Q：中間試験は何分間ですか？
A：45分～60分くらいを予定しています。

Q：中間試験の過去問を確認したところ、計算をする問題よりも定義を確認する記述問題が多いように感じましたが、その認識にもとづいて対策を進めて問題ないでしょうか？
A：はい。昨年度から特に傾向を変えるつもりはありませんので、それでよいです。

Q：中間試験は来週だと思っていたのですが、再来週なのですか？
A：はい。6月18日（火曜日）です。

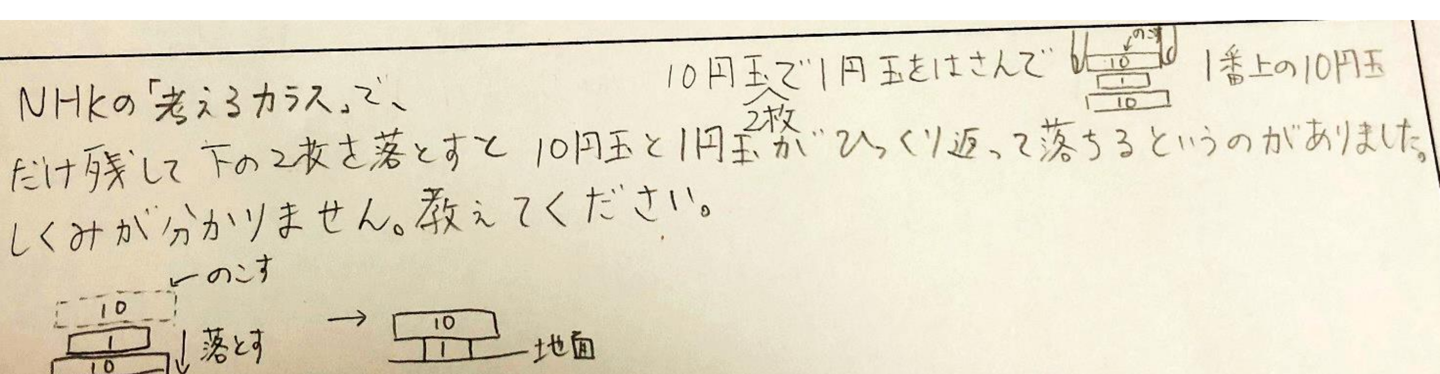
Q：ばねの巻き数と長さと、どちらがばね定数に影響するのでしょうか？
A：ばねの素材の針金の太さが同じで、ばねの直径もおなじとします。
①ばねの長さも同じとき、ばね定数は巻き数が多い（密なばね）ほど小さいです。
②ばねの巻き数が同じとき、長さを変えてもばね定数は大きく変化しません。

Q：第12回3ページ（2）で運動方程式を求めよとありますが、何を聞かれているのかわかりません。
A：運動方程式とはニュートンの運動方程式 $ma = F$ のことです。「求めよ」より「立てよ」の方が適切ですね。「おもりに関するニュートンの運動方程式を立てよ。」という問題ならわかりますか？答え方は、おもりに作用している力 F は　重力 mg と ばねの弾力 $k(x_0+x)$ なので、下向きを正とすると、$ma = mg - k(x_0+x)$ となります。このままでもよいですし、整理して、$ma = -kx$ でもよいと思います。

Q：ばね定数を求めるとき、$F = kx = mg$ とありましたが、$F = -kx$ ではないのですか？
A：ばねの弾力の大きさ kx と、重力 mg の大きさが等しいという意味で $kx = mg$ なのですが、$F =$ は余計でしたね。$F =$ とするなら、上のQ&Aのように下向きを正として $F = mg - kx = 0$ で $kx = mg$ となります。

