

Q: 家庭用電源の周波数が異なると、日常生活で何か変わりますか？ DVD、50 Hz より早く見終わりますか？

A: 家庭用の電化製品は、50 Hz でも 60 Hz でも問題なく使用できるもの①が多いですが、周波数が変わると、使えるが能力が変わるもの②、そのままでは使えず部品交換等が必要なもの③があります。

①: 電球や電気ストーブ、コタツ等、単純に電気を光やエネルギーに変換しているものは問題ありません。また、アダプターで直流に変換して使用する機器（ノートパソコン等）や機器の内部で直流に変換しているものも問題ありません。

②: 交流モーターを使用している扇風機等は
50Hz と 60Hz で能力や消費電力が異なる。
(右の写真参照)

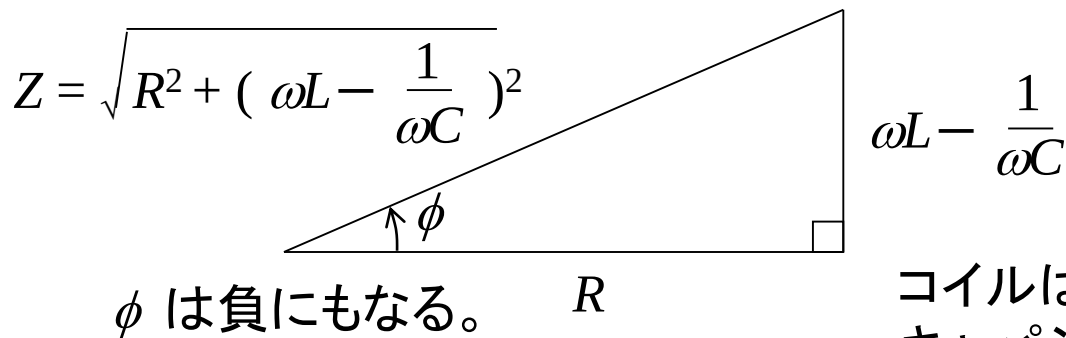
③: ここ10年以内に製造された電化製品には無いようです。
古い電子レンジや洗濯機、蛍光灯の中には、
どちらかでしか使用できない製品があるようです。



我が家の電化製品はほとんど①、一部②、③はありませんでした。

(遅れ)
位相のずれ ϕ : $\sin \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{Z}$, $\cos \phi = \frac{R}{Z}$, $\tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

図で表現すると



コイルは電流の位相を遅らす。
キャパシターは早める

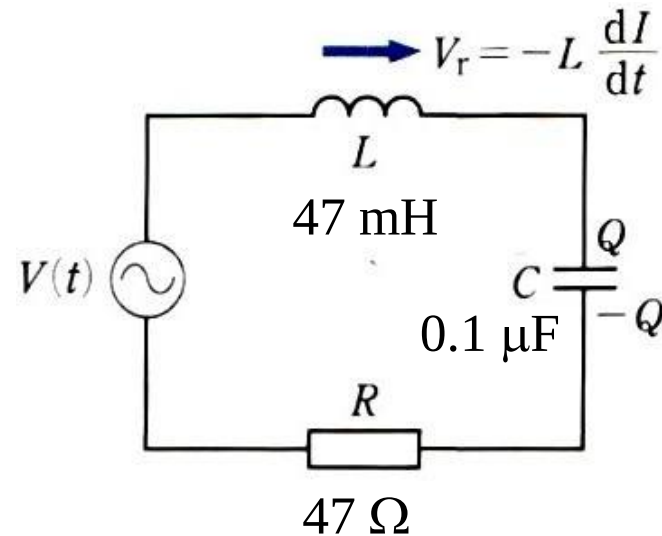
インピーダンス Z は、 $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ のとき最小になり、電流は最大になる(共振する)

$\omega^2 = \frac{1}{LC}$

その時の角周波数 ω_R は $\frac{1}{\sqrt{LC}}$

周波数(共振周波数) f_R は $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

問題①: 左図のRLC回路の共振周波数を求めよ。



$$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \doteq 2.3 \times 10^3 \text{ Hz}$$

問題②: 交流電源の周波数が、①で求めた共振周波数のときの、回路のインピーダンス Z はいくらか。

$$47 \, \Omega$$

問題③: 交流電源として富山の家庭用電源(コンセント)を用いたときの、回路のインピーダンスはいくらか。

$$\omega = 2\pi f \doteq 3.8 \times 10^2 \text{ rad/s}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\underset{\substack{\uparrow \\ 18}}{\omega L} - \underset{\substack{\nwarrow \\ 2.6 \times 10^4}}{\frac{1}{\omega C}}} \right)^2} \doteq 2.6 \times 10^4 \, \Omega$$

(つづき)問題④: 回路を流れる電流の実効値 I_e を求めよ。

$$Z = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_e}{I_e} \quad I_e = \frac{V_e}{Z} = \frac{100}{2.6 \times 10^4} \doteq 0.0038 \text{ A}$$

