

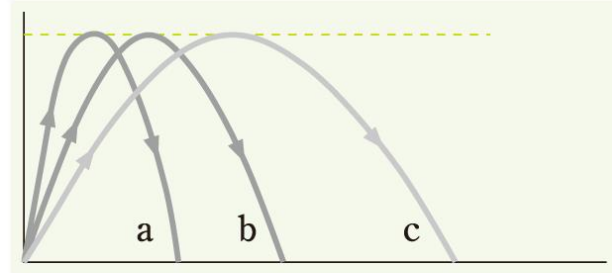
問題: ○○を比較せよ。

解答例: c, b, a の順に大きくなる。

大きいのは c ?

大きいのは a ?

皆さんはわかりますか？ 答えはこのページの左下別の答えの方が良いと思います。



一番難しかった(できていなかった)問題は、

[4b] ゴムB下端を手で持って、ゴムAとゴムBの張力を等しくするには、どうすればよいか。ゴムの質量は無視してよい。(注)言葉でうまく説明して下さい。

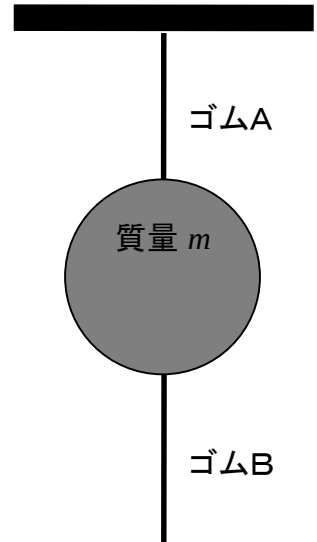
ゴムA, ゴムBの張力を F_A , F_B とすると、質量 m の物体の運動方程式は、下向きを正とすると

$$ma = mg + F_B - F_A$$

$$F_B - F_A = ma - mg = m(a - g)$$

↓
物体の加速度 a と g が等しいとき $F_A = F_B$

質量 m のおもりの加速度が重力加速度となるような強さで、下向きに引く



Q&A

Q: 期末試験はいつ頃になりそうですか？

A: ホームページには載せてあるので、気付いた人もいますが、7月31日(水)4限です。

Q: レポートはいつ頃ですか？

A: 締め切りは、期末試験の1週間前7月24日(水)でどうでしょうか？内容は力学全般。力学以外の自然科学全般でもよいが、力学以外は多少採点が辛くなる(満点も可能)。実験、観察、調べもの何でも可。用紙はA4サイズ。枚数は制限無し(1枚も可)。

Q: ひものついた重いタイヤをひきずるとき、人をおんぶした方が楽だというのをテレビで見ました。

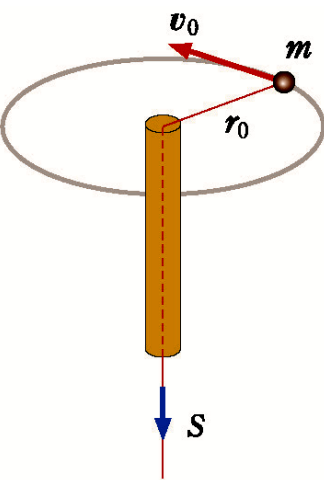
A: どんなに力があっても μmg 以上の力は出ません(F_1 の話と同じ)。同じ体重の人をおんぶすると、 $2\mu mg$ までの力が出せます。

Q: 偏光板を通して撮影すると、変わった写真がとれますか？

A: 偏光しているものは違いがあります。右のような水面の反射は大きく違います。水面に限らず、葉っぱ等での反射も違いがあります。空も偏光しています。青空をより青く写したりできます。



ABCの順に大きい: Aが一番大きい
ABCの順に大きくなる: Cが一番大きい



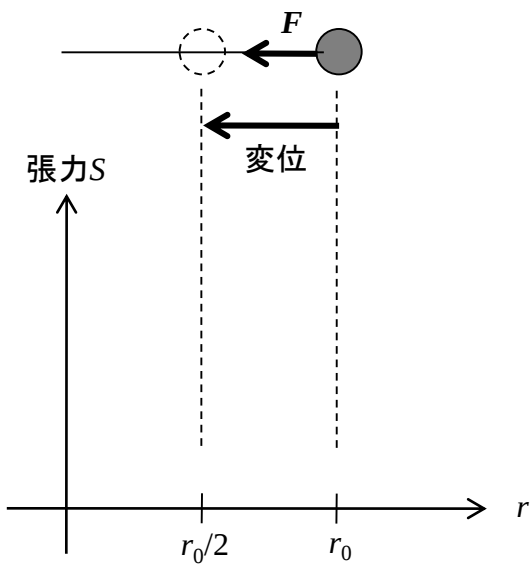
例題1 (p79) : 鉛直な細い管を通したひもの先端に質量 m の小石をつけ
 水平面内で半径 r_0 、速さ v_0 の等速円運動をさせる。小石に働く重力は無視せよ
 (1) 小石の細い管のまわりの角運動量はいくらか？

