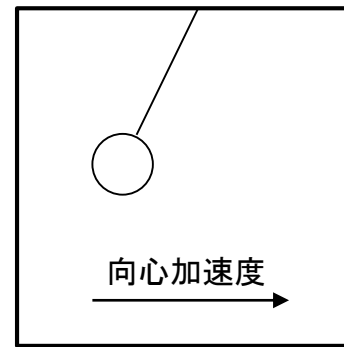


Q: 遠心力と向心力は、どちらがうのでしょうか。

A: 遠心力は第9章で勉強する力で、実際には存在しない「見かけの力」(慣性力)です。等速円運動している物体に実際に作用しているのは向心力です。カーブ中の(等速円運動している)電車の内部のつり革を想像してみてください(右図)。つり革は、図のように外側に傾いています。つり革の輪は、前回ひもにつけたおもりと同様にひもから受ける力と重力の合力が向心力となって等速円運動しているのですが、電車に乗っている人はつり革が傾いている様子から、外側に引っ張る遠心力が作用しているように思います。これが遠心力ですが、実際には、そのような力は存在しません。第9章で詳しく勉強します。



Q: 月がもうちょっと地球に近づいたら、落ちてくるのか？

A: 太陽には8個の惑星があります。前回、練習問題で地球の公転の速さは 30 km/s であると計算しました。太陽に最も近い惑星である水星の公転の速さは 48 km/s で地球より速いです。同様に月が地球に近づくと公転の速さが速くなるだけで、地球に落ちてくることはありません。ちなみに月は現在 3 cm/年 で地球から遠ざかりつつあります。その理由は、角運動量保存則を勉強してから説明したいと思います。

Q: 今日の等速円運動の練習問題ですが、どのタイミングで有効桁を丸めるのがよいですか？最後までまるめずに計算すると、少し誤差が出ました。

A: 計算の途中で出てくる数値は、1桁多めにして次の計算に使えば、まず問題ないと思います。最後に指定の桁で答えればよいです。私の試験に関しては、1桁多めに計算しなくても正解です。なるべく切の良い数値にして、悩まなくて済むようにするつもりです。

Q: 液体窒素で冷やせば、空気中の窒素は液体にならないんですか？もっと冷たくする必要があるのでしょうか？

A: 実験で使っている液体窒素の温度はすでに窒素の沸点となっていますので、気体の窒素を取り込んで、液体窒素の量が増えることはありません。その意味では、空気中の窒素は液体になりません。しかし、分子1個1個を見ていると、気体の窒素分子が液体窒素の表面に飛び込んで、液体になることはあります。ただ、それより多くの窒素分子が、液体の表面から気化しています。

液体窒素の中に入れた空の試験管にたまった液体の表面でも同様のことが起こっています。空気中の窒素も酸素も液体に飛び込んで液体になることがあります。沸点の高い酸素の方がより液体になりやすい。液体表面の酸素も窒素も気化するが、沸点の低い窒素の方がより気化しやすい。このような差によって、液体は空気より酸素の割合が高くなっています。蒸留も同様です。

Q: 中間試験問題が載っている「ホームページ」はMoodleですか？

A: いいえ。第1回にQRコードを載せておいたものです。

Q: 中間試験の試験範囲について質問がありました。

A: 前の週(6月12日)までに終わっている範囲の中で、切の良いところまでとします。6月11日か12日に決めて伝えます。

Q: 液体窒素といえば、昔、液体窒素でイボをやいた覚えがあります。なぜ液体窒素なのでしょう？

A: 原料が空気中に無限にあり、安価に製造でき、他に比べると危険性も少ないからだだと思います。

Q: 雨上がりの日に日差しが眩しく見えるのは、気のせいでしょうか。

A: 雨が降ると、空気中の塵やホコリが減るので、大気はより透明になるというのが一つの理由かな。

4.1 単振動 p53

フックの法則にしたがう復元力による振動

鉛直方向の振動は、
重力があって少し複雑なので
まず、水平方向の振動から

この単振動を運動方程式から導いてみる

台車(質量 m)に働く復元力は

$$F = -kx$$

ニュートンの運動方程式 $ma = F$ に代入して

$$ma = -kx$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$$

$$\frac{k}{m} = \omega^2, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ とおくと}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \theta_0) \quad (A, \theta_0 \text{ は任意定数})$$