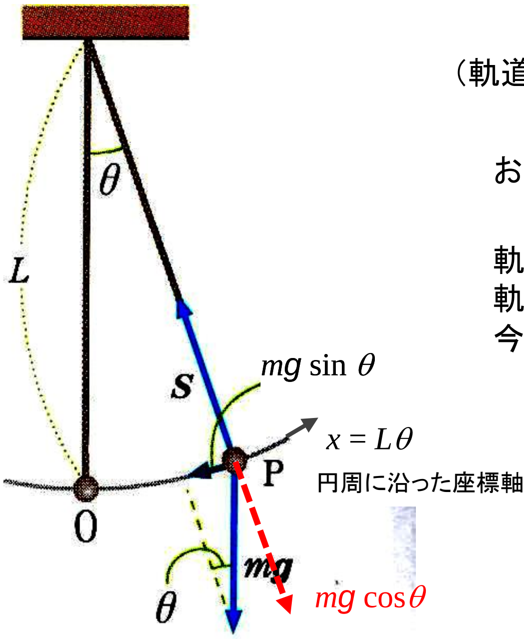
Q：ばねに寿命があると思いますが、それはどの位ですか？
A：時間ではなく、伸縮の回数で劣化するようです。ばねの素材や、伸縮の量等、様々なパラメータが影響しますが、1000万回程度のようです。

Q: 海上で竜巻ができるのは珍しいと聞きましたが、どうしてできにくいのですか？
A: 竜巻は積乱雲中にできますが、積乱雲は日射で温まった地面から起こる上昇気流がきっかけで発生することが多く、海上ではそのような上昇気流が起こりません。それが理由の一つだと思います。



実際に実験してみます。簡単な実験ですので、皆さんもやってみて考えてみて下さい。

単振り子 p56



おもりの運動（軌道）は円周上に制限されている。
（軌道と垂直な方向の力と運動は考えなくてもよい→１次元の運動）

おもりに働いている力：$\boxed{}$ と $\boxed{}$

軌道の接線方向：重力の分力 $mg\sin\theta$ が作用している。
軌道と垂直方向：張力 S と 重力の分力 $mg\cos\theta$ が作用しているが今は考えない。（張力 S は円周上の軌道を運動するように変化する）

運動方程式：$ma = F$ に $F = -mg\sin\theta$ を代入　（図で右向きが正）

$$ma = -mg\sin\theta$$

（ 変数は x と θ の2つ）

$a = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ だが、ここで x は弧OP $= L\theta$ のこと

$a = \dfrac{d^2(L\theta)}{dt^2} = L\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ なので

$$mL\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\sin\theta$$

（ 変数は θ だけになった。）

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta$$

振り子の振れが小さい場合 $\sin\theta \fallingdotseq \theta$（$\theta$ はラジアン単位である）

第10回6ページ参照

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$$

$\dfrac{g}{L} = \omega^2$，$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$ とおくと　　バネは $\omega = \sqrt{m/k}$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta$$

（ばねの単振動と全く同じ形になった）

$$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \beta)$$

ばねの場合：$x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0)$

$\theta << 1$ の近似が成り立つ範囲では

単振り子の周期は $\boxed{}$ の大きさによらず一定であることを

単振り子の $\boxed{}$ という

左の周期の式に振幅は入っていない。

振り子時計等に応用されている

ω の値が違うだけで、ばねと同じ

$$\omega = 2\pi f$$

f：**振動数**（1秒あたり何往復するか）

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}}$$

単位は[1/s][Hz]（ヘルツ）

位相が 2π 増えるのにかかる時間

T：**周期**（1往復にかかる時間）

$\omega t = 2\pi$ になる時間 t

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

単位は [s]

振り子の実験・問題

①振幅が大きいときと小さいときで周期が異なるか調べよう。
（単振り子の等時性の確認）

（例えば 10 度）
振幅が大きいとき：20回を＿＿＿＿秒。

（例えば 5 度）
振幅が小さいとき：20回を＿＿＿＿秒。

（参考）
10度 sin 0.1745 = 0.1736 0.5%
20度 sin 0.3491 = 0.3421 2.0%

結果：周期は、振幅に＿＿＿＿＿＿＿。

②①の結果を用いて周期 T と振動数 f を求めよ。

T =＿＿＿＿＿＿s， f = ＿＿＿＿＿＿1/s

③どこから、どこまでが、ひもの長さなのかに注意してを L 測定し、振り子の周期 T の理論値を計算せよ。
ただし、重力加速度 g は、9.8 $\mathrm{m/s^2}$ とせよ。また、逆に測定値より、重力加速度 g を求めよ。

