

授業の難易度のアンケート結果：

	易		適		難
	3	8	17	0	0

Q：中間テストの日にちを教えてください。
A：まだ決まっていません。例年の中間テストの範囲は第5章までです。第5章が終わった頃に他の教科の中間テストとも調整しながら決めます。

Q：第1回8ページで、実験3で「青い光」と「赤い光」を手にあてたとき、暖かいのは赤い光である理由がわかりません。

A：実験3をやってみせるのを忘れたような気がします。実験4はやりましたね。

実験4：同じ時間（10秒間）電球の光りをあてた2枚のフィルターの温度を放射温度計で測ってみる。温度の高いのは、青いフィルターでしたね。では実験3やってみましょう。

実験3：①青い光と②赤い光（赤外線を含む）を手にあててみる。暖かいのは_____

電球は可視光より赤外線を多く放射しているので、赤外線も通過できる赤いフィルターを通過した光の方が暖かく感じます。ラジオメーターがよく回転するのも赤い方でしたね。

Q：ラジオメーターなどの内容はテストには出ますか？
A：基本的には出ません。気楽に楽しんでもらってよいです。ただ、本編の内容とかぶる部分はできるかもしれません。

Q：形状記憶合金でできた作品を一瞬にして元の状態に戻すっていうのを人生の中で一度見てみたい。
A：実際にここで見せるのは難しいので、形状記憶物質の動画を見せます。

Q：飛行機や鳥が「風に乗る」というのはどういうことですか？
A：風とは空気の流れです。飛行機や鳥は周囲の空気に対して一定の速度で飛びます。下は成田ーニューヨーク間の時刻表です。行き（東→西）より帰り（西→東）は時間が余計にかかります。この空域では偏西風が吹いており、行きは追い風で風速の分、対地速度は速くなりますが、帰りは逆に遅くなります。行きの場合は「偏西風に乗る」といいます。このように風が行きたい方向に吹いている状態を「風に乗る」というのだと思います。吉田は趣味でパラグライダーをしています、上手く「上昇気流に乗る」ことがパラグライダー重要な技術の一つです。

成田 Narita	NH10	773 FCPY	毎日	11:00 ▶ 10:45	12.45	ニューヨーク(ジョンF.ケネディ) New York (J.F. Kennedy)	NH9	773 FCPY	毎日	12:30 ▶ 15:25 +1	13.55	成田 Narita
	NH104	773 FCPY	毎日	16:40 ▶ 16:25	12.45		NH103	773 FCPY	毎日	18:05 ▶ 21:00 +1	13.55	

Q：加速度がわかると日常生活で役にたつことは何ですか？
A：なかなか難しい質問です。ニュートンの運動方程式 $ma = F$ を見ればわかるように、加速度と力は同じ向きで比例関係にあります（質量という比例定数がかかっているだけ）。加速度がわかれば、力がよくわかるということでしょうか。まだ勉強していませんが、直線運動以外にも、円運動における向心加速度と、向心力、遠心力などについてもイメージが深まると思います。

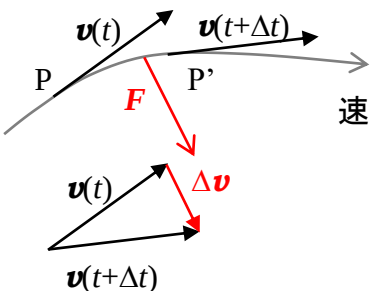
他にも質問がありましたが、すべてとりあげられませんでした。

$$\text{平均速度: } \bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}, \frac{\Delta y}{\Delta t}, \frac{\Delta z}{\Delta t} \right)$$

$$\text{平均速度} = \frac{\text{変位}}{\text{時間}}$$

$$\text{速度(瞬間速度): } \mathbf{v}(t) = [v_x(t), v_y(t), v_z(t)] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right)$$

速度 $\mathbf{v}$ は、大きさが速さ v に等しく、向きは運動方向を向いているベクトル



$$\text{速度変化 } \Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(t+\Delta t) - \mathbf{v}(t) = [v_x(t+\Delta t) - v_x(t), v_y(t+\Delta t) - v_y(t), v_z(t+\Delta t) - v_z(t)] \\ = (\Delta v_x, \Delta v_y, \Delta v_z)$$

$$\text{平均加速度: } \bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}, \frac{\Delta v_y}{\Delta t}, \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \right)$$