$$\omega: \boxed{} \quad A: \boxed{} \quad \omega t + \theta_0: \boxed{}$$

等速円運動の時は 物体の変位
角速度と呼んだ の最大値

解であるか確認するため、 t で微分すると

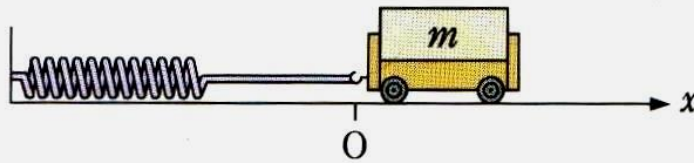
$$\frac{dx}{dt} = v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \theta_0)$$

さらにもう一回 t で微分すると

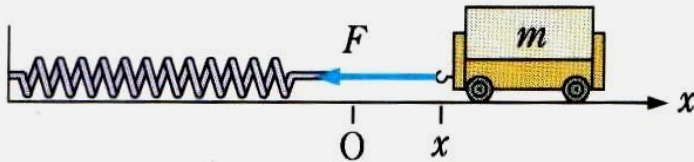
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 x(t)$$

ちゃんと解になっている。

(a) ばねが自然な長さの状態



(b) ばねの長さが x だけ伸びた状態。
左向きの復元力 $F = -kx$ が作用する。



このようにおくと、 ω が角振動数というもの
(円運動における角速度に相当するもの)
になり、式が簡単になる

$T: \boxed{}$ (1往復にかかる時間)

$$\omega t = 2\pi \text{ になる時間 } t$$

位相が 2π 増える
(元に戻る)時間

記号も名称も円運動と同じ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

単位は [s]

$f: \boxed{}$ (1秒あたり何往復するか) 記号は円運動と同じ、円運動における名称は回転数

$$\omega = 2\pi f \quad (1 \text{ 秒に } f \text{ 往復で、1 往復で } 2\pi \text{ rad})$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

単位は [1/s][Hz](ヘルツ)

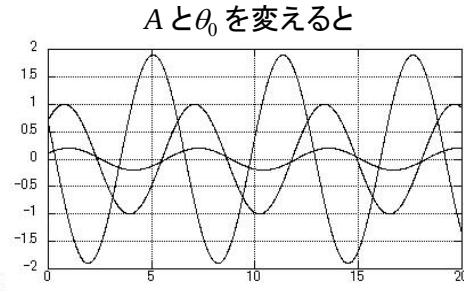
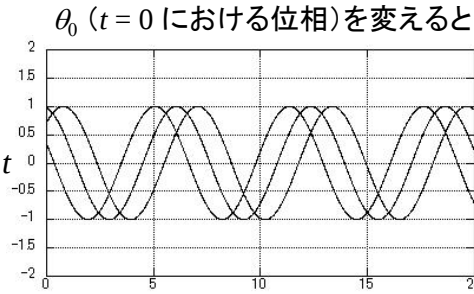
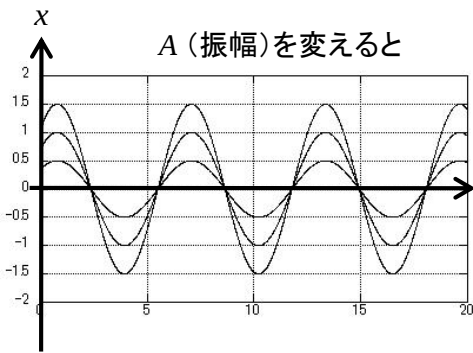
単振動の特徴: 周期・振動数は振幅によらない

後で実験で確認

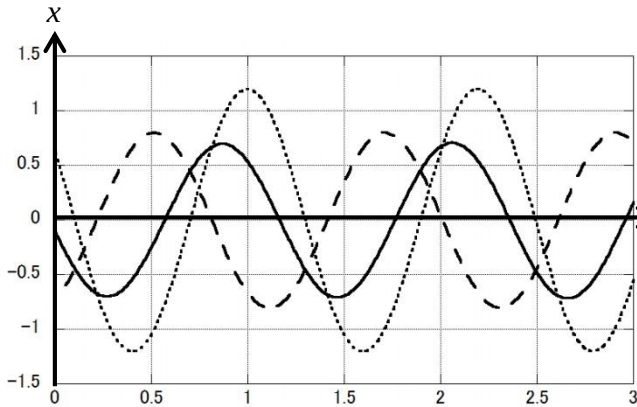
このページの計算は等速円運動のところでやったような・・・
等速円運動を横からみると単振動と同じ動きです。(実演参照)
xy平面上の円運動の場合、x成分もy成分も単振動と同じ動き