問題⑤: 回路の消費電力を求めよ。ヒント: コイルとコンデンサではエネルギーは消費されない。抵抗でのみジュール熱となる。

$$P = RI_e^2 \doteq 6.8 \times 10^{-4} \text{ [W]}$$

交流回路の消費電力は電源の電圧を V_e とすると $V_e I_e$ ではなく、

$RI_e^2 = \frac{R}{Z} V_e I_e = \cos \phi V_e I_e$ である。この赤字の因子を 力率 という。

問題⑥: この場合の力率を求めよ。

$$\frac{R}{Z} \doteq 0.0018$$

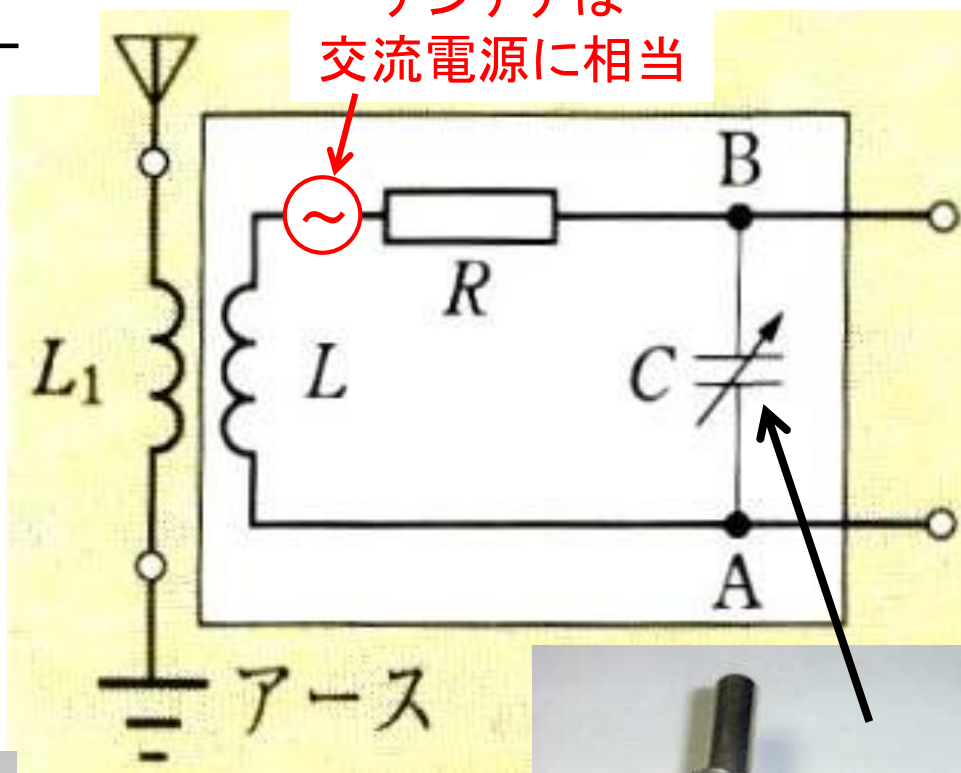
(参考) 同調回路

(RLC回路)

ラジオやテレビの受信機は、共振を利用して特定の周波数の放送を選び出す

アンテナ

アンテナは
交流電源に相当



ゲルマニウムラジオは
電池は必要ない。
電波のエネルギーで動作する。

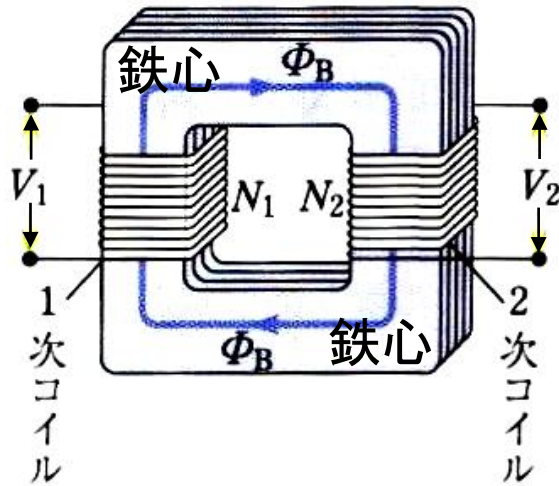


variable
バリコン
可変コンデンサ



相互誘導を利用して交流の電圧を上げたり下げたりする装置

鉄心を通る磁束は、ほとんど外にもれない→それぞれのコイルを貫く磁束は等しい



電磁誘導の法則より

$$1次コイルに生じる逆起電力: V_{i1} = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$2次コイルに生じる誘導起電力: V_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt}$$

逆起電力 V_{i1} と外部から加えた交流電圧 V_1 はつり合う ($|V_1| = |V_{i1}|$)
 符合は気にせず、大きさだけ考えると

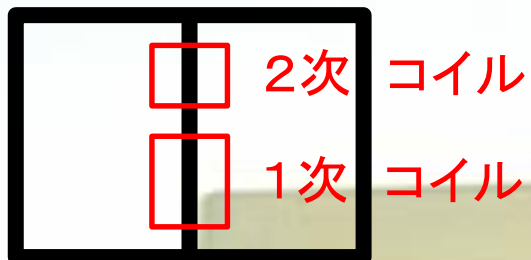
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{V_{i1}}{N_1} = \frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}$$

$$\frac{N_2}{V_1} \text{ を両辺にかけて } \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \left(V_2 = V_1 \frac{N_2}{N_1} \right)$$

