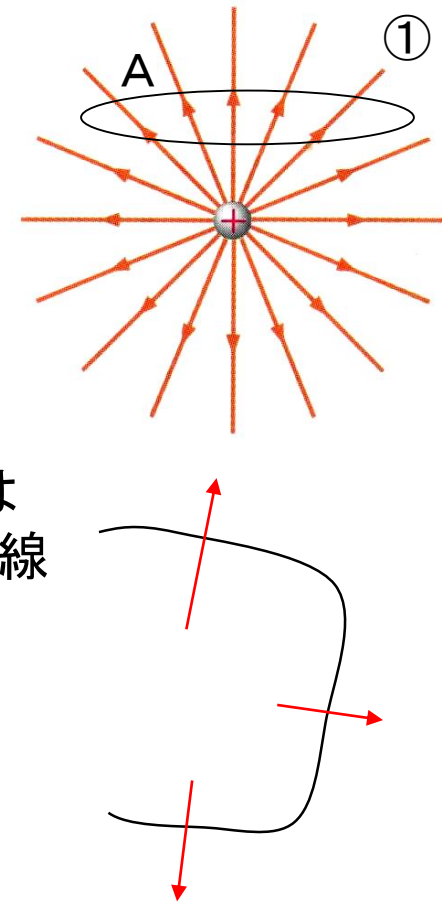


Q&A



Q: (右図の)Aで ϕ_E が0になる理由がわからなかった。

A: 右図では、すべての電気力線は下から上向きに線(面を)貫いているからかな。線(面)は曲がっているのに、矢印の向きは反対向きでも、下の図の例では、矢印は同じ向きに線(面)を貫いています。同様に閉曲面では、内側から外側に(または外側から内側に)貫く電気力線はすべて同じ向きなのです。Aの場合は内側から外側に貫く電気力線が5本、外側から内側に貫く電気力線が5本で、合計すると0になります。

Q: 電場の単位は、N/C でいいんですか。NC⁻¹ でもいいですか。

A: どちらでもいいです。好きな方を使って下さい。

Q: テストは基礎中心ですか？

A: はい。昨年度の中間試験と期末試験をホームページで公開していますが、今年も同様の問題で基礎中心です。

Q: $E(r)$ の (r) は位置ベクトルが r かどうか関係なく場を表すものですか？

A: 質問の意味が今一つわかりませんが、前回のスライド①に「空間の各点に「物理量」が指定されている空間をその物理量の場という」とあります。ですので場の場合は r は位置ベクトルだと思います。

Q: 内容理解が心配な為、自習用の問題を追加して下さると嬉しいです。

A: 教科書には章末問題があり、解答も載っています。これをやってみるのをお勧めします。中間試験や期末試験も何問かは章末問題から出します。

Q: 静電気を逃がす方法を教えて下さい。

A: 17章で詳しく勉強しますが、金属の針をもっていれば針先から逃げます(あまり実用的ではありませんが)。また、金属のドアノブ等に触れるとビリッときてしまいますが、壁等に触れるとビリッとせずに帯電した電荷をゆっくりと逃がすことができます。

Q: 授業スライドはどうやって見れますか？

A: 第1回のスライド②に書いたように、この授業のホームページに載せてあります。



A: シャボン玉が(負に帯電した塩化ビニルの棒に)くっついたら負に帯電して離れようとするが、実際に離れて飛んでいくのか。

Q: ほとんどの場合はくっついたままだと思いますが、触れた後に離れて飛んでいくものも稀にあると思います。割れにくいシャボン玉は、その可能性も大きいと思います。(実験参照)

シャボン玉好きです。シャボン玉の中にシャボン玉がついてあそんでいたのだから

この場合 中のシャボン玉は ビール棒を近づけたとき 分極するのでしょうか?