$x(t) = A \cos(\omega t + \theta_0)$ はどのような関数？

(A と θ_0 は任意定数)



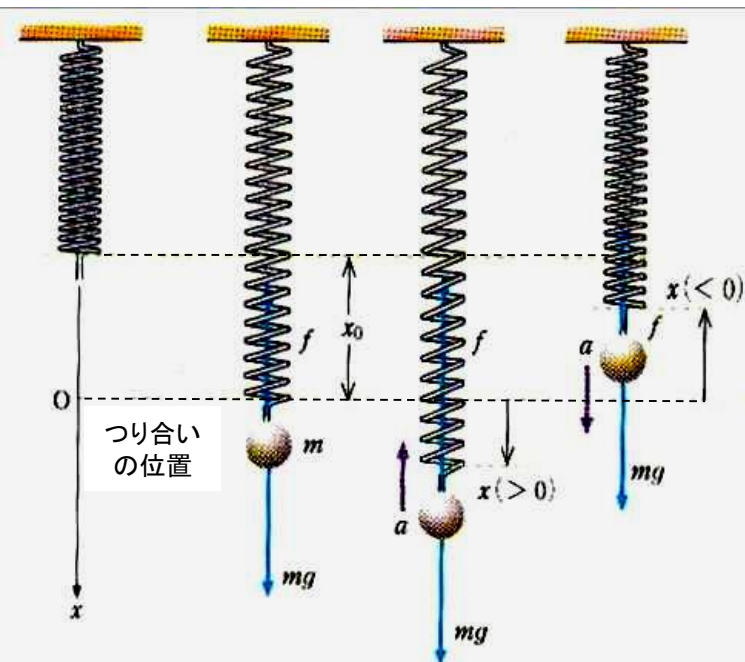
$x(t) = A \sin(\omega t + \theta_0)$ も同じ。(一般解を $\cos$ でなく $\sin$ としてもよい。)



ちなみに角振動数が同じサインカーブ(正弦曲線)なら
どんな振幅 どんな位相のものをいくつ足し合わせても
引いてもサインカーブになる。

例: 2つの点線を足すと実線

ばねの単振動(上下運動)



問題: 左の図のばねのばね定数は k である。
(1) 質量 m のおもりをつけたときのつり合いの
位置におけるばねの伸び x_0 を求めよ。

(2) つり合いの位置をおもりの位置の原点と
したとき、おもりの位置が x であるときの
運動方程式を求めよ。ただし下向きを正とする

運動方程式が水平方向の運動方程式と同じ
(前ページ参照)になるので、その後の結論
(振動周期)等も同じである。

重力 mg + ばねの弾力 $-k(x_0 + x)$ は、
つり合いの位置に戻そうとする
ばね定数 k の新たな復元力と考えてよい。

①振幅が大きいときと小さいときで周期が異なるか調べよう。

振幅が大きいとき: 20回を_____秒。 振幅が小さいとき: 20回を_____秒。

結果: 周期は、振幅に_____。(等時性)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

②ばねは、前にばね定数を測定したもので、ばねで定数は $k \doteq$ _____ N/m である。

①の結果を用いて周期 T を計算し、おもりの質量 m 求めよ。

(注) m が少し大きめな値になるのは理由がある。
なぜだかわかる?

$T =$ _____ [s], $m =$ _____ [g]

真の値: 104 g

問題③おもりを、重くすると周期 T はどうなるか?