電圧の比＝巻き数の比

トランスの実物

鉄心



例: 8 巻
交流 8 V

下側の 100 V が入力
で上側が出力として
使うことが一般的。
ダイオード等を使って
直流にして使用したりする。

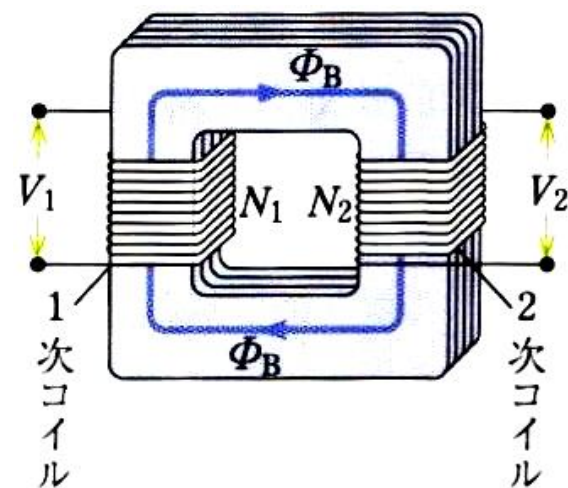
逆に上側を入力として
下側を出力として
使うこともできる。

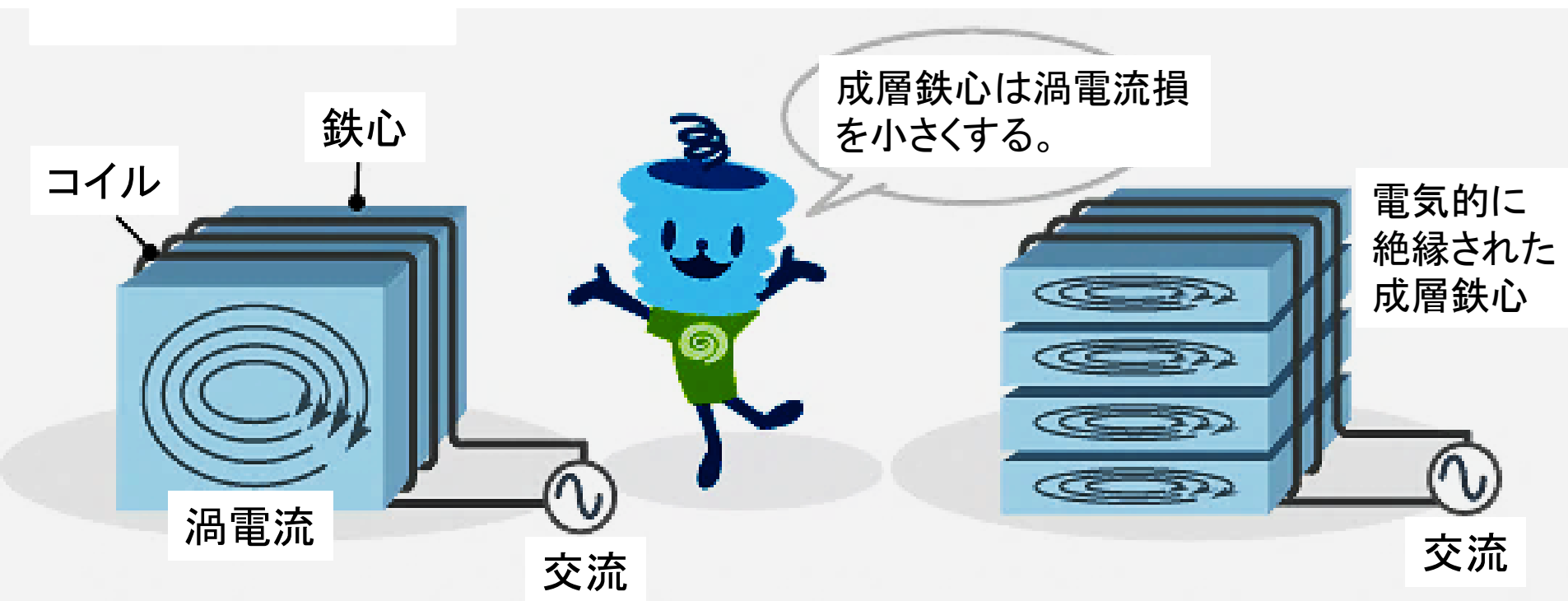
交流 100 V
例: 100 巻

問題：右下のようなトランスにおいて 200 巻きの 1 次コイルに実効値 100 V の家庭用電源を接続した。2 次コイルの巻き数を 20 とすると 2 次コイルに生じる誘導起電力の実効値は何 V か？

$$V_2 = 100 \times \frac{20}{200} = 10 \quad \underline{10 \text{ V}}$$

問題：トランスの鉄心は、なぜ積層構造になっている？





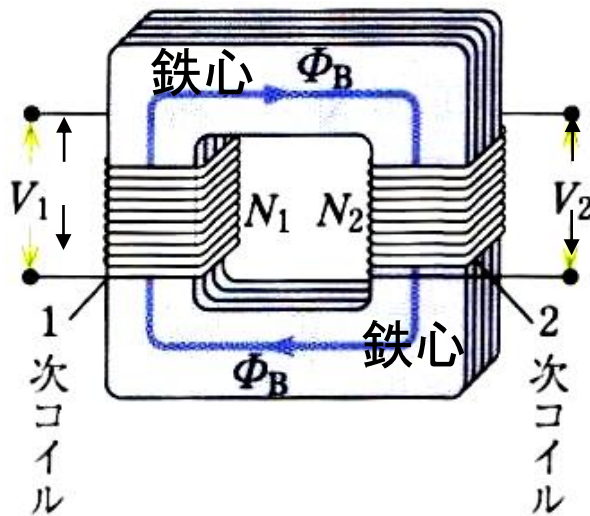
変圧器(トランス)の鉄心など、コイルに交流が流される鉄心では、磁束変化による渦電流損(発熱)が発生する。電氣的に絶縁して成層した鉄心を用いると、渦電流損を大幅に低減できる。鉄心の損失にはヒステリシス損も関係するため、ケイ素鋼などヒステリシスの小さい材料が用いられる。

N 枚に分けると1枚当たりの誘導起電力は $1/N$ 、抵抗は N 倍、誘導電流は $1/N^2$
 ジュール熱 I^2R は、 $1/N^3$ 、合計のジュール熱は N 枚なので $1/N^2$

変圧器(トランス)の問題

下のトランスの1次コイルを富山のコンセントに接続する。

2次コイルには何もつながらない。1次コイルの電気抵抗は0で自己インダクタンス L は 0.1 H とする。この時、1次コイルに流れる電流 I_e と1次コイル(トランス)の消費電力を求めよ。



RLC回路で $R \rightarrow 0$, $C \rightarrow \infty$ の極限を考えればよい。 $C = \infty$ のキャパシターは、導線と同等。

インピーダンス $Z = \omega L$

位相のずれ $\phi = 90^\circ$

力率 = 0

消費電力は $V_e I_e \times \text{力率} = 0$

電流 $I_e = V_e / Z = V_e / \omega L = V_e / (2\pi f L)$
 $= 100 / (2\pi \times 60 \times 0.1) \div 2.7 \text{ [A]}$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

(遅れ)
 位相のずれ ϕ : $\sin \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{Z}$ 力率 = $\frac{R}{Z}$

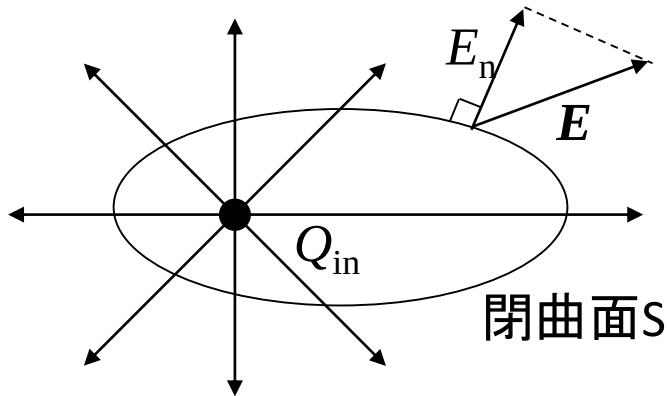
実際のトランスのコイルの抵抗は完全に0ではないし、鉄心に渦電流が流れたり、ヒステリシスによる損失もあり消費電力は0ではないが、かなり小さい。