速さが変わらなくても
運動方向が変化すれば
加速度は有限

$$\text{加速度: } \mathbf{a}(t) = [a_x(t), a_y(t), a_z(t)] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt} \right) = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \left(\frac{d^2 x}{dt^2}, \frac{d^2 y}{dt^2}, \frac{d^2 z}{dt^2} \right)$$

(瞬間加速度)

ニュートンの運動方程式

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

$\mathbf{a}, \mathbf{F}$ はベクトル
この式は加速度 $\mathbf{a}$ と力 $\mathbf{F}$ が
同じ向きであることも示している。

$$\text{加速度 } \mathbf{a} \text{ と力 } \mathbf{F} \text{ を成分で表すと} \\ \mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z), \quad \mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$$

各成分にわけると

$$ma_x = F_x$$

$$ma_y = F_y$$

$$ma_z = F_z$$

3つの式が
成り立っている。

$$m \frac{dv_x}{dt} = F_x$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = F_y$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = F_z$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y$$

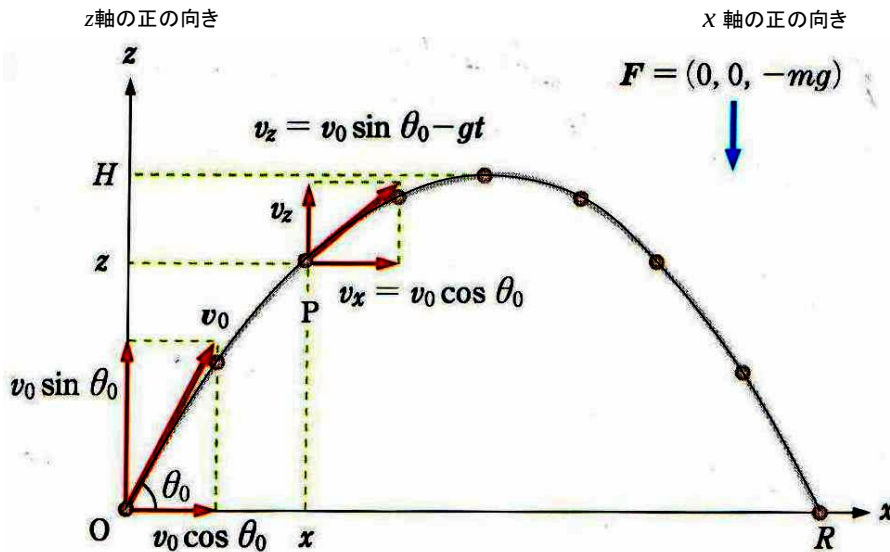
$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z$$

例題3 放物運動 (p43)

質量 m の物体を、水平面と角 θ_0 の方向に初速度 v_0 で $t = 0$ に投げる時、
物体はどのような運動をするか？ただし、空気抵抗は無視せよ。

問題が簡単になるように座標軸や原点を選ぶ(重要)

水平面を xy 平面、 $+z$ 軸を鉛直上向きとし、物体を原点 O から $+x$ 軸方向に投げたとする。



平面内の運動
(2次元)
変数2つでよい。
この場合は x と z
 y は使わない

直線上の運動
(1次元)
変数1つでよい。
例えば x

変数が3つ必要な場合は稀

物体に働く力は重力 F のみ。 $F = (0, 0, -mg)$

運動方程式は、 $ma = F$

$$m(a_x, a_y, a_z) = (0, 0, -mg)$$

$$(a_x, a_y, a_z) = (0, 0, -g) \quad \text{ここで } g \text{ は正の定数} (\simeq 9.8 \simeq 10)$$