長くなる 変わらない 短くなる。 測定結果: $T =$ _____ [s]

重い＝動きにくい→周期長くなる

問題④ばねを2個右のように連結して、それを1つのばねとみると、
ばね定数はいくらになるか? (それぞれ、1個でのばね定数は k とする)

答: _____

問題⑤ ④のばねに①のおもりを使った場合、周期 T はいくらになるか?
ばねの質量は無視できるものとせよ。

$T =$ _____ [s]

実験で確認

問題⑥ ばねの振動実験を重力が6分の1の月面や、無重力のスペースシャトル内で行うと
周期はどうなるか? ただし、ばねはたわまないとする。

以前、スペースシャトル内で質量をどうやって測定するかという問題を出しましたが、
ばねを使えば、簡単に正確な測定ができます。(②, 動画参照)



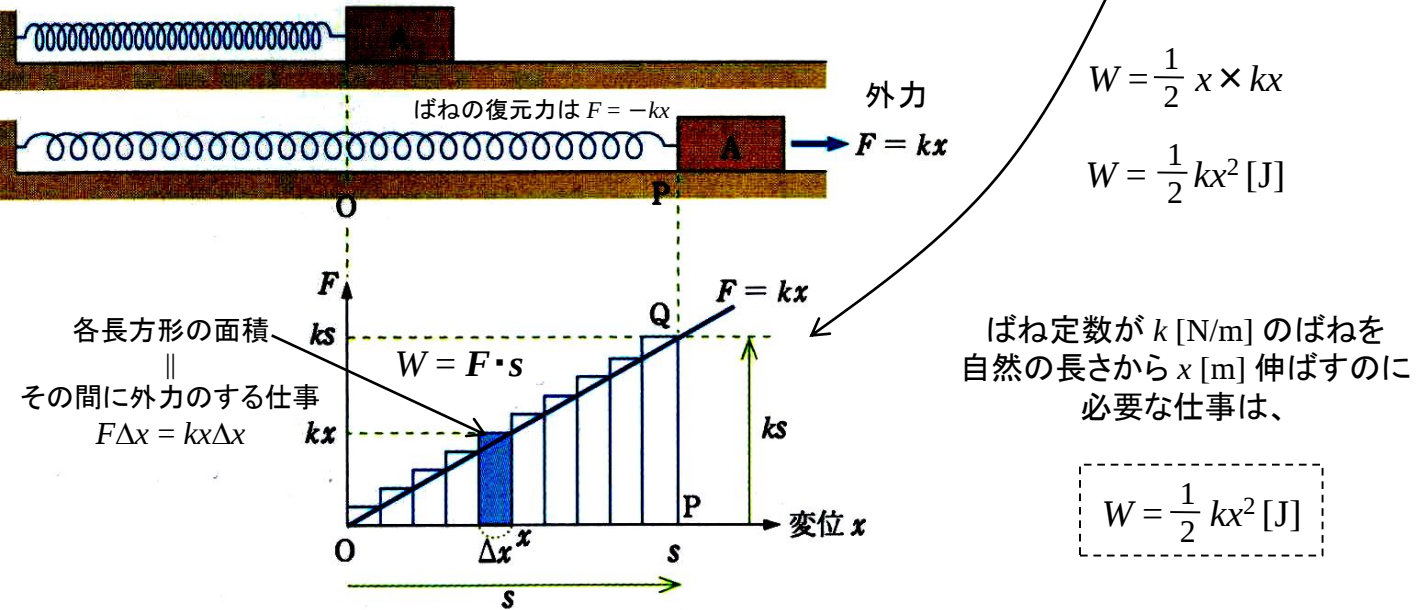
重力による位置エネルギー(復習)

質量 m [kg] の物体を h [m] の高さまで持ち上げるためには、 mgh [J] の仕事をする必要だった。
高さ h [m] にある m [kg] の物体は床 ($h = 0$) に戻る際に mgh [J] の仕事をする事ができた。

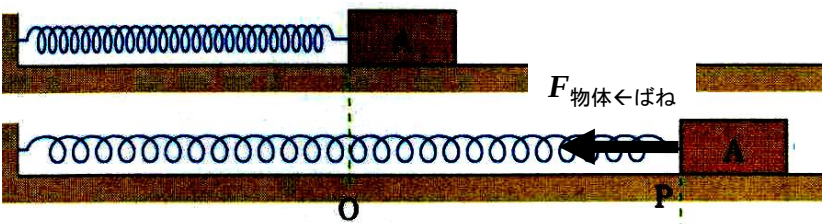
$$U = mgh \quad (\text{エネルギー: 外部に対して行うことができる仕事量})$$