電磁気学は4つの方程式(マクスウェル方程式)にまとめることができる。

① 電場 E のガウスの法則

$$\iint_S E_n \, dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

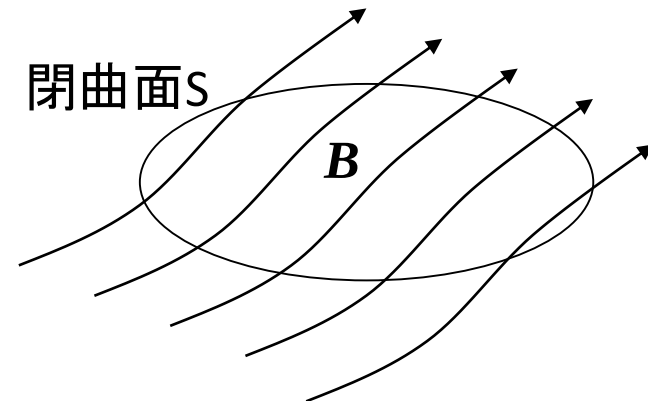
閉曲面 S から出てくる電気力線束 Φ_E は閉曲面の中の総電荷に比例する。



② 磁場 B のガウスの法則

$$\iint_S B_n \, dA = 0$$

閉曲面 S から出ていく磁束 Φ_B は 0 (磁荷は存在しないので)



磁荷が存在しないだけで、①と②は同じ形をしている
①と②が4つのマクスウェル方程式の内の2つ。

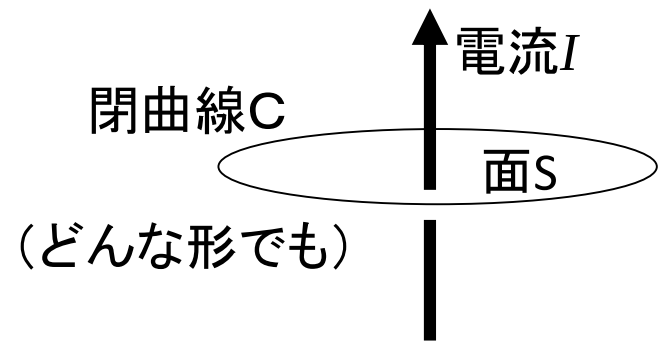
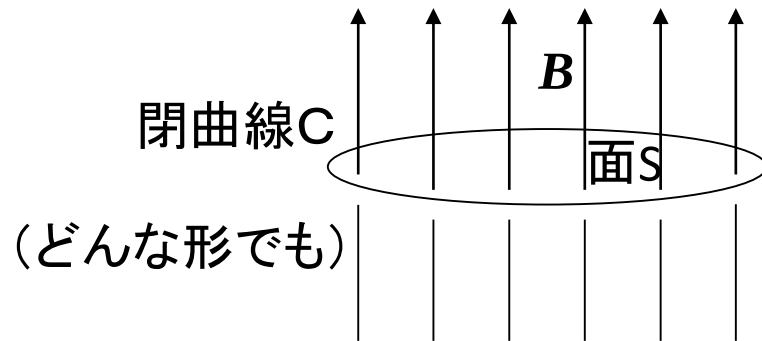
誘導起電力 V_i

$$\textcircled{3} \quad \oint_C E_t ds = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \iint_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA$$

