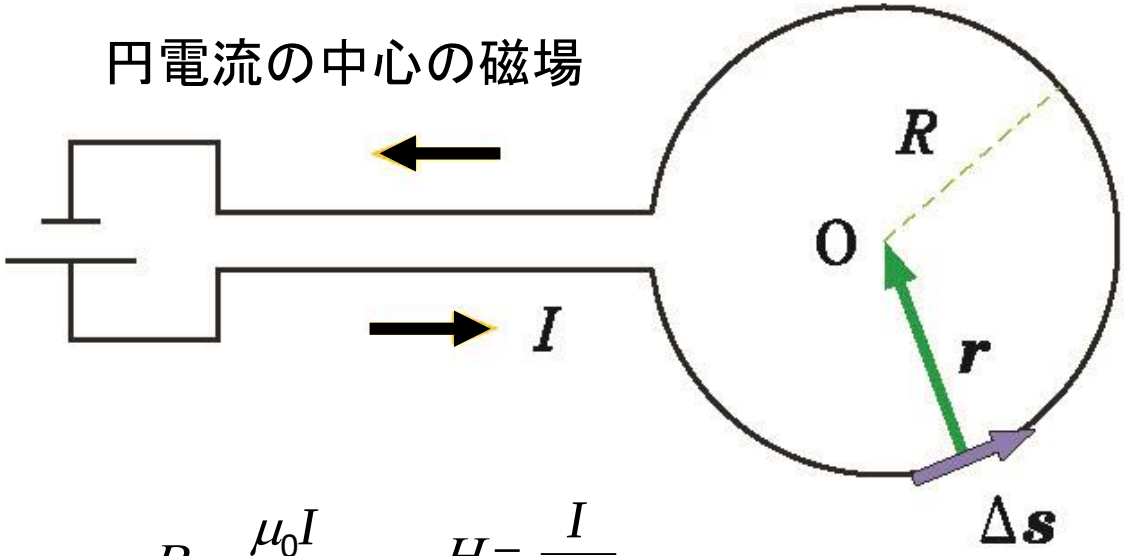
無限に長い
直線電流 I の周囲の磁場



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

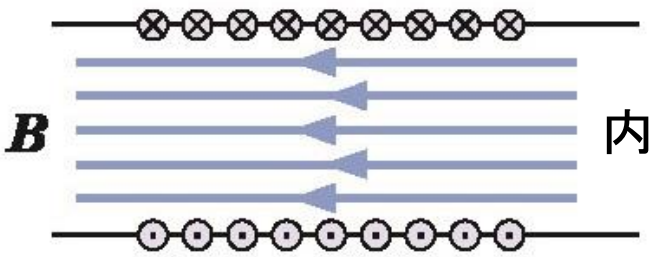
$$H = \frac{I}{2\pi d}$$

円電流の中心の磁場



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \qquad H = \frac{I}{2R}$$

無限に長いソレノイドの磁場



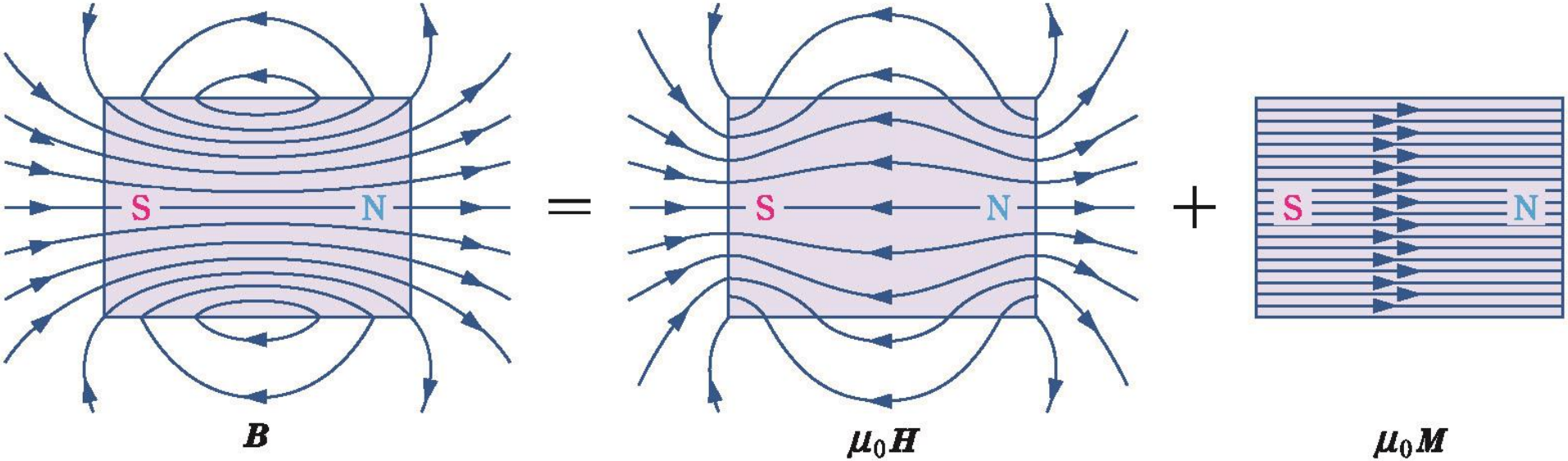
内部：$B = \mu_0 nI$　　$H = nI$

外部：$B = 0$　　$H = 0$

真空中では、B と H は
μ_0 倍の違いしかない。

磁性体があるときの $\boldsymbol{B}$ と $\boldsymbol{H}$

永久磁石の場合



$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M})$$

磁場 $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^{(c)} + \boldsymbol{H}^{(m)}$ （真空中も磁性体中も）

$\boldsymbol{H}^{(c)} = \dfrac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B}^{(c)}$: $\mu_0 = 1$ とおいたビオ-サバールの法則で伝導電流から計算される磁場
（上の図の場合は 0 ）

$$\Delta\boldsymbol{H} = \frac{I_0 \Delta\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{r}}{4\pi r^3}$$