弾力による位置エネルギー

自然の長さのばねを x [m] 伸ばすのに必要な外力の仕事は? $\rightarrow F$ - s 図 (F - x 図) の面積



伸びたばねが、自然の長さに戻る場合



伸びたばねが自然の長さまで縮むときにばねのする仕事は
伸ばす時と移動距離も力の大きさも同じ。(向きはどちらも逆だが、仕事 $W = F \cdot s$ は同じ。)

自然の長さから x [m] 伸びた、ばね定数が k [N/m] のばねは

自然の長さまで戻るときに $\frac{1}{2} kx^2$ [J] の仕事ができる。

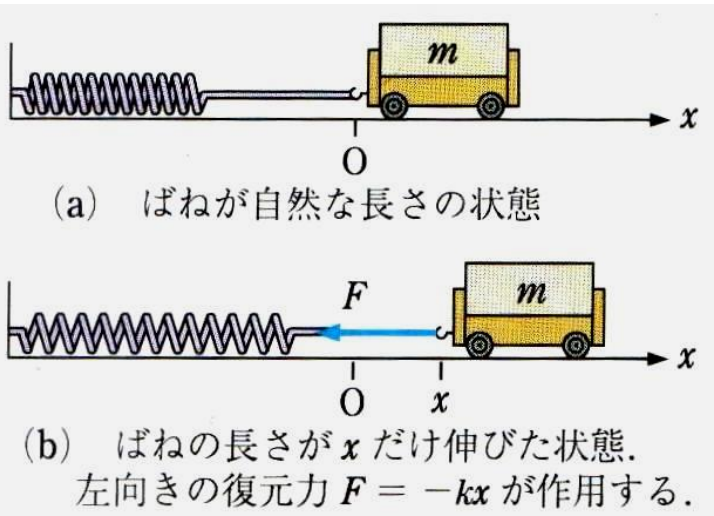
$$\text{弾力による位置エネルギー } U(x) = \frac{1}{2} kx^2$$

(エネルギー: 外部に対して行うことができる仕事量)

x [m] 縮んだときも同じ
現実的には縮むとたわむことが多い

問題:ばね定数を測定したばね ($k = \underline{\hspace{1cm}}$ [N/m]) を自然の長さから 10 cm 引き伸ばした。
 ばねの弾力による位置エネルギーを計算せよ。

問題:下の図は、前回4ページで単振動の解を求めた際に載せた図である。
 この質量 m の台車をばね定数 k のばねにつなぎ、自然の長さから x_0 だけ引っ張って $t = 0$ に手を離れた。



① $t = 0$ におけるばねの弾力による位置エネルギーはいくらか？

② 台車の位置と速度を t の関数で表せ。($t > 0$)
 前回4ページの結果を引用してもよい。

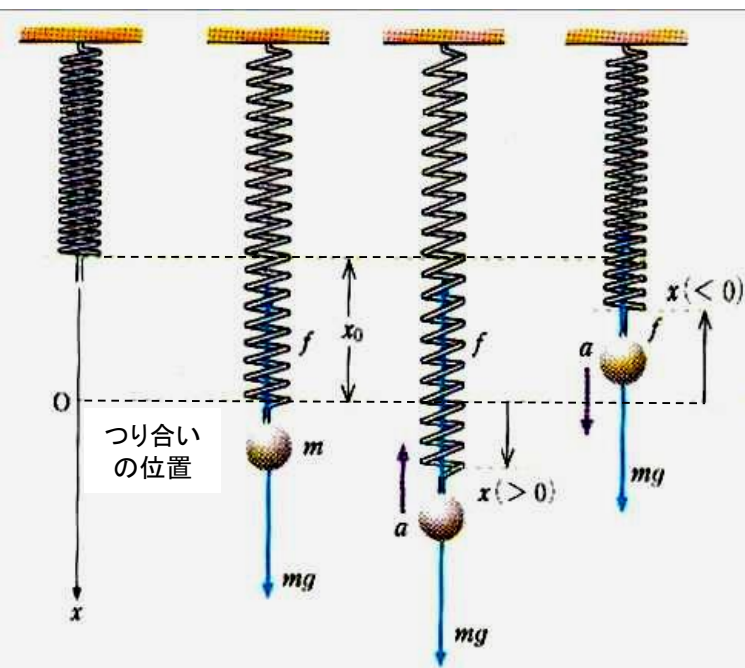
③ 台車が最初に原点 $x = 0$ を通過した時刻を t_0 とする。以下の表を完成せよ。