E_t は閉曲線C上の電場 E の接線方向成分

$$\textcircled{4} \quad \oint_C B_t ds = \mu_0 I + \text{今日説明する項}$$

B_t は閉曲線C上の磁場 B の接線方向成分

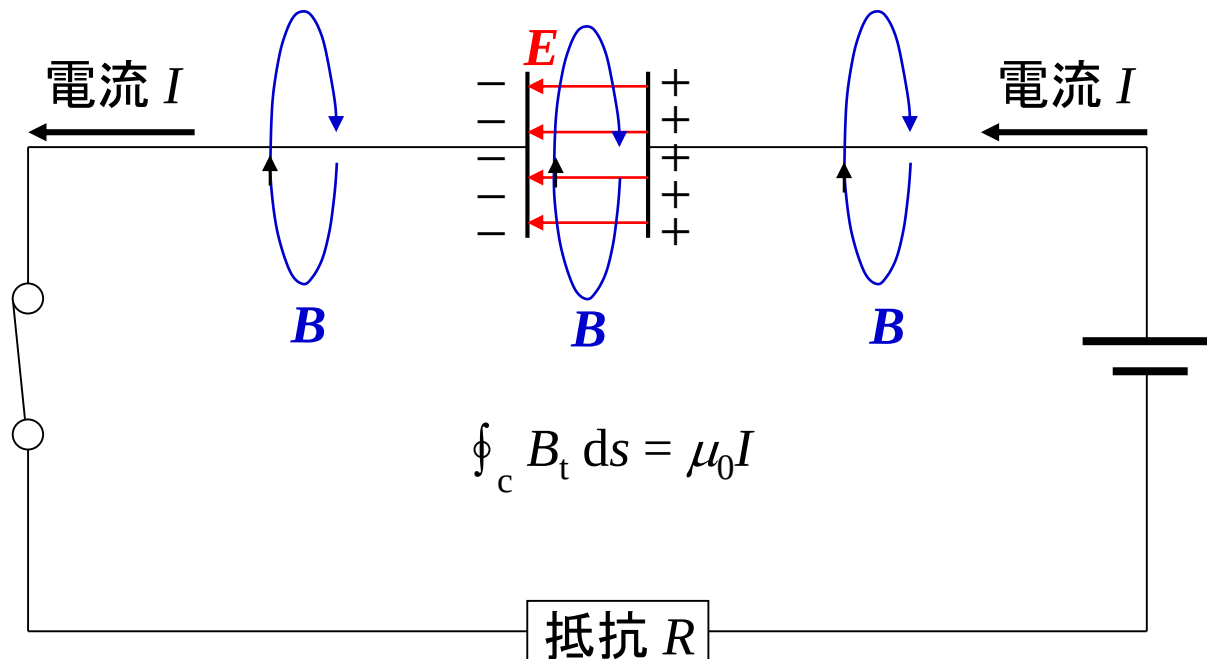


マクスウェル方程式のうちの3つ(①②③)と残り1つの半分(④)をすでに勉強した。これから勉強する項を④に加えると、③と④は、①と②と同様に対称的なものになる。

アンペールの法則は電場が時間的に変化する場合成り立たない。

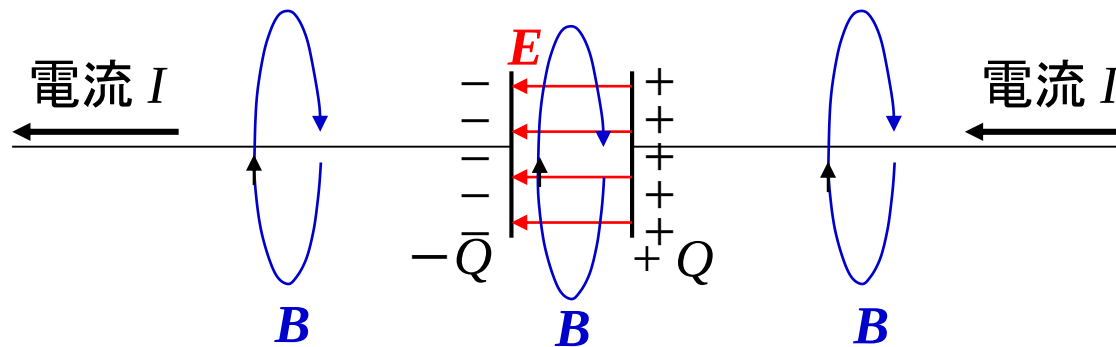
⑤

下の図の3ヶ所の磁場は、同じであることが実験的に確かめられている。
キャパシターの部分は電流 0 なのでアンペールの法則は成り立っていない。



充電中のキャパシター

極板間の電場 E は時間とともに大きくなっている。
「電場の変化が磁場(誘導磁場)をつくる。」とすれば良さそう。
(対応) 磁場の変化が電場(誘導電場)をつくる。(電磁誘導)



極板の電荷 Q と電流 I の関係は、 $I = \frac{dQ}{dt}$

電場のガウスの法則より電荷 Q からは $\frac{Q}{\epsilon_0}$ 本の電気力線が発生しているので、

$$\text{極板間の電気力線束 } \Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad Q = \epsilon_0 \Phi_E$$

$$\text{よって } I = \frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

つまり、 $\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ は電流 I と同等(同様に磁場をつくる)とすればよい。

よってアンペールの法則を以下のように修正すればよい。

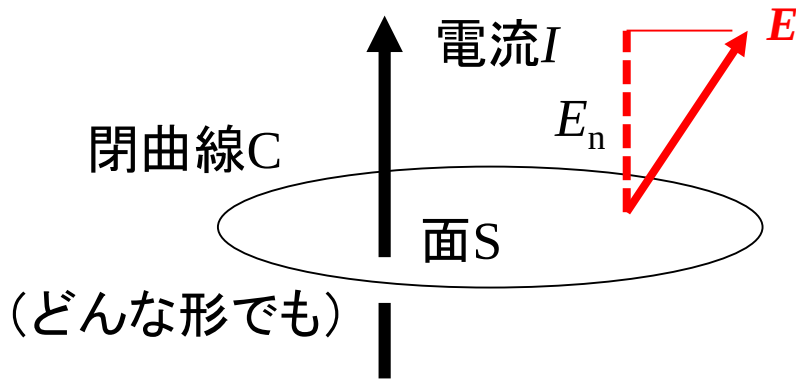
$$\oint_c B_t ds = \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

$$\oint_c B_t ds = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

磁束 Φ_B の変化が誘導電場を生じたように電気力線束 Φ_E の変化が誘導磁場を生じる。

誘導電場の電気力線が閉曲線だったように誘導磁場の磁力線も閉曲線

(磁力線はすべて閉曲線)



閉曲線 C を縁とする面 S を貫く電気力線束は

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA \text{ なので}$$

$$\oint_c B_t ds = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial E_n}{\partial t} dA$$

マクスウェル-アンペールの法則

(マクスウェル方程式の④式)

③ファラデーの電磁誘導の法則

$$\oint_{\text{c}} E_{\text{t}} \, ds = - \frac{d\Phi_{\text{B}}}{dt} = - \iint_{\text{S}} \frac{\partial B_{\text{n}}}{\partial t} \, dA$$

電流 I は電荷の流れである。
磁荷は存在しないので、
ファラデーの電磁誘導の法則には
磁荷の流れに対応する項がない。

④マクスウェル-アンペールの法則

$$\oint_{\text{c}} B_{\text{t}} \, ds = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_{\text{E}}}{dt} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \iint_{\text{S}} \frac{\partial E_{\text{n}}}{\partial t} \, dA$$

$\mu_0 \epsilon_0$ は定数である。この値は
単位のとり方によって変わってくる。
 $\mu_0 \epsilon_0$ が1となる(上の式に現れなくなる)
単位系を選択することもできる。
よって、 $\mu_0 \epsilon_0$ の存在は、③式と④式の
対称性を否定するものではない。
符号も正の向きの決め方による。

$$\text{ちなみに } \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{c}} \quad c \text{ は光速} \\ (3.0 \times 10^8)$$

例: 長さの単位のメートルは、
その大きさである必然性は何もない。

よってマクスウェル方程式の③式と④式は対称的である。
見かけの違いは磁荷が存在しないことと、人間が勝手に選んだ単位系による。

マクスウェル方程式

① 電場 E のガウスの法則

$$\iint_S E_n \, dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

② 磁場 B のガウスの法則

$$\iint_S B_n \, dA = 0$$

③ ファラデーの電磁誘導の法則

④ マクスウェル-アンペールの法則

$$\oint_c E_t \, ds = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \iint_S \frac{\partial B_n}{\partial t} \, dA \quad \oint_c B_t \, ds = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \iint_S \frac{\partial E_n}{\partial t} \, dA$$

電場と磁場に対する4つの基本法則。力学における $ma = F$ のようなもの。

最終目標に達したので
ここから先は
割愛した部分、
これまでの補足、
練習問題等

(復習)

(Hall)