図6.9

(2) ひものをゆっくりと引っ張って回転半径を半分にしたら、以下の物理量は
 どのように変化するか？ (実演参照: 手がぶれるので、あまり理想的な実験でない。)

	前	後	何倍になった？
回転半径 r	r_0	$\frac{r_0}{2}$	$\frac{1}{2}$
小石の細い管のまわりの 角運動量 L	$m v_0 r_0$ (1)の答え		
小石の速さ v	v_0		
小石の 運動エネルギー K			
ひもの張力 S			

(3) ひもをゆっくりと引っ張って回転半径を半分にしたときのひもの張力 $S(r)$ を求め図に示せ。
 また、ひもが小石にした仕事を求めよ。(ゆっくりと→円運動と考えてよい)



ひもが小石に作用する力は $-r$ 方向で
 小石の移動方向も $-r$ 方向なので
 ひものした仕事は正である。
 大きさは F - s 図 (S - r 図)の面積

ひもが小石にした仕事は、(2)の表で求めた運動エネルギーの増加分に等しい。
 (ひもがした仕事の分だけ小石の運動エネルギーが増えた。)

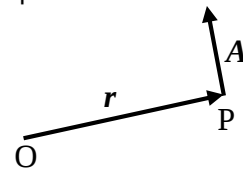


スケートのスピンも例題1と同じ原理である

[実験] 回転板をつかった実験

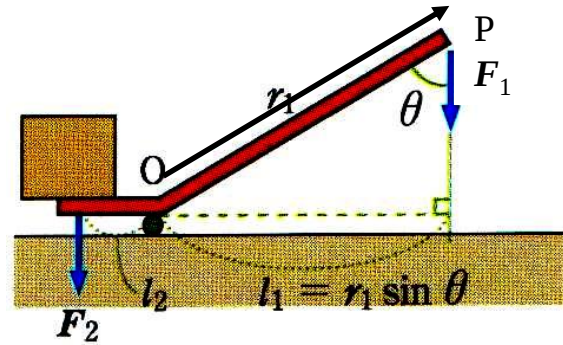
[ビデオ] 毛利衛さんの宇宙科学実験
 フィギュアスケート

モーメント: 原点 O から点 P へ向かう位置ベクトル r と、点 P におけるベクトル量 A とのベクトル積 $r \times A$ を原点 O のまわりの A のモーメントという。



右図の場合、 O のまわりの力 F_1 のモーメントは $r_1 \times F_1$ 、大きさは $r_1 F_1 \sin \theta = F_1 r_1 \sin \theta \quad \sin(\pi - \theta) = \sin \theta$

であり、これまでの $N = F_1 l_1 = F_1 r_1 \sin \theta$ に一致する。



ベクトルとしての

$$\begin{aligned} \text{力 } F \text{ のモーメント: } N &= r \times F \\ \text{運動量 } p \text{ のモーメント(角運動量): } L &= r \times p = r \times mv \end{aligned}$$

ベクトル積 $C = A \times B$

一般のねじは皆右ねじ

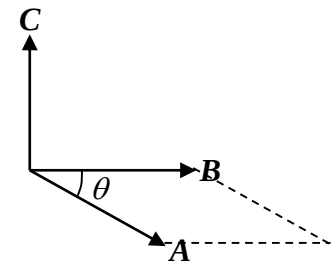
C の方向は A, B に垂直。(A, B を含む面に垂直)

C の向きは A から B に右ねじを回した時に右ねじの進む向き、

C の大きさは $|A| |B| \sin \theta$ (θ は A と B のなす角) 左図の平行四辺形の面積

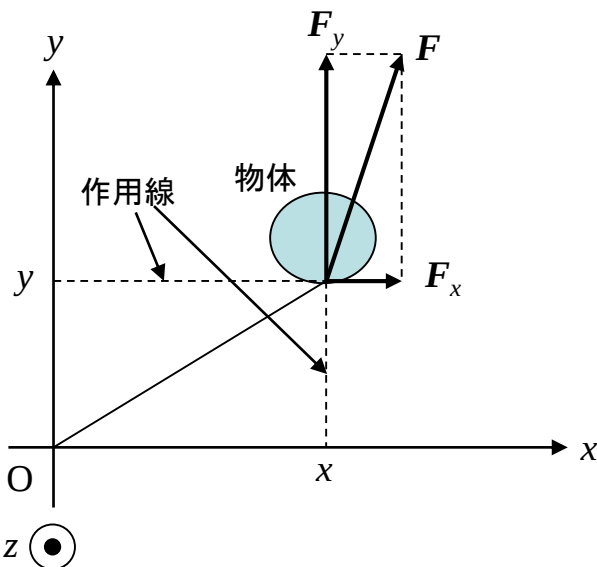
$$C = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