注：ひもはおもりに対して十分に軽くなければばならない。
剛体振り子（8章）

ひもの長さ L = ＿＿＿＿cm

T =＿＿＿＿＿＿s g =＿＿＿＿＿＿$\mathrm{m/s^2}$

④ L を小さくすると、周期 T はどうなるか？

短くなる　　変わらない　　長くなる　　（実験で確認）

⑤ おもりの質量 m を大きくすると、周期 T はどうなるか？

短くなる　　変わらない　　長くなる　　（実験で確認）

⑥ 重力が地上の6分の1の月面で実験すると、周期 T はどうなるか？

短くなる　　変わらない　　長くなる

（バネの振動の場合は、月面でも変わらない。）

⑦ 振り子式の時計は振り子の先についている小さなネジ
（ナットみたいなもの）を上下に移動させることで時計の
進み具合を調節できる。いま時計が１日に少しづつ遅れるとする。
修正するには、ネジ（ナット）を上下どちらに移動させればよいか？

見かけは振り子時計でも、
実は電子時計というものもある。

等速円運動と単振動のまとめ

等速円運動を横から見ると単振動と同じ動きです。

等速円運動	単振動
$x(t) = r\cos(\omega t + \theta_0)$ $y(t) = r\sin(\omega t + \theta_0)$ ↑ 半径	$x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0)$ ↑ 振幅

角速度　$\omega = 2\pi f$　角振動数

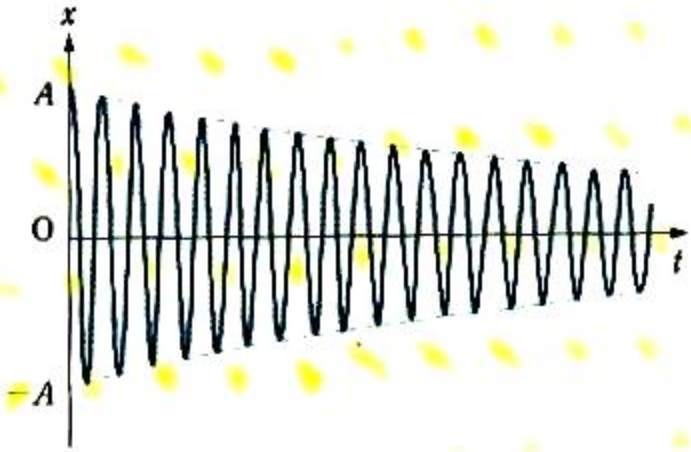
ばねの単振動 $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

振り子の単振動 $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$

回転数　$\boxed{f = \dfrac{\omega}{2\pi}}$　振動数

周期　$\boxed{T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{2\pi}{\omega}}$　周期

4.2 減衰振動と強制振動 p58



ばねの単振動も、単振り子も
空気抵抗や摩擦のため、何もしなければ、
現実の振動は左の図のように、
振幅が時間とともに小さくなっていく。

力学的エネルギーが熱等にかわるために
振幅が減衰していく振動を $\boxed{\qquad\qquad}$ という

速度に比例する抵抗があるときの振動

バネに限らず、復元力 $-kx$が
作用している質量 m の物体

つり合いの位置からの変位 x と
復元力が逆向きという意味のマイナス

抵抗がない時の角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$(k = m\omega^2)$

復元力＝$-kx$ ＝$-m\omega^2 x$ を受けて単振動する質量 m の物体に、
速さに比例する抵抗$-2m\gamma v$ が働く場合を考える

抵抗が速度 v と逆向き
という意味のマイナス

$-\gamma v$ とすべきだが、上のように γを定義すると
ωと γの関係がシンプルになる（同じ単位）。
抵抗が質量 m に比例するわけではないことに注意
復元力＝$-kx$ ＝$-m\omega^2 x$ で復元力が
m に比例するわけでないのと同じ