金属の場合、電流を担っているのは

自由電子

である。

半導体の場合、
電流を担っているのは

自由電子

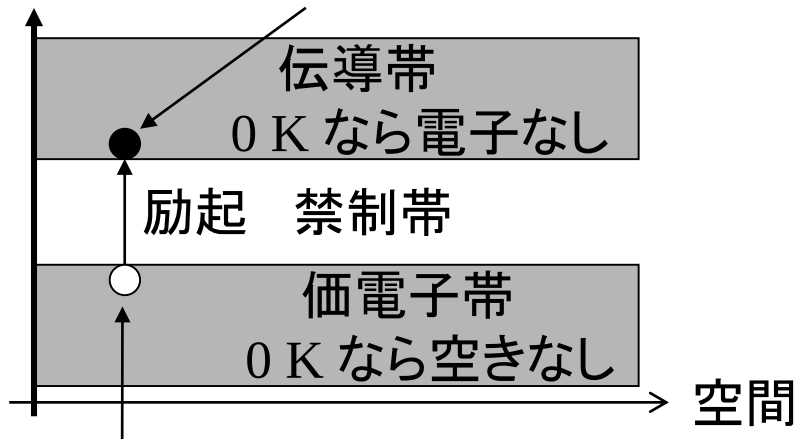
と

正孔

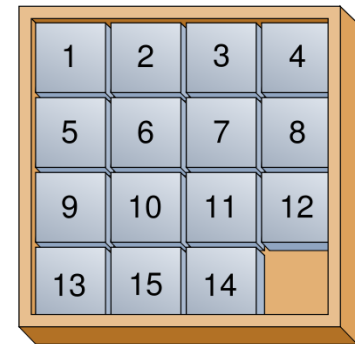
である。

(伝導電子)

(ホール, hole)

半導体中の
電子の
エネルギー自由に動きまわれる
自由電子(伝導電子)

正孔(ホール): 電子の空き

正孔の
イメージ

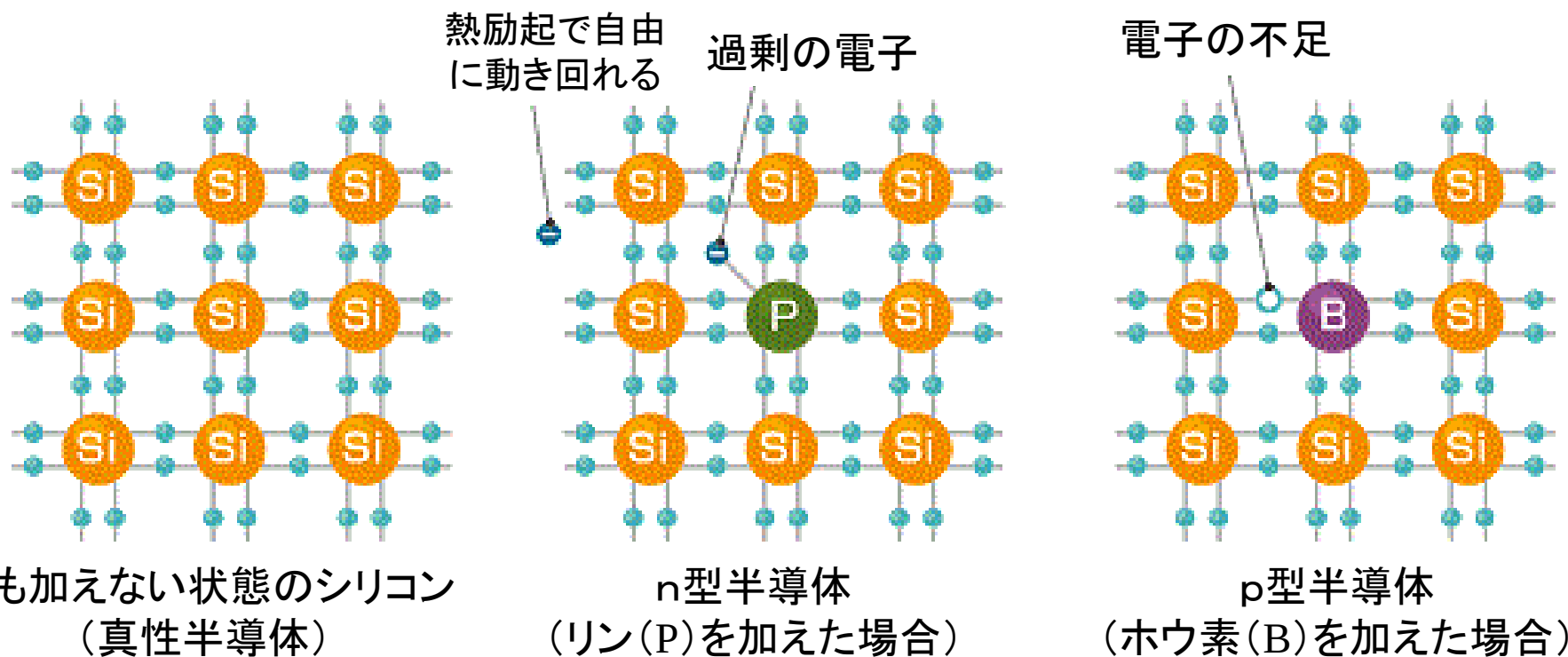
15パズルに似ている。16枚のピースが入っていると身動きがとれないが、1枚抜くと、空き(正孔)はピース(価電子)が移動することで移動できる。実際に動くのは、価電子だが正孔は正の電荷の粒子のようにふるまう。

真性半導体、p型半導体、n型半導体

下の左の図のような混ぜ物のない半導体を**真性半導体**という。例：シリコン（ケイ素）の純粋な単結晶。真性半導体では、自由電子の数＝正孔の数である。

真性半導体に5価の元素（リン、ヒ素）を少量まぜると **n型半導体**（電流を担うのは自由電子）になる。これは5価の元素の過剰な電子が自由電子になりやすいからである。混ぜる量を増やすと、自由電子の数も増える。

真性半導体に3価の元素（ホウ素、アルミニウム）を少量まぜると **p型半導体**（電流を担うのは正孔）になる。これは電子の不足が正孔になりやすいからである。混ぜる量を増やすと、正孔の数も増加する。