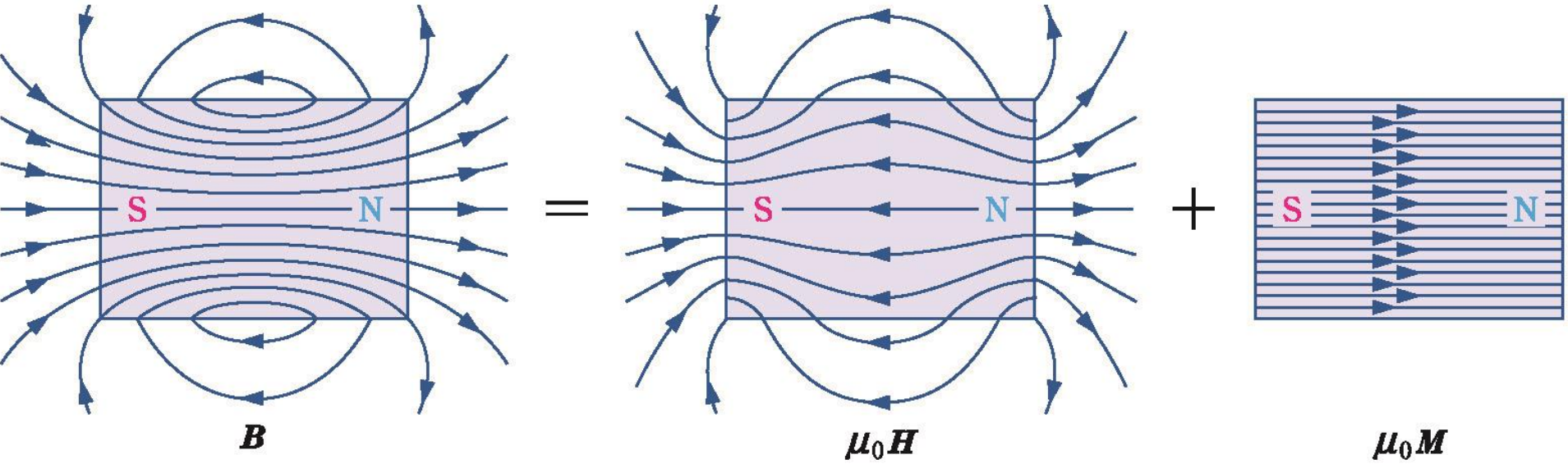
$\boldsymbol{H}^{(m)}$: 磁性体の表面に現れる磁荷 Q_m がクーロンの法則に従ってつくる磁場
（上の図では $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^{(m)}$ ）

$$\boldsymbol{H}^{(m)}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q_m}{4\pi r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

N極を始点、
S極を終点とする線

B と H どちらが本質的？

永久磁石の場合



荷電粒子が受けるローレンツ力は　$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$

上の永久磁石の例では、磁石の両端の内外で $\boldsymbol{B}$ は連続的だが、$\boldsymbol{H}$は不連続。
荷電粒子が受ける力は $\boldsymbol{B}$ に依り、$\boldsymbol{H}$ のように磁石の内外で不連続に変化していない。

よって、$\boldsymbol{B}$の方が本質的で重要な物理量。
これまで $\boldsymbol{B}$ ばかり使ってきたのはそのため。

$\boldsymbol{H}$ は、電束密度 $\boldsymbol{D}$ のように人為的な物理量だが、便利なこともある。

磁化率

ほとんどの磁性体では、磁化 $\boldsymbol{M}$ は磁化を引き起こした磁場 $\boldsymbol{H}$ に比例する。

$$\boldsymbol{M} = \chi_m \boldsymbol{H}$$

無次元の比例定数 χ_m : **磁気感受率（磁化率）**

このような場合は
磁場 $\boldsymbol{B}$ より磁場 $\boldsymbol{H}$ がよい
磁場 $\boldsymbol{B}$ は磁化 $\boldsymbol{M}$
によって変化するが
磁場 $\boldsymbol{H}$ は変化しない

例外：永久磁石は、磁場 $\boldsymbol{H}$ がなくても磁化している
（後で説明）

$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M})$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0(\boldsymbol{H} + \chi_m \boldsymbol{H})$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0(1+\chi_m)\boldsymbol{H}$$

比透磁率 $\mu_r = 1+\chi_m$

$$\boldsymbol{B} = \mu_r\mu_0\boldsymbol{H} = \mu\boldsymbol{H}$$

ソレノイドの内部を
磁性体で満たすと
磁場 $\boldsymbol{B}$ は μ_r 倍
（ $\mu_0\boldsymbol{H} \rightarrow \mu_r\mu_0\boldsymbol{H}$ ）

電気感受率
↓
比誘電率 $\varepsilon_r = 1+\chi_e$

（$\mu = \mu_r\mu_0$ を **透磁率** という）　$\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ は誘電率

真空の比透磁率 μ_r は 1（磁気感受率 χ_m は 0 ）なので「真空」の「透磁率」は μ_0

真空の比誘電率 ε_r は 1（電気感受率 χ_e は 0 ）なので「真空」の「誘電率」は ε_0

鉄等の磁石につくもの（強磁性体）以外は次の2つに分類される。

反磁性体

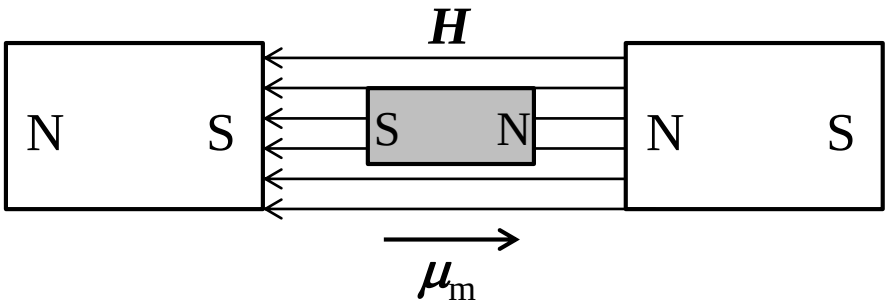
常磁性体

$$\boldsymbol{M} = \chi_{\mathrm{m}} \boldsymbol{H}$$

いずれも磁化 $\boldsymbol{M}$ は磁化を引き起こした磁場 $\boldsymbol{H}$ にほぼ比例する。磁化は弱い。
（磁気感受率の絶対値は小さい）

物体を磁場中におくと、
原子（分子）の磁気モーメントが
磁場と逆向きにそろう。

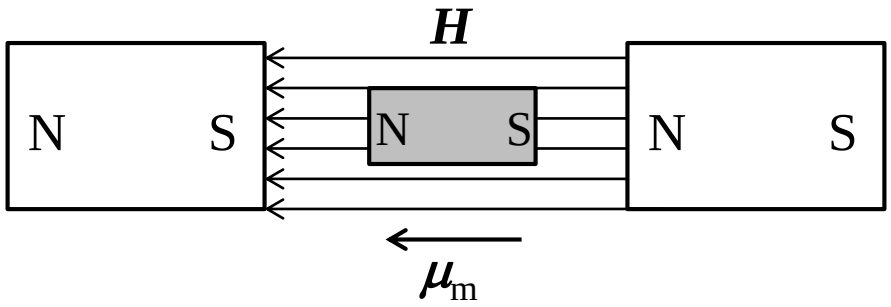
$\chi_{\mathrm{m}} < 0$, $|\chi_{\mathrm{m}}| << 1$