	位置 x	速度	弾力による 位置エネルギー	運動エネルギー	運動エネルギー + 弾力による 位置エネルギー
$t = 0$	x_0	0			
$t = t_0$	0				

(復習) 力学的エネルギー = 運動エネルギー + 位置エネルギー

(復習) 摩擦等がなく、エネルギーの散逸がない場合、力学的エネルギーは保存する。
 (力学的エネルギー保存則)

ばねの上下振動(復習)



つり合いの位置をおもりの位置の原点としたとき
おもりに関する運動方程式は

$$ma = -kx$$

重力 mg + ばねの弾力 $-k(x_0 + x)$ は、
つり合いの位置に戻そうとする
ばね定数 k の新たな復元力と考えてよい。

重力は新たな復元力に含まれているので
現れない(忘れてしまってよい)。

ばねに取り付けた上下に振動するおもりの力学的エネルギー

$$\text{力学的エネルギー} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 \quad (\text{水平方向の場合と同じ式})$$

位置エネルギーは新たな復元力に関する位置エネルギーのみを考えればよい。
(重力による位置エネルギーは考えなくてよい。)

力学的エネルギーは本来、次のようなものである。

力学的エネルギー = 運動エネルギー + 本来のばねの弾力による位置エネルギー + 重力による位置エネルギー

重力による位置エネルギーはつり合いの位置を基準点 ($U = 0$) とすると、 $-mgx$ である。

問題: 上の式の力学的エネルギーを計算してみよ。

$$\text{力学的エネルギー} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k (x + x_0)^2 - mgx$$

重力による位置エネルギー $-mgx$ が消えてしまっていることに注意

$\frac{1}{2} k x_0^2$ は定数で、重力の位置エネルギーの基準点をずらすことで、消し去ることができる。

$U = 0$ の点

液体窒素やドライアイスを入れた時の白煙の解説

インターネットで検索すると、空気中の水蒸気が冷やされて、水滴や(氷)となり、白い煙のように見えるという解説がほとんどです。しかし、これは誤りです。インターネット上には、ウソの情報も多いので、真実を見分ける力が必要です。以下、松川利行さん論文 (<https://www.chart.co.jp/subject/rika/scnet/34/sc34-1.pdf>)を参考に解説します。

先ほど、液体窒素をエチルアルコールに入れたら白煙がでましたが、エチルアルコールにドライアイスを入れても白煙は出ません。ドライアイスの温度は-78.5℃。エチルアルコールの凝固点は、-114.1℃です。つまり、ドライアイスでは、エチルアルコールを凍らせる(凝固)ことができません。この事実は、白煙の正体が、液体の個体であることを強く示唆しています。

白煙が出るプロセスは、はっきりしませんが、液体がドライアイスや液体窒素にふれた部分で薄く凍り(凝固)、ドライアイスや液体窒素が気化するときに割れて粉々に飛び散って白煙になっているのだと思います。

表1 融点と白煙の出現 液体窒素

	物質	融点(℃) ¹⁰⁾	沸点(℃) ¹⁰⁾	白煙	
A	酢酸	16.7	118	○	未確認
	酢酸エチル	-83.6	77.1		
	アセトン	-94	56.5		
	ジエチルエーテル	-116.3	34.6		
	ジクロロメタン	-95	39.75		
	ベンゼン	5.5	80.1	○	
	トルエン	-95	110.6		
	ヘキサン	-95 ~ -100	69		
	シクロヘキサン	-6.47	80.7	○	
B	メタノール	-96	64.65		未確認
	エタノール	-114.5	78.3		
	1-プロパノール	-127	87.15		
	1-ブタノール	-90	117		
	2-ブタノール	-114.7	99.5		
	2-メチル-1-プロパノール	-107.89	108		
	2-メチル-2-プロパノール	25.66	82.45	○	
水		0	100	○	○