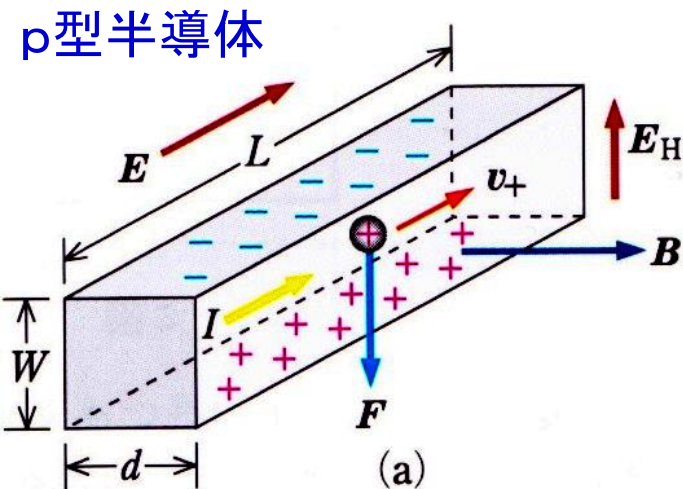
半導体に左の図のように電場 E と磁場 B をかける。



自由電子または正孔は磁気力 F を受ける。

磁気力 F の向きはどちらも同じである。

左の図の場合はどちらも下向き。



p型半導体の場合

上面は $-$ に帯電し、下面は $+$ に帯電する。

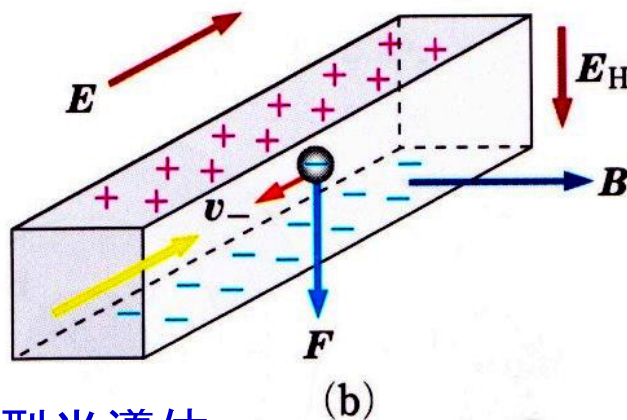
n型半導体の場合

上面は $+$ に帯電し、下面は $-$ に帯電する。

このような効果を

ホール

効果という。



p型かn型かは、ホール効果で判別できる。

帯電した電荷によってホール電場 E_H が生じる。

この電場による電気力 qE_H と磁気力 $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ がつりあい
自由電子や正孔は直進する。

コイルとノイズ(応用)



雷や他の電子機器等で発生し電線等を伝播

コイルには、電流が急激に変化するのを妨げる効果がある。

コイルのインピーダンスは抵抗を無視すると ωL で
振動数(周波数)に比例する。

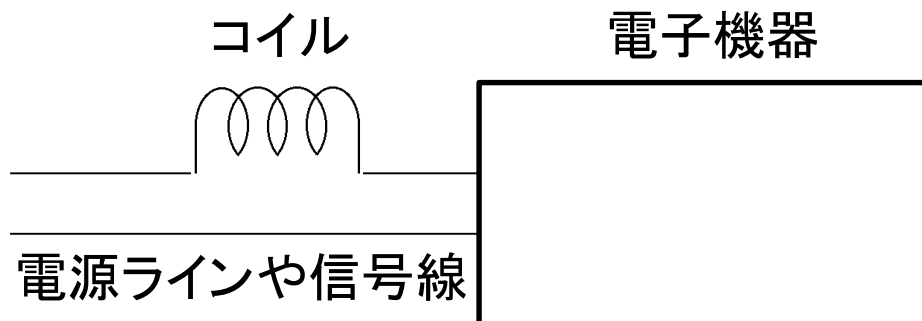
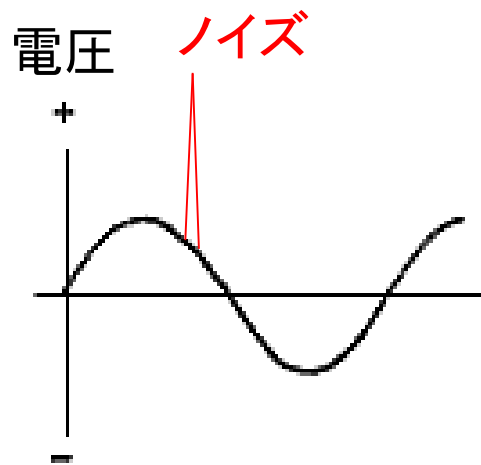
直流や低周波(コンセントの60Hz等)は

コイルを通過できて、

1MHzといったノイズはコイルを通過できない。

電源ライン等を通してノイズが機器に進入すると、
誤作動や故障の原因になる。

コイルはノイズの侵入を防ぐことができる。



ノイズフィルター、フェライトコア

電源ラインや信号線の途中を切断してコイルを直列に挿入しなくても同様の効果

フェライトコア
比透磁率(～10000)



← このようにすれば、線を切断しなくても
コイルを直列に挿入したのと同じ効果



← 巻き付ける必要もない
ただ装着するだけのものもある。
実物参照

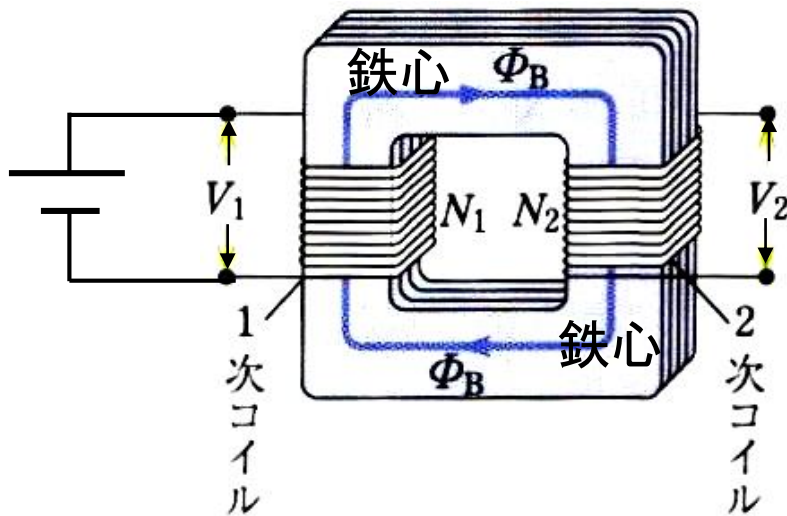


注意してみると、様々なケーブルに付いています。

変圧器(トランス)の問題②

15

下のトランスの1次コイルに電池(起電力 1.5 V, 内部抵抗 0.5Ω)を接続する。
2次コイルには何もつながない。1次コイルの電気抵抗は 0 で
1次コイルの自己インダクタンス L は 0.1 H とする。どうなるか？