運動方程式（ $ma = F$ ）

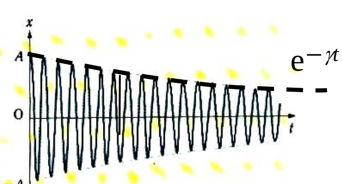
$$ma = -kx - 2m\gamma v = -m\omega^2 x - 2m\gamma v$$

解けることを要求しない

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -m\omega^2 x - 2m\gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

抵抗を$-2m\gamma v$ とおいたので
微分方程式が簡単になる。

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 2\gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega^2 x = 0$$



$y = A\cos(\omega' t + \theta_0)$

$x = y\mathrm{e}^{-\gamma t}$ とおくと （y : 振動する部分， $\mathrm{e}^{-\gamma t}$: 振幅の減衰） 直観的予想

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathrm{e}^{-\gamma t} - y\gamma\mathrm{e}^{-\gamma t}$$

$(fg)' = f'g + fg'$

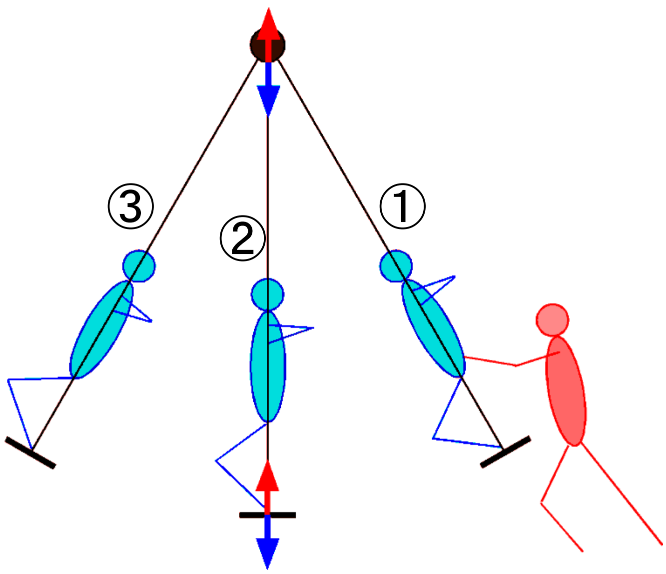
代入すると
次ページへ

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\mathrm{e}^{-\gamma t} - \gamma\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathrm{e}^{-\gamma t} - \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\gamma\mathrm{e}^{-\gamma t} + y\gamma^2\mathrm{e}^{-\gamma t}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\mathrm{e}^{-\gamma t} - 2\gamma\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathrm{e}^{-\gamma t} + \gamma^2 y\mathrm{e}^{-\gamma t}$$

ブランコの物理（ブランコの不思議）

ブランコを漕げない人はいないと思いますが、
ブランコの漕ぎ方を物理的に説明できますか？



座り漕ぎは特に難しい・・・
立ち漕ぎの方がわかりやすい。

②の位置で存在する主な力を書き出したが
どれも揺れの方向に垂直なものばかり。
後ろから人が押せば、揺れの方向に加速できるが
乗っている人はいったいどうやって自力で漕げるのか？

（1）ブランコの動画をみて考えてみよう。

（2）究極の漕ぎ方とは？
普通、ブランコを漕ぐときは、1往復の振動のうち、半分は何もしない。
行きも帰りも「漕ぐ」にはどうすればよいのか？（人間は前後非対称なので、難しいかも・・・）

答えは、何回か後で説明します。それまで、興味があったら考えてみて下さい。

実際にブランコをやって考えてみるのもよいかも・・・

（大人がブランコをするのは少し恥ずかしいが）

今回・次回以降の出席票に体験談を書いてくれると嬉しい。