それぞれの軸に分解

(物体の運動は、それぞれの軸で独立に計算することができる)

y は考えなくてよいが書いておく。

$a_x = 0$	$a_y = 0$	$a_z = -g$
$\frac{dv_x}{dt} = 0$	$\frac{dv_y}{dt} = 0$	$\frac{dv_z}{dt} = -g$
$v_x = C$ (一定) $t = 0$ における初速度の x 成分は $v_0 \cos \theta_0$ なので $v_x = v_0 \cos \theta_0$	$v_y = C$ (一定) $t = 0$ における初速度の y 成分は 0 なので $v_y = 0$	

$v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta_0$	$v_y = \frac{dy}{dt} = 0$	$v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin \theta_0$
	$y = C$ $t = 0$ で $y = 0$ なので $C = 0$ $y = 0$	$z = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \theta_0)t + C$ $t = 0$ で $z = 0$ なので $C = 0$ $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta_0$
確認のため t で2回微分 $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0$	確認のため t で2回微分 $a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = 0$	確認のため t で2回微分 $a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = -g$
x 軸方向は等速運動 (x 軸方向には力は働いていない)	y 軸方向は原点 ($y = 0$) に静止 (y 軸方向には力は働いていない)	z 軸方向は等加速度運動 (垂直投げ上げと同じ)

慣性の法則: 力が働いていないと
動いているものは等速直線運動、
静止しているものは静止し続ける

座標軸を適切に選んだので、
 y 軸は忘れてもよい。(xz面内で運動)

放物運動は、水平方向の等速運動＋垂直方向の鉛直投げ上げの合成
(それぞれの軸で独立して計算できる。)
 $t = 0$ の位置と速度が与えられると、運動方程式によりその後の運動が決まる。

問題: ある瞬間に宇宙に存在するすべての物質の状態(位置や速度も)が完全にわかったとする。
あなたの未来(宇宙全体も)は原理的に計算可能で完全に決定されているか?
(この問題は力学の範囲を超えているので、テストにはできません)

力学には適用限界があります。ボールのような大きな物体は力学の適用範囲内ですが、1個の電子など、ミクロの世界は量子力学的な効果がいろいろ現れます。量子力学では、位置と運動量(速度も)は同時に決まりません(不確定性原理)。この問題自体が、量子力学的に間違っています。量子力学では、未来は一般的に確率しかわかりません。

問題: t を消去して xz 平面内の物体の軌道を求めよ。(y は常に 0)

軌道は上に凸な となる

二次曲線

問題: $z-t$ グラフも放物線になる理由は?

問題： 前頁の放物運動において、落下点(到達距離)を求めよ。また、到達距離を最大にするには θ_0 を
いくらにすればよいか。

三角関数の加法定理: $2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \sin 2\theta_0$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2 + (\tan \theta_0)x$$

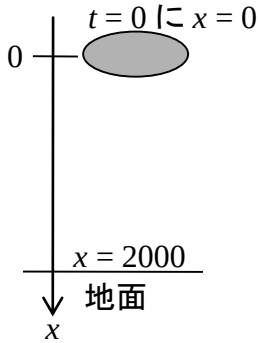
問題： 戦艦大和の主砲は、砲弾を 800 m/s で発射することができた。水平面とのなす角が45度で砲弾を
発射した場合、(1)砲弾の到達距離はいくらか。空気抵抗は無視し、重力加速度 g は、10 m/s²とせよ。
上の結果も用いてもよい。

実際には、空気中で運動する物体には空気抵抗が働くので、上の計算結果だけ飛ばない。実際の射程距離は 42 km 程度。 θ も空気抵抗を
考慮すると 45度より小さい方が射程は長くなる。また、届けば良いというものでもないので、想定交戦距離は 25～30 km だった。

(2)(1)において、発射してから着弾までの時間を求めよ。 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 0.71$ とせよ。空気抵抗は
無視せよ。

問題: 高さ 2000 m の雲から、あられが降ってきました。空気抵抗を無視すると、あられが地上に到達したときの速度はいくらか? 時速にも換算せよ。重力加速度 g は 10 m/s^2 とせよ。

この問題はエネルギー保存則を使うともっと簡単です(4, 5章)



ちなみにピストルの弾丸の速さは 300 m/s (1000 km/h) 程度です。

実際には物体が気体や液体の中で運動するとき、運動を妨げる向きに抵抗力を受ける。

(流体)