水・ガラス・金・銀・銅・ふつうの有機物
大部分の塩類・ビスマス
酸素以外の多くの気体

物体を磁場中におくと、
原子（分子）の磁気モーメントが
磁場の向きにそろう

$0 < \chi_{\mathrm{m}} << 1$



白金・アルミニウム・クロム・マンガン
遷移金属とその化合物、酸素

様々な物質の磁気感受率χ_mと比透磁率μ_r

		磁気感受率 χ_m	比透磁率μ_r $(1+\chi_m)$
強磁性体	鉄（99.8%）	4999	5000
	液体酸素	0.003460	1.003460
常磁性体	マンガン	0.000830	1.000830
	アルミニウム	0.000021	1.000021
	水	-0.000008	0.999992
	銅	-0.000010	0999990
反磁性体	炭素（グラファイト）	-0.000016	0.999984
	ビスマス	-0.000166	0.999834

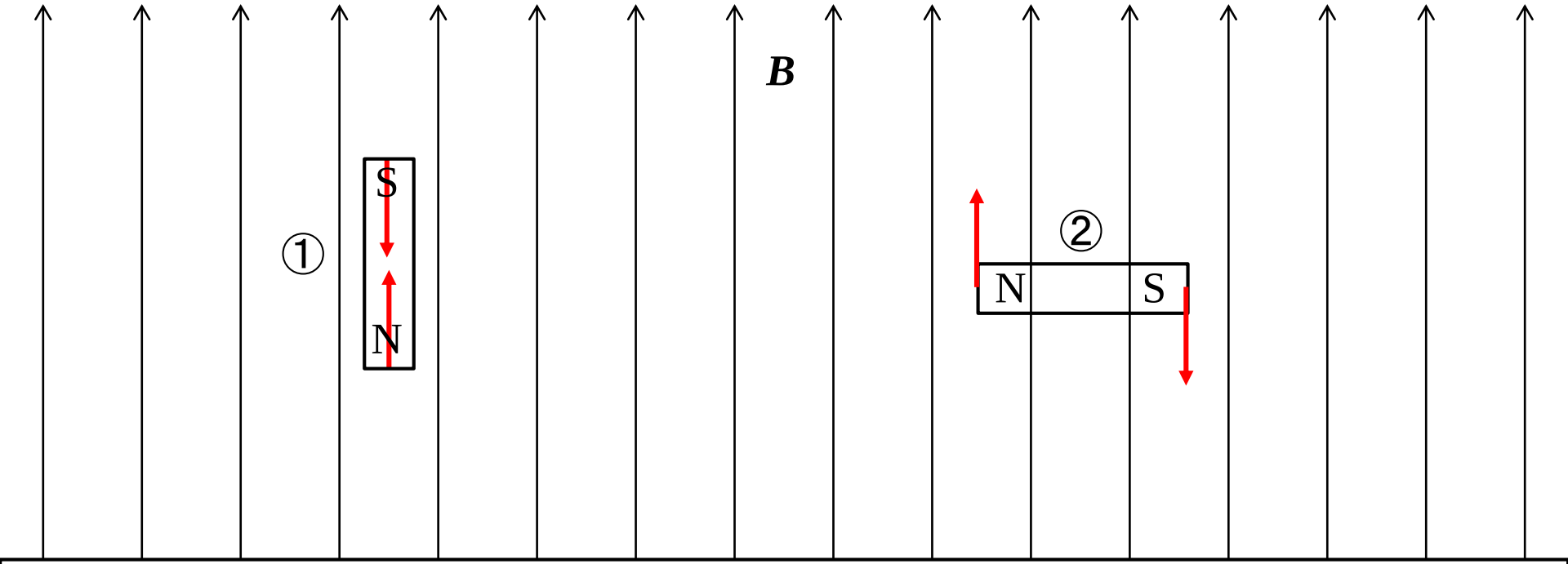
問題：この教室の床は全面大きな磁石のN極（下の階の天井がS極）で、教室には　①
上向きで一様な磁場が存在するとする。地磁気と重力は無視する。