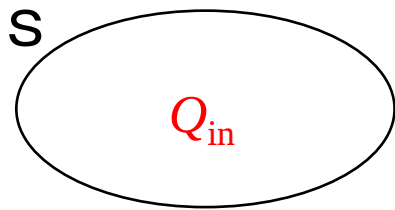
A: とても良い質問です。また難しい質問でもあります。17章で勉強する静電遮蔽や18章で勉強する誘電分極をやった後で考えてみたいと思います。皆さんも、興味があれば考えてみて下さい。

Q: 高校の時、ある点における電場の向きを求めるときに、その点に +1 C の正電荷をおいて考えるとわかりやすいと言われたのですが、なぜこの方法で電場の向きを求められるのかわかりません。

A: 前回のスライド③で、まさにそのとおりに説明しました。ある点に電荷 q [C] を置いたときに、 F [N] の力が作用したとき、その点の電場 E [N/C] は、下の式のようになる(電場をこのように定義する)。

$$F = qE \quad , \quad E = \frac{F}{q}$$

$q = 1$ のとき $F = E$ となるので、電場 E の向きと大きさは、電気力 F の向きと大きさに等しい。



電場のガウスの法則

閉曲面Sの内部から外へ出てくる
正味の電気力線束 $= \iint_S E_n dA \longrightarrow \Phi_E = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$ ← 閉曲面Sの内部の全電気量

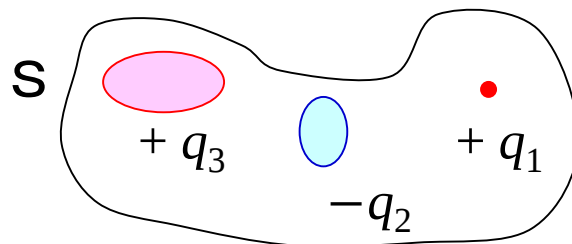
電場のガウスの法則は、電磁気学の基本法則である **マクスウェル** 方程式
の一つ(全部で4つある)

k でなく ϵ_0 を用いた方が簡単に記述できる

出発点であるので証明する必要はない。(実験によって正しいと証明されている。)

(参考)力学において、物体の運動はすべて基本法則である運動の法則
 $m\mathbf{a} = \mathbf{F}$ から導けた。運動の法則は出発点であるので証明していない。
(実験によって正しいと証明されている。)

ガウスの法則は、電荷分布がどんなに複雑でも、閉曲面がどんな形でも成り立つ。



$$\Phi_E = \frac{q_1 - q_2 + q_3}{\epsilon_0}$$

前のスライドも
その一例

電荷の分布が対称的な場合、ガウスの法則を使うと電場が簡単に求まる。

① 電荷分布が球対称の場合

原点に対して電荷分布が球対称 → 電場も球対称 (電磁力線は放射状)

原点を中心とする半径 r の球面上の電場の強さ $E(r)$ は一定で、
電場の向きは球面に垂直 ($E = E_n$)

半径 r の球面内の全電荷を $Q(r)$ とし、ガウスの法則を適用すると

$$\Phi_E = \iint_S E_n \, dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

$$E_n \iint_S dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

$$E(r) \times 4\pi r^2 = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

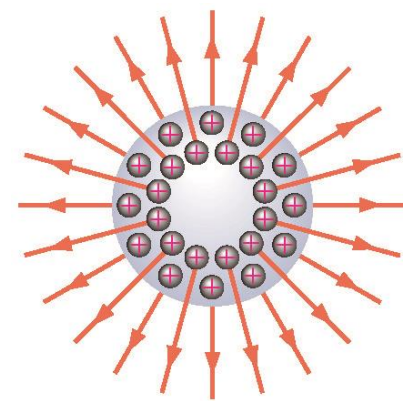
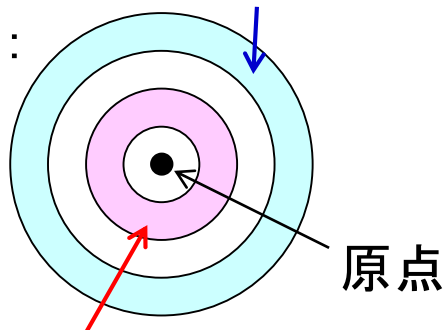


図16.18

電荷密度: 負で一定

例:



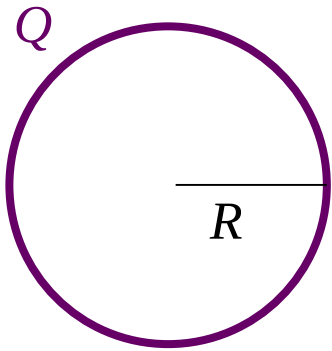
電荷密度: 正で一定

$$E(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

を用いた計算は困難

球面の内部の全電荷が中心にあるとした場合の電場と同じ

問題(p204例4): 半径 R の球面上に電荷 $Q > 0$ が一様に分布している場合、⑤
球面の内部と、球面の外部の電場の強さを求めよ。

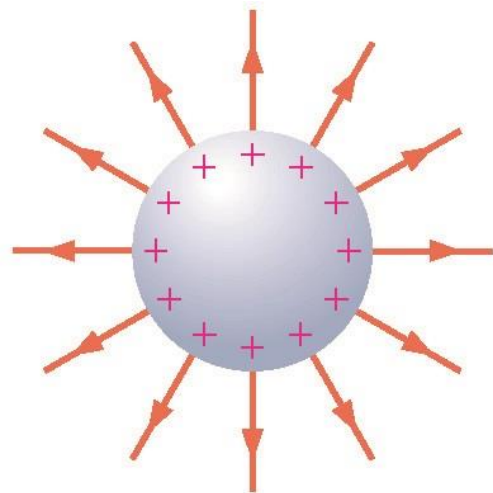


半径 R の球面と中心を同じくする半径が r の球面を考える。
電荷の分布は、この中心に対して球対称なので
電場のガウスの法則より

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

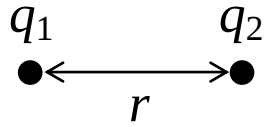
$r < R$ (内部) では、 $Q(r) = 0$ なので $E(r) = 0$

$r > R$ (外部) で $Q(r) = Q$ なので $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$



重力(万有引力)への応用

教科書には ⑥
ありません

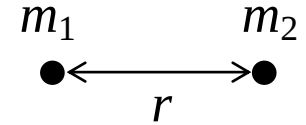


$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

定数

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

重力
定数



$$F = qE$$

電荷
電気力
電場

対応関係
←→

$$F = mg$$

質量
万有引力(重力)
重力加速度

対応関係で読み替えると・・・

球対称な電荷分布が点 r につくる電場は
半径 r の球面内にある全電荷 Q_{in} が
中心にあるとした場合の電場に等しい

球対称な質量分布が点 r につくる重力加速度は
半径 r の球面内にある全質量 M_{in} が
中心にあるとした場合の重力加速度に等しい

電場のガウスの法則の結論

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{in}}}{r^2}$$

これまで証明してなかった。

$$g(r) = G \frac{M_{\text{in}}}{r^2}$$

M_{in} に地球の質量、 r に地球の半径を入れると $g = 9.8$ になる

例4の問題を万有引力に読み替えてみる。

半径 R の球面上に電荷 $Q > 0$ が一様に分布している場合、球面の内部と、球面の外部の電場の強さを求めよ。

半径 R の球面上に質量 $M > 0$ が一様に分布している場合、球面の内部と、球面の外部の重力加速度の大きさを求めよ。

もう少しわかりやすく表現すると・・・

質量 M の球殻状の星（ピンポン玉のように中が中空）あったとき、その星（球殻）の内・外の重力（重力加速度）はどうなっているか

内部: $E = 0 \rightarrow$ $g = 0$ つまり無重力ということ

外部: $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow$ $g(r) = G \frac{M}{r^2}$ 質量 M の質点と同じ
質量 M の普通の星と同じ

問題：電荷密度が $\rho > 0$ [C/m³] の半径 R の均一な球がある。中心からの距離が ⑧ r における電場の強さ $E(r)$ を図示せよ。(一般には物体の電荷は表面のみに分布する。)
⑨に 例：金属球(17章)

球の中心を原点とすると、原点を中心とする半径 r ($r < R$) の球の内部にある電荷 $Q(r)$ は？

$$Q(r) = \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3$$

答： $Q(r) = \frac{4}{3} \rho \pi r^3$

球の内部($r < R$)の電場 $E(r)$ は？

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho \times \frac{4}{3} \pi r^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$$