大きさ: AB で定まる
平行四辺形の面積



問題: xy 平面上の力 F のモーメント N (3次元ベクトル) を成分で求めて、 $N = xF_y - yF_x$ (教科書6.3式) と比べよ。

プリント18回2ページ

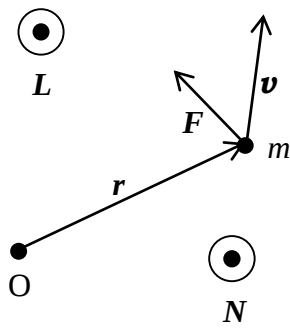


力のモーメントをベクトルで考えるとき、
大きさは今までどおり。
方向は回転軸方向。(r, F に垂直)
向きは r の先から F の先の方向に
右ねじをまわしたときに右ねじのすすむ向き

例: 地球コマ

N や L をベクトルで考えないといけないのは、コマのみそすり運動(歳差運動)等の N と L が平行でない場合(8章) そうでなければ、これまでどおり大きさ(正負の符号は含む)のみ考えていけばよい。

回転運動の法則(ベクトル表示)



$$(L = r \times p)$$

$L = r \times m\mathbf{v}$ の両辺を t で微分すると、

$$\frac{dL}{dt} = \cancel{\mathbf{v} \times m\mathbf{v}} + \mathbf{r} \times m\mathbf{a} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{N}$$

$$\frac{dL}{dt} = \mathbf{N}$$

(ベクトルでも同じ形)

L と N が平行でなくても成り立つ

平行四辺形の面積: 0

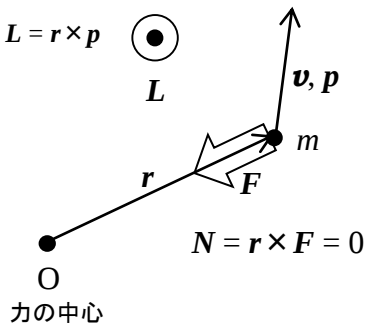
$$|\mathbf{A} \times \mathbf{A}| = A^2 \sin \theta = 0$$

($\theta = 0$)

質点の角運動量の時間変化率は、その物体に働く力のモーメントに等しい

質点が中心力だけの作用を受けて運動する場合は、 $N = 0$ なので $L = r \times m\mathbf{v} = \text{一定}$ (角運動量保存則)

(ベクトルでも同じ)



質点の位置ベクトル $\mathbf{r}$ (O が始点) は常に角運動量 L (一定) に垂直

質点は力の中心 O を含み L に垂直な平面上を運動する

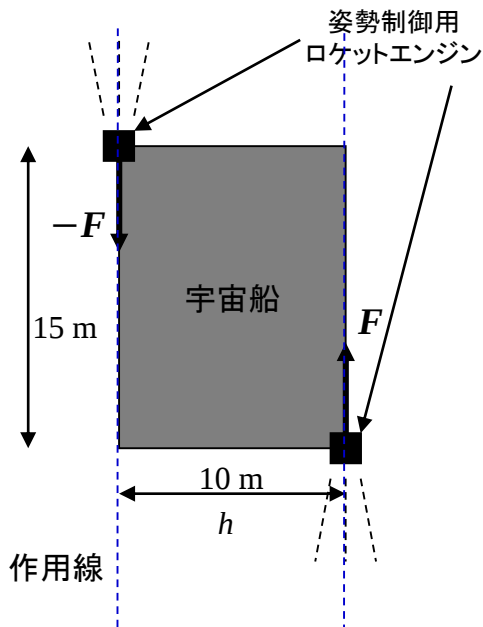
(この平面に垂直な方向の初速度も力も 0)

遇力

大きさが等しく、平行で異なる2本の作用線上で作用し、

逆向きであるような1対の力 F と $-F$ を という

すべての点に関する遇力のモーメントは一定でその大きさは Fh である。 h は作用線間の距離



問題: 長方形の宇宙船の隅に、姿勢制御用のロケットエンジンがついている。このエンジンの推力は $|F| = 20 \text{ N}$ である。エンジンを左図のように作動させたとき、宇宙船に働く力(遇力)のモーメントを求めよ。支点はどこに選んでもよい。