①教室内で棒磁石のN極を真下に向けたとき、棒磁石にはどのような力が働くか？

N極には上向きの、S極には下向きの力が働くが、合力は０。
磁石を浮上させる力は働かない。

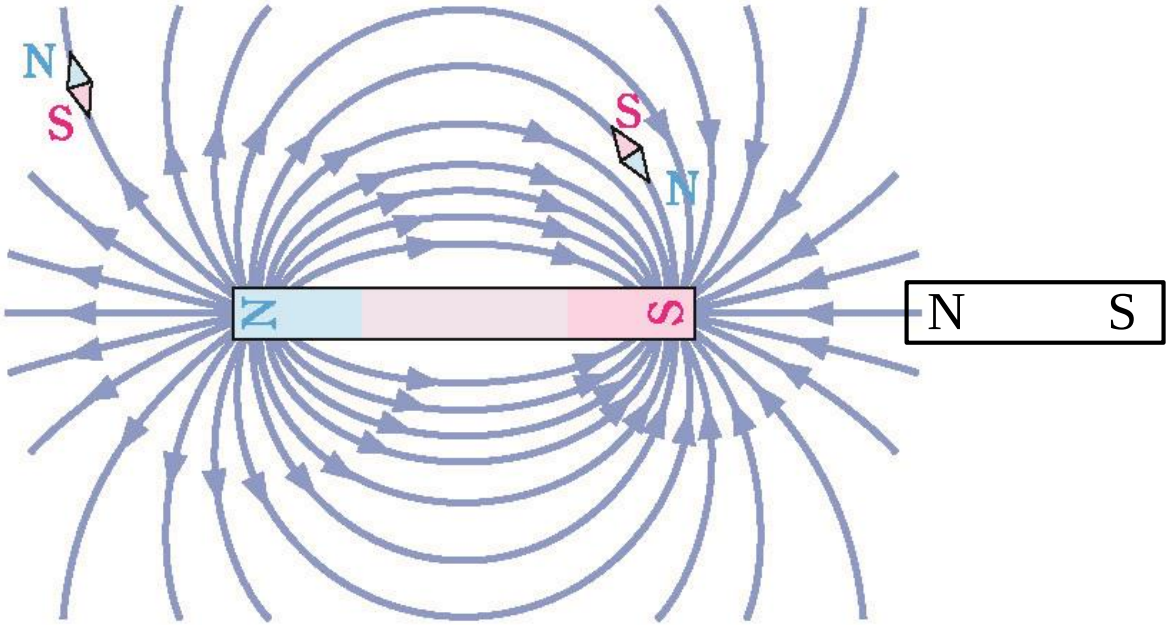
②教室内で棒磁石を水平にしたとき、棒磁石にはどのような力が働くか？

N極には上向きの、S極には下向きの力が働く。（偶力が働く）



地磁気中の方位磁石と同じ　　N
S

問題：下の図の左の棒磁石は固定してある。右の棒磁石にはどのような力が働く　②
か説明せよ。

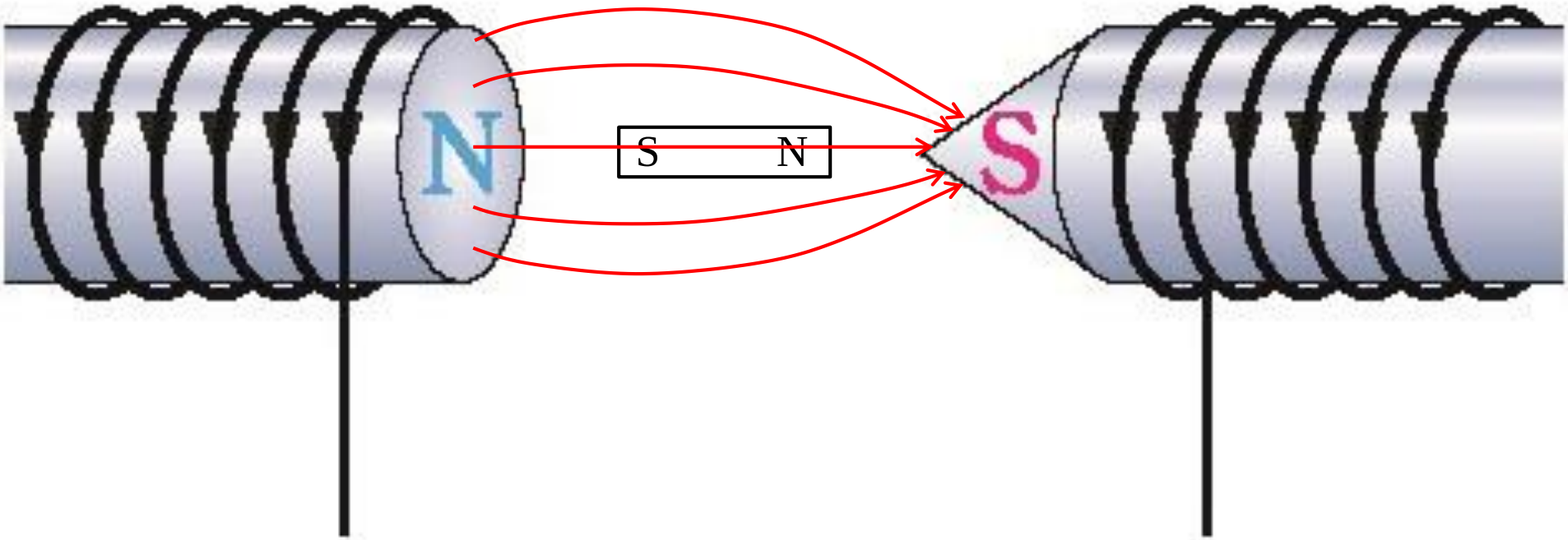


N極には左向きの力（引力）が働き、S極には右向きの力（反発力）が働く。
N極における磁場の方が強いので、磁石全体としては左方向（引力）が働く。

磁石全体として、引力や反発力などの力が作用するのは、この場合のように
一様でない磁場の場合だけである。

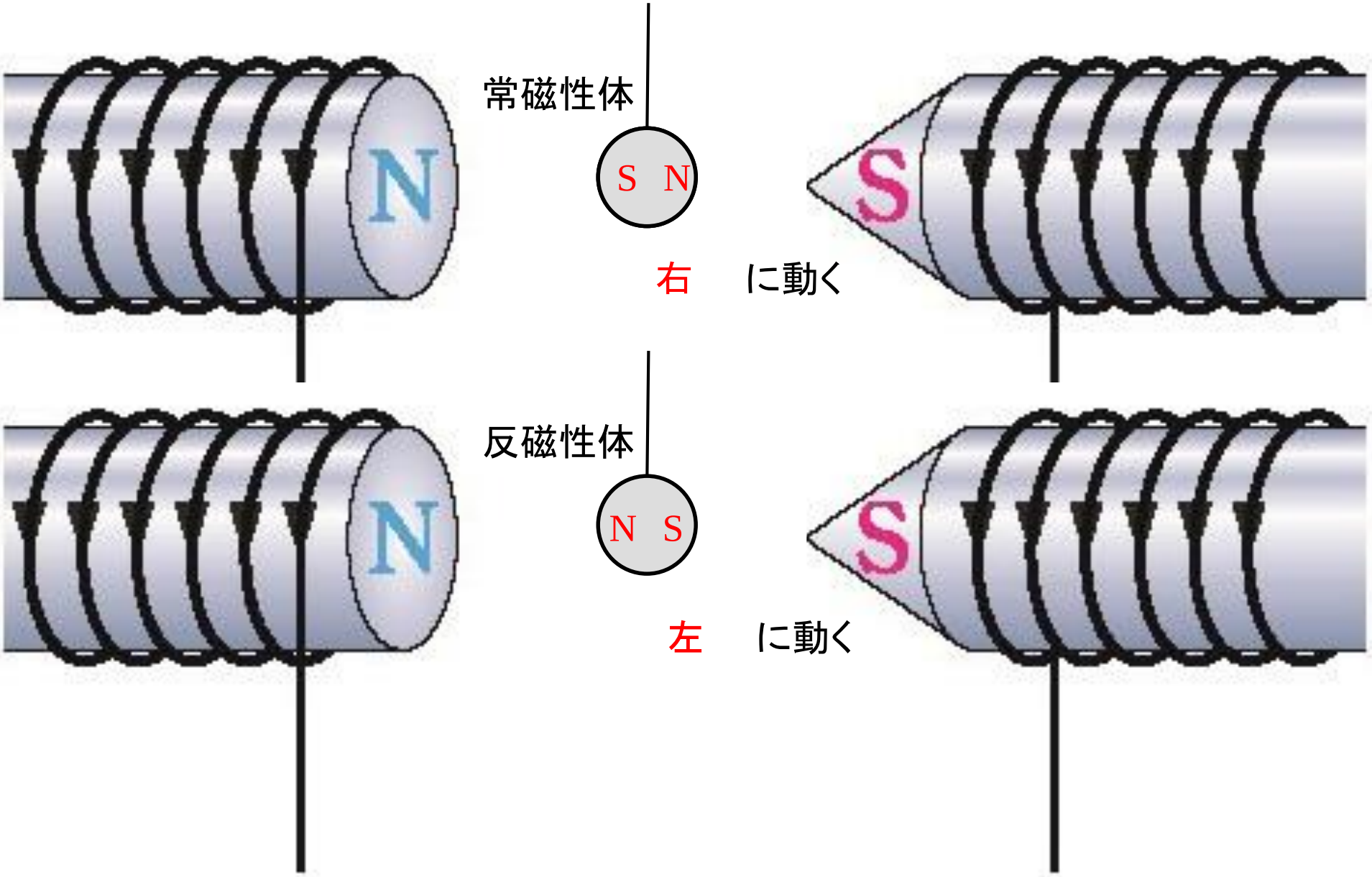
問題：下の図の両側の電磁石は固定してある。これらの磁石が作る磁力線を書け。③中央の棒磁石にはどのような力が働くかも説明せよ。