参考: スカイダイビングの速度は 200 km/h くらい
あられの落下速度: $3 \sim 10 \text{ m/s}$ くらい

① 物体の速さ v が小さいときの抵抗 ()

粘性力による抵抗
流体は整然と物体の
周囲を流れ渦はできない

抵抗力の大きさ F は、物体の に比例する

ベクトルで表現すると

$$F = -bv$$

(F と v は逆向き)

$$F = bv \quad (b \text{ は定数})$$

流体中の抵抗の詳しい話は
教科書11章 p126 で勉強します。
やらないかも

暗記する必要はありません

半径 R の球状の物体に対する粘性抵抗の大きさは $F = 6\pi\eta Rv$ (ストークスの法則) p127

(半径 R の球状の物体の場合は $b = 6\pi\eta R$ ということ)

η は流体の粘度(粘性係数)
気体、液体ごとに
決まっている定数

粘性抵抗の例: 小さな雨滴が受ける抵抗(小さい雨滴は落下速度が小さい)

霧雨のような

② 物体の速さ v が大きいときの抵抗 ()

(運動する物体の後方に渦ができるような場合)

渦のできない場合 → 粘性抵抗
(速さが小さい)

抵抗力の大きさ F は、物体の に比例する

$$F = \frac{1}{2} C\rho A v^2 \quad \text{暗記する必要はありません}$$

C は $0.5 \sim 1$ の定数、 ρ は流体の密度、 A は運動物体の断面積

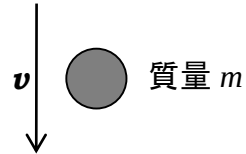
慣性抵抗の例: 自動車が高速で走る場合

例題4 (p45)： 風のない空気中を、速さ v に比例する抵抗 bv を受けながら鉛直下方に落下する質量 m の小さな雨滴 (霧雨のような $\sim 0.1 \text{ mm}$) に関する運動方程式を書け。ただし、下向きを正とし、浮力は無視する。

例題5 (p47) $t = 0$ での雨滴の速度を 0 として (静止していた雨滴が $t = 0$ から落下)

上の微分方程式 $m \frac{dv}{dt} = mg - bv$ を解け。

説明するが
解けなくてよい。



$$m dv = (mg - bv) dt$$

$$\frac{m dv}{mg - bv} = dt$$

$$\frac{dv}{mg - bv} = \frac{1}{m} dt$$

$$\frac{dv}{\frac{mg}{b} - v} = \frac{b}{m} dt$$

両辺を積分すると

$$\int \frac{dv}{\frac{mg}{b} - v} = \frac{b}{m} \int dt$$

$$-\log \left| \frac{mg}{b} - v \right| = \frac{b}{m} t + C$$

$$\log \left| \frac{mg}{b} - v \right| = -\frac{b}{m} t - C$$

$$\left| \frac{mg}{b} - v(t) \right| = e^{-(b/m)t} e^{-C}$$

$$\frac{mg}{b} - v(t) = e^{-(b/m)t} e^{-C}$$

$t = 0$ で $v = 0$ なので

$$e^{-C} = \frac{mg}{b}$$

$$\frac{mg}{b} - v(t) = e^{-(b/m)t} \frac{mg}{b}$$

$$v(t) = \frac{mg}{b} (1 - e^{-(b/m)t})$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x}$$

e を底とする対数 (自然対数)

↓

$-\log |A - v|$ は $\frac{1}{A - v}$ の原始関数

$A - v$ は正

A だけ
平行移動
して -1
をかける

自然対数をとる

$$A = e^B \quad \begin{matrix} \rightarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \quad \log A = B$$