ブランコの解説

角運動量保存則を用いた考察

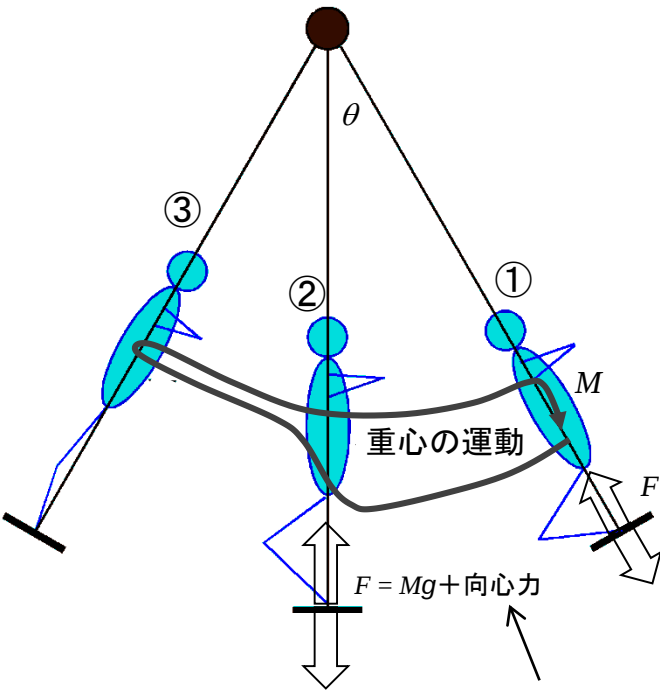
例題1 (p79) が参考になる。ひもを引っ張ることは、ブランコにおいて立ち上がることに対応する。
 (ひもの長さを半分にすると速度は倍になった)
 実際には重力が作用しているので、角運動量は保存しないが、十分に短い時間で立ち上がるなら、その間は角運動量が保存している。
 ①でしゃがんでも $v=0$ なので遅くなることはない。

$v=0$ なので向心力は 0

$$F = Mg \cos \theta$$

エネルギー・仕事を用いた考察

仕事は $W = Fs$ である。②において立ち上がる時にする仕事は、①において、しゃがみ込む時にされる仕事より大きい。重心の移動距離 s はどちらも同じであるが F は、①と②で異なる。②の地点では重力+向心力が足に作用しているが、①では重力のみ(正確には、重力 $\times \cos \theta$)だからである。よって①でしゃがみ込み②で立ち上がれば系に力学的エネルギーを注入でき、それが振動のエネルギー源となる。

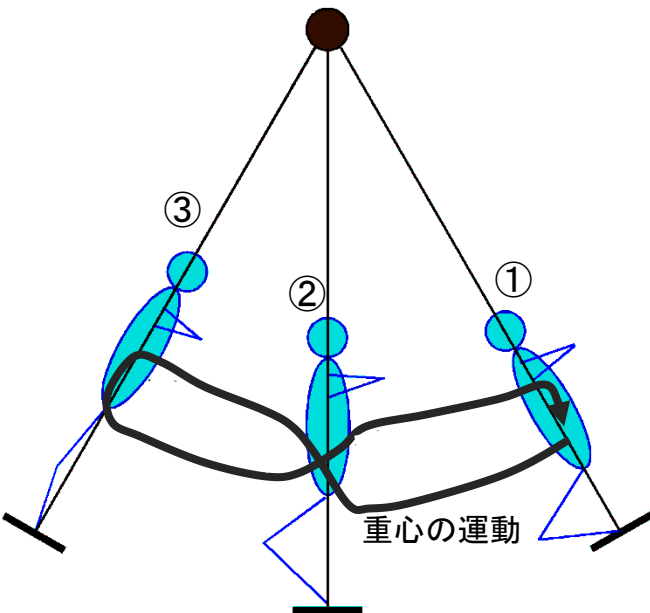


- ①の位置でしゃがみ込む。
- ②の最下点付近で立ち上がる。
- ③の位置では立った状態。
- ①の位置へ戻る時も立ったまま。
- ①の位置でまたしゃがみ込む。
- 以下繰り返し

1回転の
場合は
 $4Mg$

究極のこぎ方

本来なら③から①へ戻る時にも図のように加速できるが、人間の体は前後非対称であることも関係して、戻る時に加速することは難しい。不可能でないので興味がある人は挑戦してみてください。その報告もしてくれるとうれしい。一回転の動画の人はやっています。



動画・紐とおもりによる実験で再確認

座り漕ぎは、基本的に同じような重心運動が起こっていると思われますが、複雑で難しいです。みなさんも、考えてみてください。