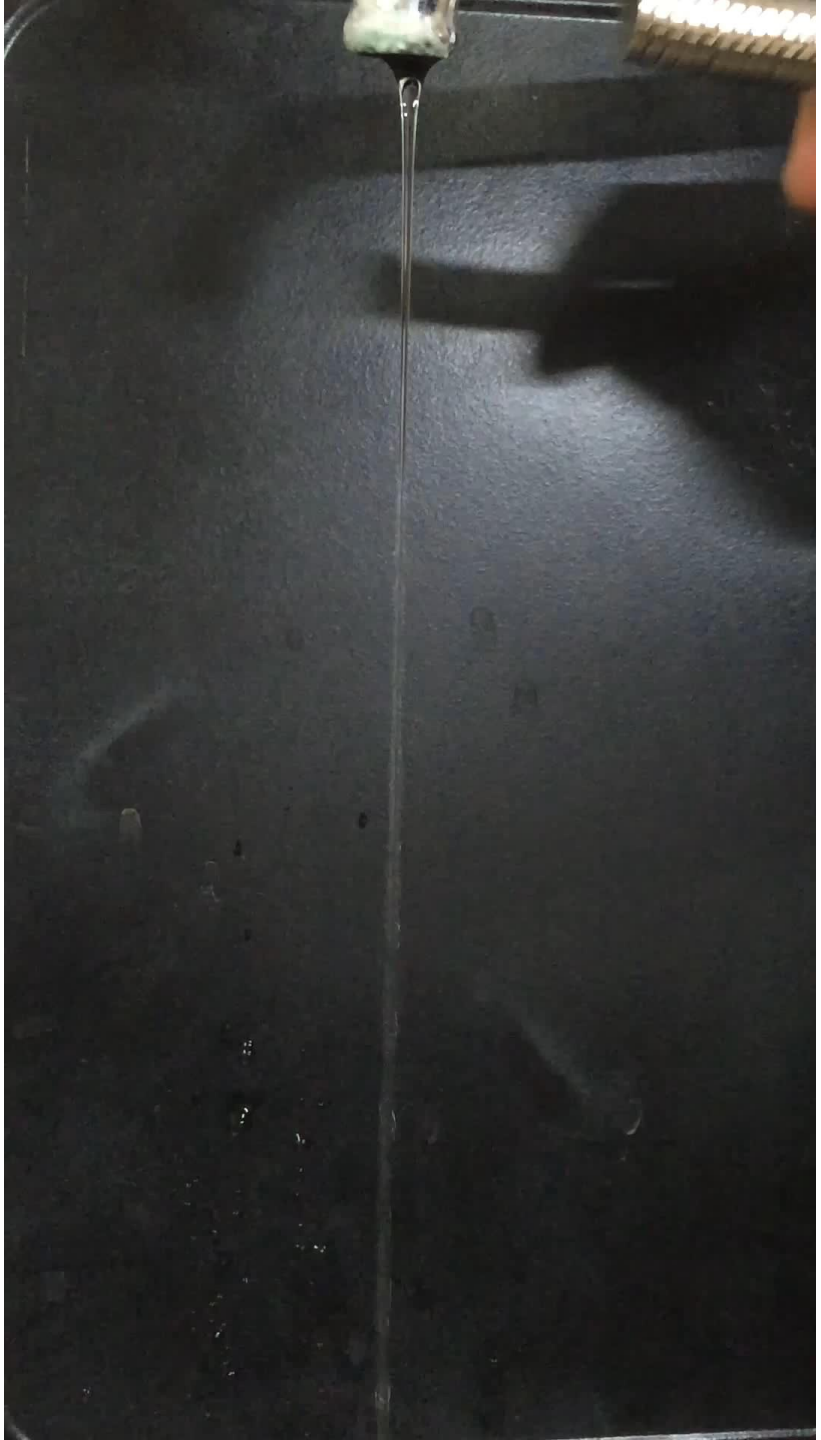
参考 p263 章末問題A1



棒磁石のS極は左に引かれ、N極は右に引かれる。
右側の磁場が強いので、棒磁石は右に引かれる。

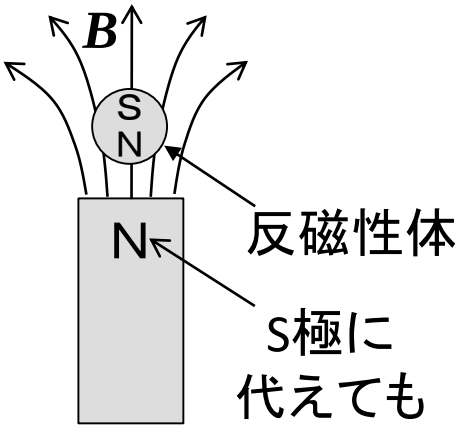
問題：下の図の両側の電磁石は固定してある。これらの磁石の間に図のように常磁性体（上）と反磁性体（下）を吊るす。これらがどのように磁化し、どちらに動くかを答えよ。 ④





反磁性体

反磁性体は、磁極を近づけると遠ざかろうとする。
動画：水道の蛇口から流れ落ちる水流にネオジム磁石を近づけてみる。



実験・測定：最強の永久磁石であるネオジム磁石の
表面の磁場の強さをテスラメーターで測定

$$\frac{0.5\ \mathrm{T}}{\text{地磁気の}}$$
約1万倍

反磁性体に働く力はたいへん弱いが、
20 T という強力な電磁石を用いると、
反磁性体を重力に逆らって浮かすこともできる。

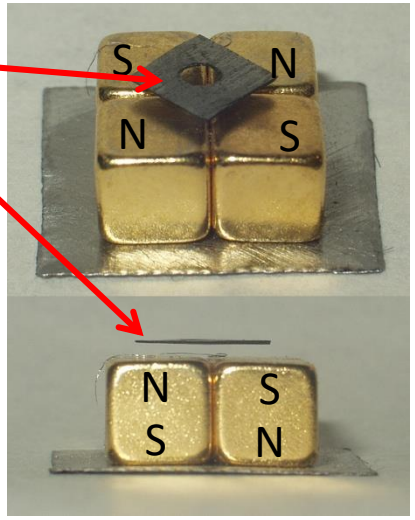
動画：動植物は水を多く含むので反磁性体である。
イチゴやカエルを左図のようにして浮かすことができる。

ネオジム磁石でもシャープペンの芯や、熱分解カーボン
など、一部の反磁性体は浮かすことができる。

市松模様のネオジム磁石板（上から見て）→

N	S	N	S	N
S	N	S	N	S
N	S	N	S	N
S	N	S	N	S
N	S	N	S	N

浮かすための磁場は強いだけではダメ。
一様な磁場でなく、左上の図のように
強さの変化が重要。



市松模様のネオジム磁石板を用いたおまけ実験

この板に1円玉（アルミニウム）を乗せて垂直にしてみる。

非常にゆっくり滑り落ちる。

原理は電磁誘導（２１章）で解説

アルミニウムは常磁性であるが関係ない。１円玉が導体であることが重要。

市松模様でなく、一様な磁場なら、この現象も起こらない。

常磁性体

常磁性体は、磁極を近づけると近づこうとする。
鉄などの磁石につく強磁性体と同じだが、その力はとても弱い。
動画：常磁性体の液体酸素と強力な電磁石の反応
液体酸素の沸点：－183℃