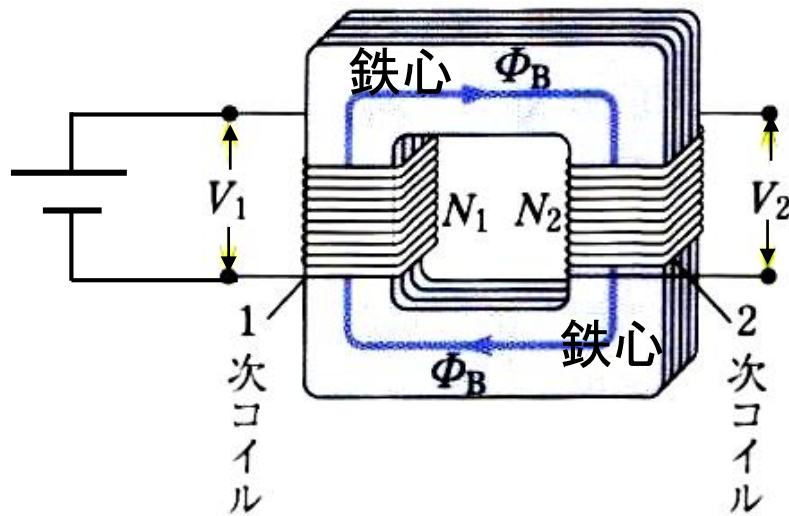


接続した直後を除くと
電池を抵抗のない導線で
ショートさせたのと同じである。
電池は 3 A の電流が流れ
 $P = VI = RI^2 = 4.5 \text{ [W]}$ の
ジュール熱が発生し、
電池が高温になって破裂したり
液漏れの危険性がある。

接続した直後は、LR回路で勉強したとおり。
時定数 $\tau = L/R = 0.2$ 秒で電流は 0 A から 3 A まで増大する。
 L が大きく R が小さい特殊な場合なので、時定数は長い。

変圧器(トランス)の問題②つづき

⑮の状況で、 $t = 0$ に電池を1次コイルに接続したときの V_2 について説明せよ。
以前のプリント(第20回⑮)や教科書を見てよい。



$$I(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-Rt/L})$$

$$I(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

$$I(t) = 3(1 - e^{-5t})$$

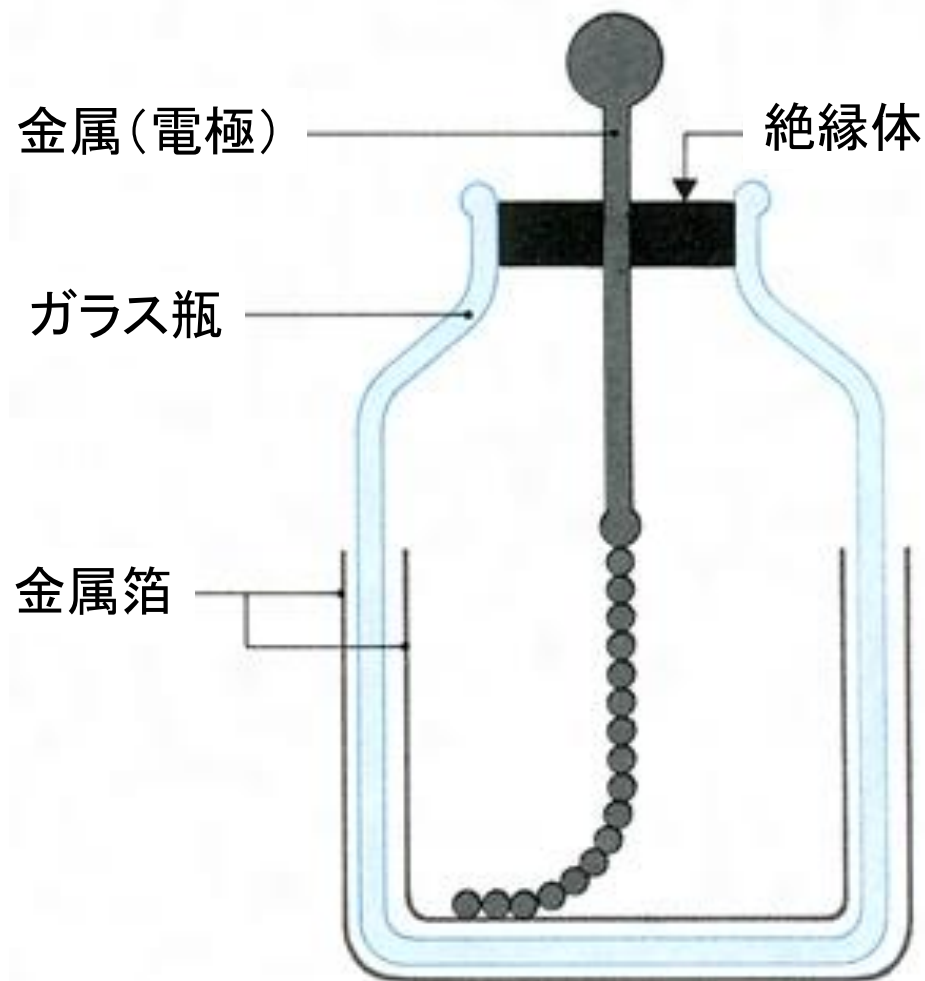
1次コイルに発生する逆起電力の大きさは、 $V_i = L \frac{dI}{dt} = 1.5 e^{-5t}$

2次コイルに発生する誘導起電力の大きさは V_i の $\frac{N_2}{N_1}$ 倍なので

$$V_2 = 1.5 \frac{N_2}{N_1} e^{-5t}$$

ライデン瓶

オランダのライデン大学で発明された
原理は以前紹介した手作りキャパシターと同じだが、
製品なので、電気容量も大きいし、
コロナ放電対策もされているので、貯められる電圧も高い。



ライデン瓶で実験

⑩

ライデン瓶の電気容量を測定：_____pF，手作りキャパシターは_____pF

バンデグラフ発電機で両方を充電。違いを観察。

両方を放電させてみる。違いを観察。

ライデン瓶の火花放電の間隔は_____mm，手作りキャパシターは_____mm

今後の予定

明日は、センター試験前日で休講
次回(第23回)1月24日(木)が最後の授業
1月25日、31日は休講です。
2月1日1限が期末試験です。

1

13	14	月 ^⑬ 15	^⑬ 16	^⑬ 17 ^{②②}	 18	19
20	^⑭ 21	^⑭ 22	^⑭ 23	^⑭ 24 ^{②③}	^⑭ 25休	26
27	^⑮ 28	^⑮ 29	^⑮ 30	^⑮ 31休		
					^⑮ 1試	2

Aクラス試験

Bクラス試験