真数にもどす

B は e を底とする A の対数

$v(0) = 0$ なので、
少なくとも $t = 0$ の近くでは

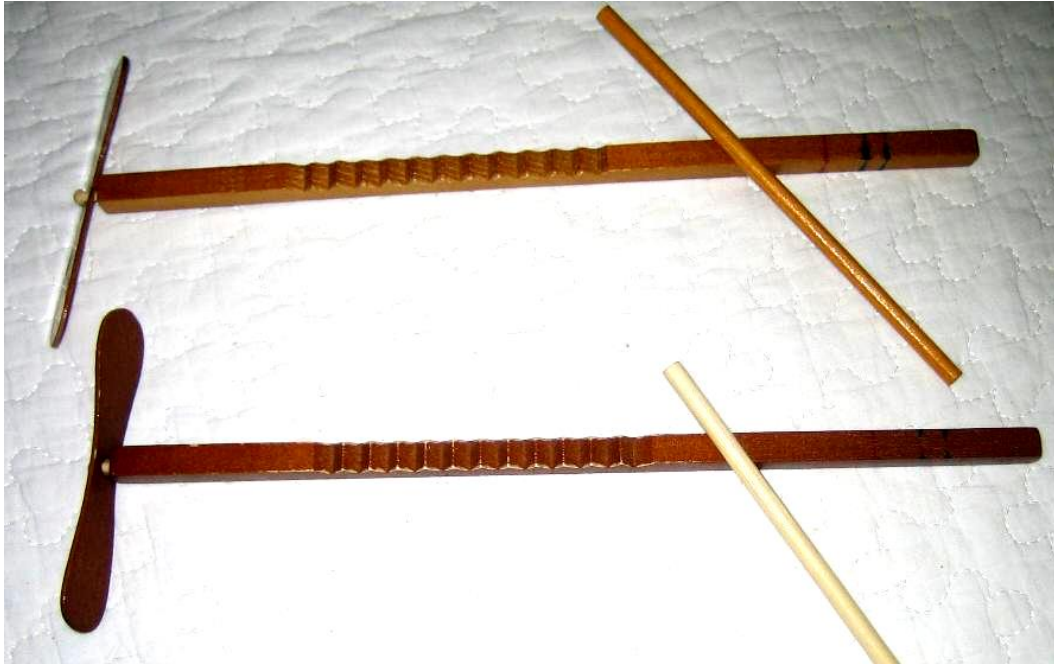
$$\frac{mg}{b} - v(t) > 0 \quad \rightarrow \text{絶対値取れる} \\ \text{後でグラフで確認}$$

問題: 十分に時間がたったあとの雨滴の速度 v_t はいくらか? (terminal velocity)

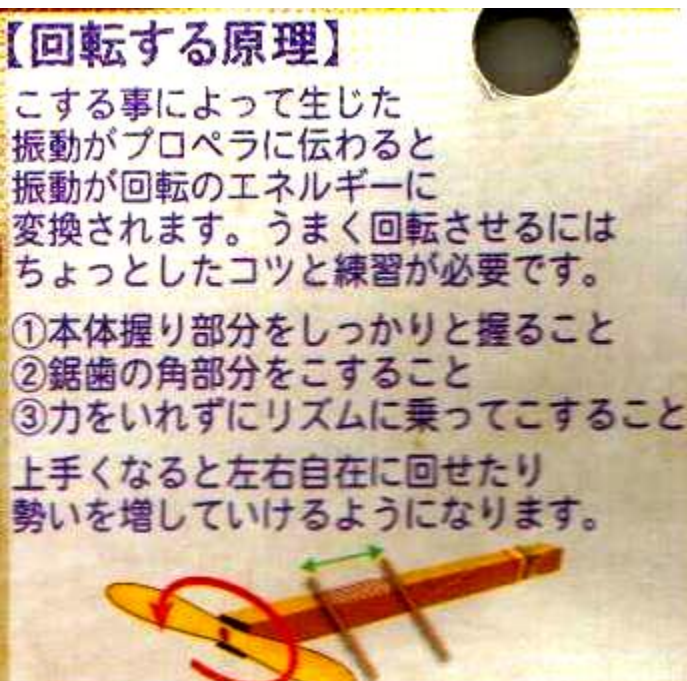
この速度 v_t を という。

ガリガリ・プロペラ(和玩具)

回転する不思議なものシリーズその3



105円@ダイソー(100円ショップ)



← 商品に書いてあった回転する原理説明になっていない・・・

どうやって回転しているのでしょうか？
考えてみて下さい。