液体窒素の沸点：－196℃

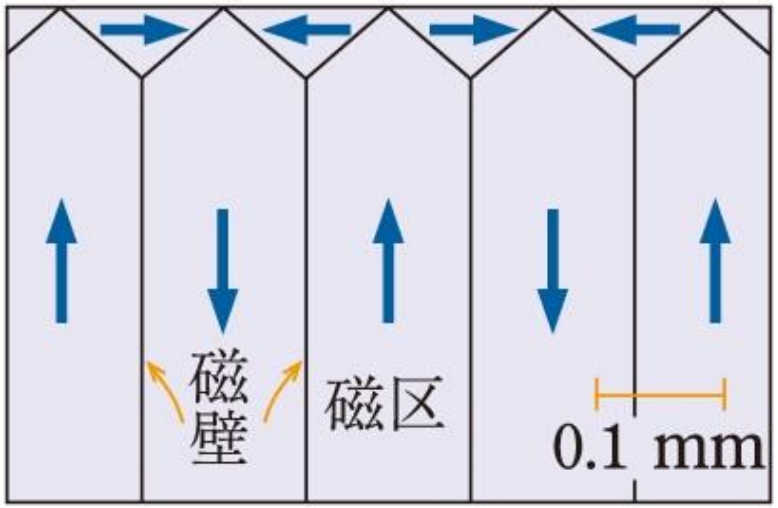
physics girl

強磁性体 p261

例：鉄，コバルト，ニッケル，これらを主成分とする合金等

量子力学的な効果で原子の磁気モーメントが自発的に同一の方向を向く

（実際には、磁区と呼ばれる区域内で同一，区域の境界を磁壁という）



矢印は磁化の方向

磁区の大きさは10^{-7}～10^{-2} cm

左の図の場合、全体では、$M = 0$

強磁性体を磁場中にいれると・・・

① 磁場の方向に磁化していた磁区が成長（右上図参照）
② 磁区の磁化の向きが磁場の方向を向くように回転

} 磁化する。

問題・実験：磁石につく？つかない？

①100円玉（白銅：銅75%,ニッケル25%）
ニッケルは強磁性体で磁石につく。

つかない

②18-8ステンレス（鉄74%,クロム18%,ニッケル8%、

ほとんどつかない

③18-0ステンレス（鉄82%、クロム18%）

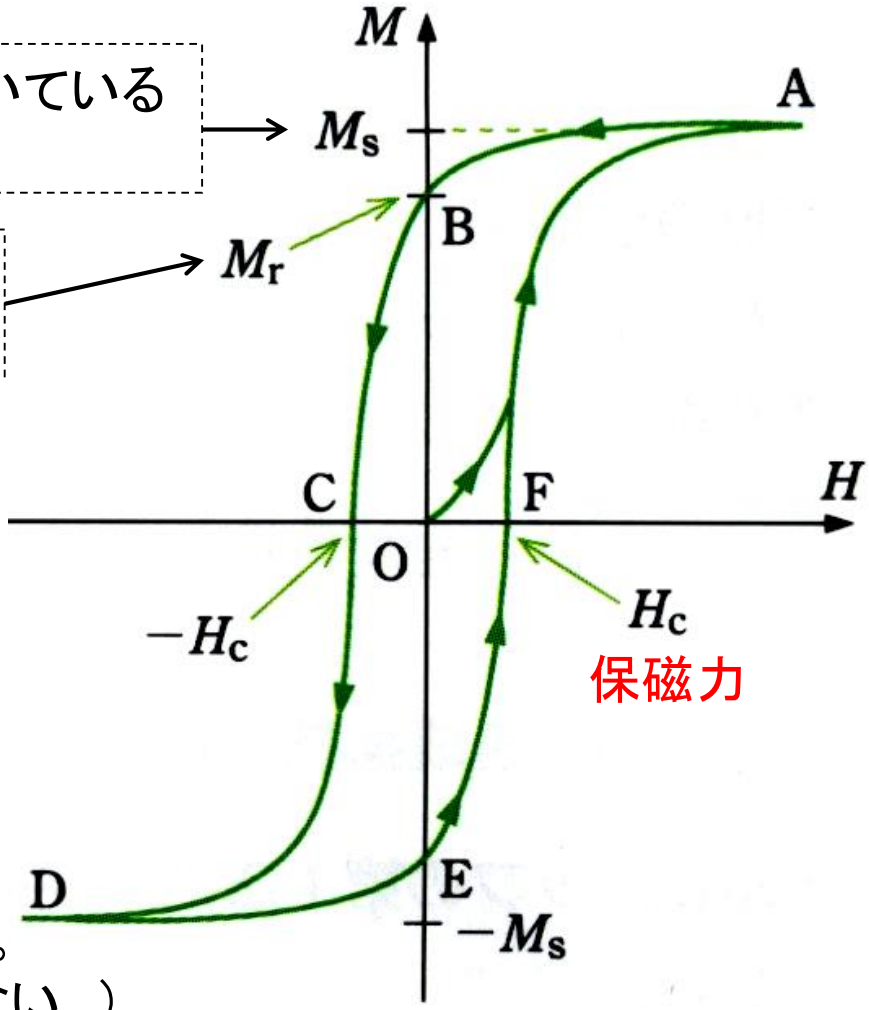
つく

磁性を荷っているのは主に電子。
鉄やニッケル、コバルトの原子核が磁石につくわけではない。
化学結合等によって電子の状態が変化すれば、磁石につかなくなる。
例：Fe_2O_3（赤さび）は磁石につかないが、Fe_3O_4（黒さび、磁鉄鉱）はつく。

磁化曲線（ヒステリシスループ）

すべての磁気モーメントが磁場の方向を向いている
磁化が飽和した状態（飽和磁化）

H を 0 にしたときに残っている磁化
残留磁化（永久磁石）



磁性体の材質等の違いより磁化曲線は
様々（ヒステリシスの大小等）
永久磁石の材料にはヒステリシスの
大きいもの（硬磁性材料）が良い。
変圧器（20章）の鉄心にはヒステリシスの
小さいもの（軟磁性材料）が良い

$\boldsymbol{M} = \chi_m \boldsymbol{H}$ は強磁性体では成り立っていない。
（右上のグラフで原点を通る直線になっていない。）

磁気ヒステリシス：ある磁場 H における磁化 M が過去の磁化の歴史に関係すること
例：上の図で同じ $H = 0$ でも過去の違いで磁化は M_r であったり $-M_r$ であったりする。

残留磁化の実験（着磁）

方位磁石（コンパス）の磁針は、棒磁石である。（赤N極，白S極）

①六角レンチ（鉄）の端をネオジム磁石のN極に接触させる。

六角レンチ

S ネオジム磁石 N

②接触させた六角レンチの端をコンパスに近づけてみる。

六角レンチの端は S 極

③六角レンチ（鉄）の端をネオジム磁石のS極に接触させる。

六角レンチ

N ネオジム磁石 S

④接触させた六角レンチの端をコンパスに近づけてみる。

六角レンチの端は N 極

キュリー温度

ピエール・キュリー
（妻はキュリー夫人）

温度が上がると、強磁性体は熱運動のため飽和磁化 M_s が小さくなり，
キュリー温度で 0（常磁性体）になる。
永久磁石もキュリー温度以上に熱すると磁化を失い、冷やしてももとに戻らない
フェライト磁石（普通の磁石）：460℃、鉄：770℃

キュリーエンジン

動画を見てしくみを考えてみて下さい。

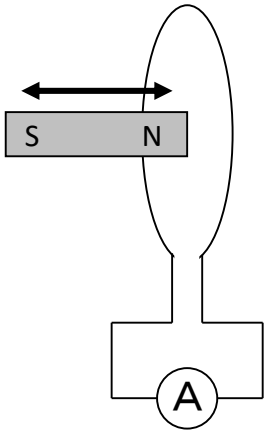
Q & A

Q: 期末試験は中間試験の範囲を含みますか？
A: 主に20章以降の問題にするつもりですが、中間試験の範囲を含みます。19章までが理解できていないと、20章以降も理解できないと思うので、19章までも勉強して下さい。

Q:　期末試験の日は分かりますか。
A:　この授業のホームページを見た人は気づいていると思いますが、2月1日金曜1限です。試験期間の前の週に実施します。その前日の1月31日がAクラスの期末試験です。

Q:　人間は、ものすごく強い磁場中に入ると、気持ち悪くなったりするものですか？
A:　最強のネオジム磁石の表面の磁場の強さは、0.5 T くらいです。MRI検査では身体全体が、1.5 T または 3 T といった磁場中に入りますが特に問題ないようです。（私も何回か経験しています。）これ以上強い磁場に関しては、よくわかっていないようです。

21章　電磁誘導　p266



コイルの内部を貫く磁束の変化が
コイルに**起電力**を生じさせ、**電流**が流れる。
（**誘導起電力**）　（**誘導電流**）

この現象を［　**電磁誘導**　］という

［　**レンツ**　］の法則

電磁誘導によって生じる誘導起電力は、それによって流れる
誘導電流のつくる磁場が回路を貫く磁場の変化を妨げる向きに生じる

実験で確認

① コイルに磁石を近づけたり、遠ざけたりすると電流が流れる。
② 近づけるときと遠ざけるときでは電流の向きが逆。
③ 磁石がコイルの中にあっても静止させると電流は流れない。
④ N極を近づける時と、S極を近づける時は電流の向きが逆。

注意：実験で使う電流計（検流計）は少し反応が遅い。

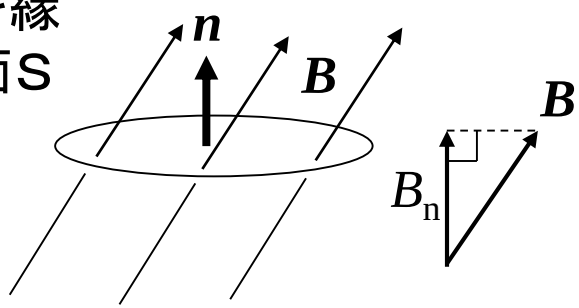
電磁誘導の法則

電磁誘導を式にまとめると

$$V_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t}$$

V_{i}：誘導起電力
Φ_{B}：コイル（面S）を貫く磁束

コイルを縁とする面S



$\Phi_{\mathrm{B}} = \iint_{\mathrm{S}} B_{\mathrm{n}}\,\mathrm{d}A$ [Wb]（ウェーバー）[T・m^2]

B_{n}：磁場$\boldsymbol{B}$のコイルの面Sの法線方向成分

符号はあまり気にしなくてよい。
誘導起電力の向きと磁束の向きの関係はレンツの法則より判断せよ。

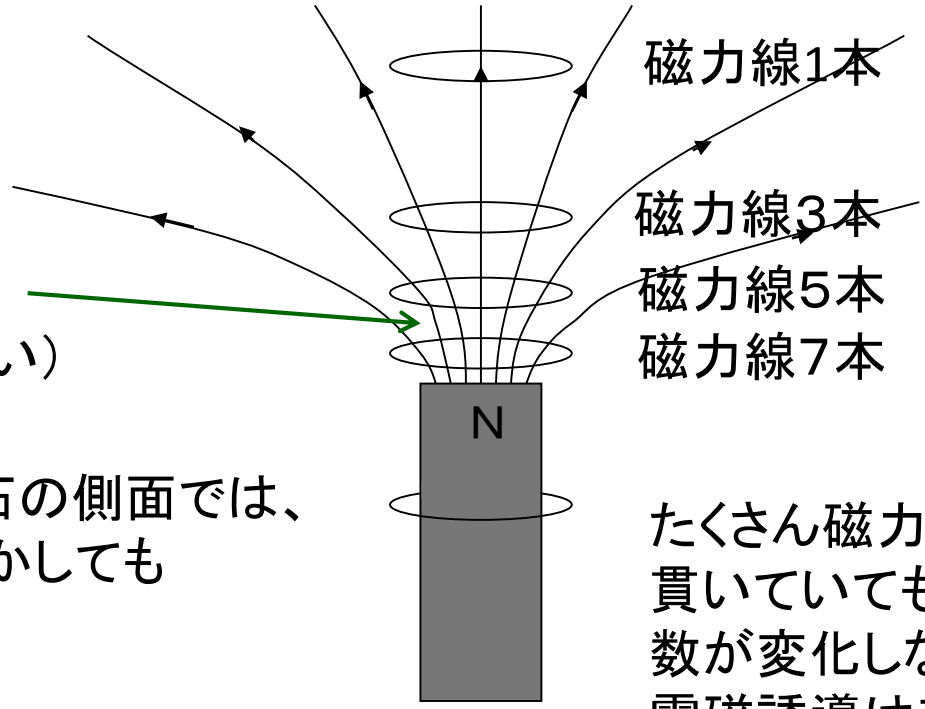
N巻きのコイルに全体に生じる誘導起電力

$$V_{\mathrm{i}} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t}$$

⑬の実験で、導線を2重巻き、3重巻きにして実験すると、誘導起電力も2倍、3倍になる。

ここで Φ_{B} はコイル1巻きを貫く磁束

棒磁石を使った電磁誘導の実験の解説



このあたりで上下に動かすと
最も誘導起電力が大きい
（回路を貫く磁束の変化が大きい）

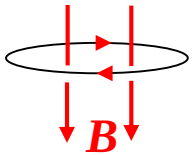
長い棒磁石の場合は、棒磁石の側面では、
磁力線の出入りが少なく、動かしても
誘導起電力は小さい

実験で確認

たくさん磁力線が
貫いていても
数が変化しないと
電磁誘導は起こらない

問題：上の図でコイルを上から下に移動させるとコイルを流れる電流の向きは？

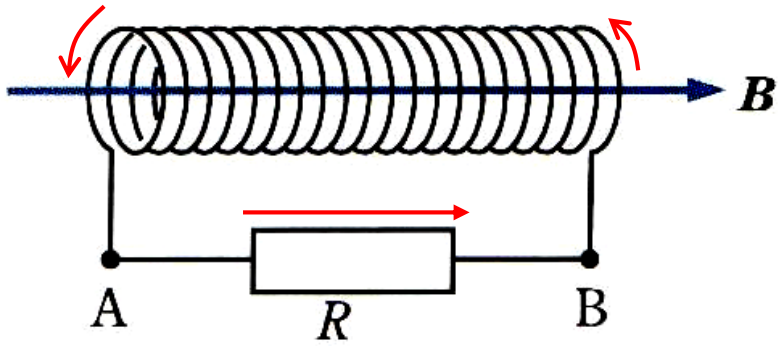
上向きに貫く磁力線が増えるので



誘導電流の作る磁場は下向き

例1（p270）図のような巻き数 2000 のコイルを矢印の向きに貫いている磁束 Φ_B が、⑯1秒間に 1.0×10^{-3} Wb の割合で増加している。

（1）コイルに生じる起電力の大きさはいくらか？



$$V_i = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -2000\times\ 1.0\times10^{-3} = -2$$

2 V

（2）コイルに流れる電流の向きを図に書き込め。

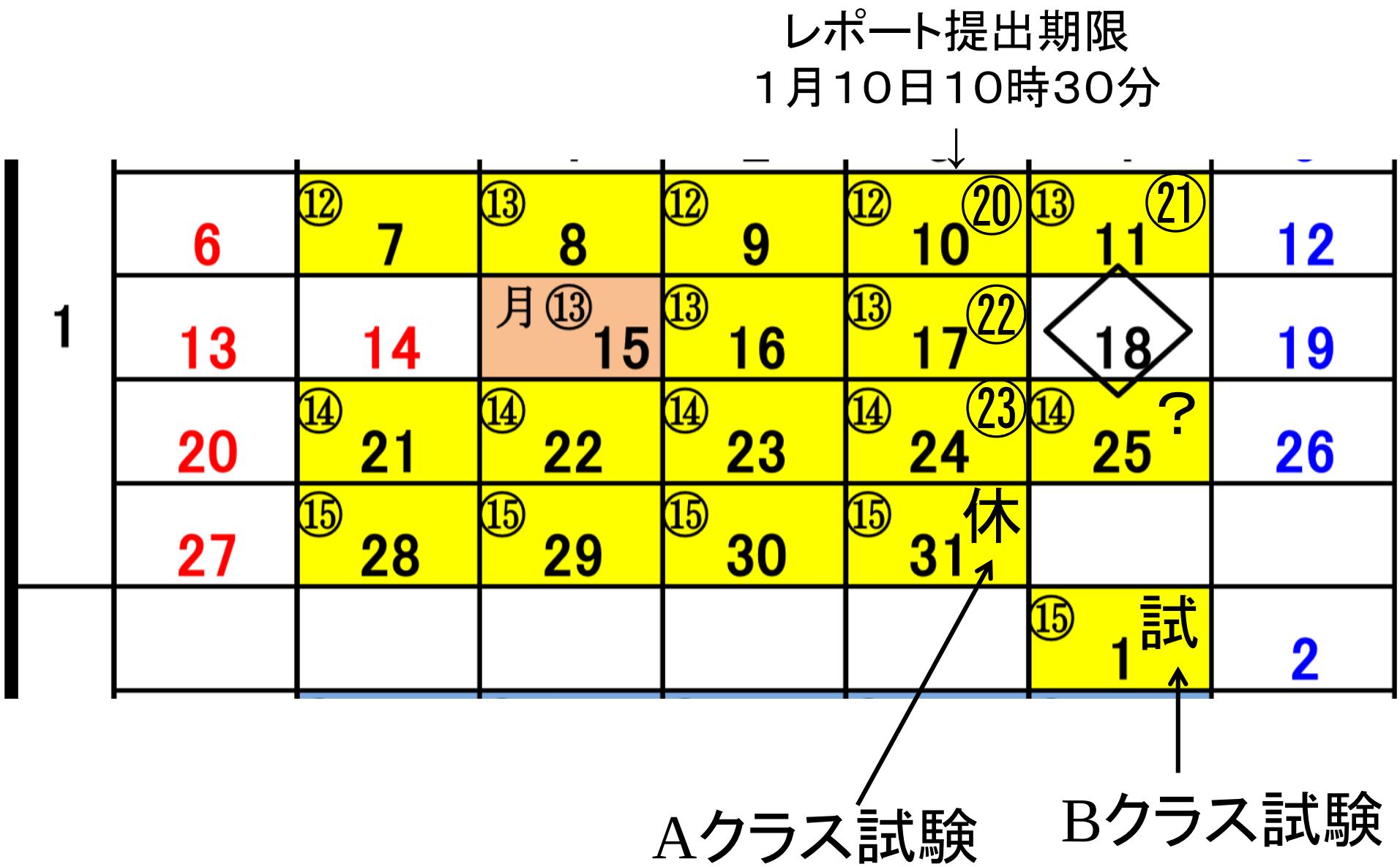
（3）抵抗 R の大きさを 100Ω とすると、回路に流れる電流の大きさはいくらか。
コイルの抵抗は無視できるものとする。

$$V = RI\ ,\ 2 = 100\times I\ ,\ I = 0.02\ [\mathrm{A}]$$

レポート

配点：１０点　（中間試験３０点、期末試験５０点、出席１０点）
提出期限：１月１０日１０時３０分
提出場所：共同利用研究棟５階物理准教授室前のポスト
　　１月１０日の授業開始前に教室で提出しても良い。
　　授業後からは、減点します。
テーマの範囲：電磁気学。力学、物理学全般、自然科学全般でも
　　良い。電磁気学から遠くなるほど、採点が厳しく
　　なるが、何れのテーマでも満点は可能。
レポートの内容：実験、何かを作る、観察、調べもの等、何でも良い。
レポートの量：自由。１枚でも、たくさんでもよい。

今後の予定


レポート提出期限
1月10日10時30分
1
6
⑫ 7
⑬ 8
⑫ 9
⑫ 10 ⑳
⑬ 11 ㉑
12
13
14
月 ⑬ 15
⑬ 16
⑬ 17 ㉒
18
19
20
⑭ 21
⑭ 22
⑭ 23
⑭ 24 ㉓
⑭ 25 ?
26
27
⑮ 28
⑮ 29
⑮ 30
⑮ 31 休
⑮ 1 試
2
Aクラス試験
Bクラス試験