答： $E(r) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$

半径 r ($r > R$) の球の内部にある電荷は

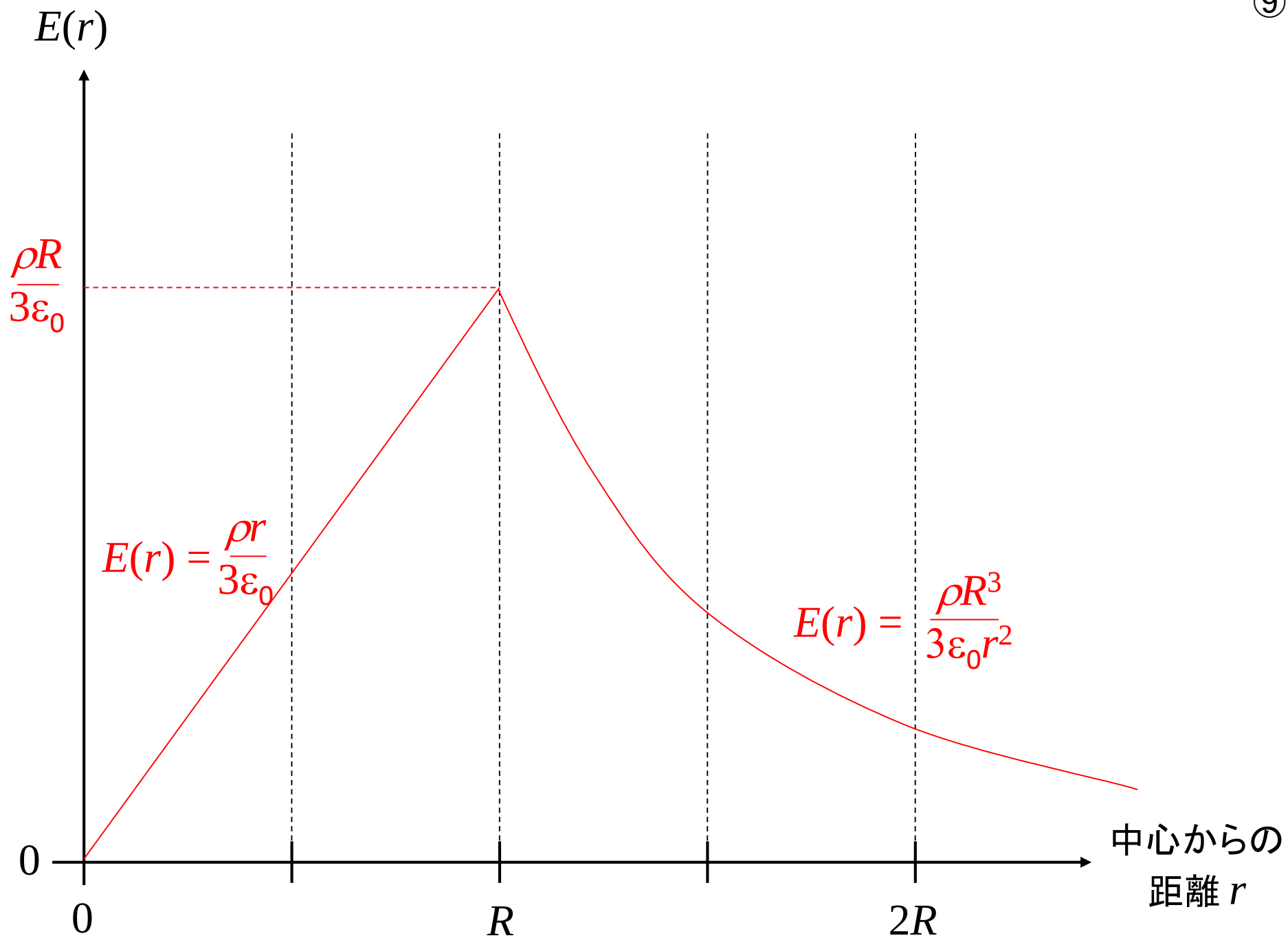
答： $Q(r) = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$

球の外部($r > R$)の電場 $E(r)$ は？

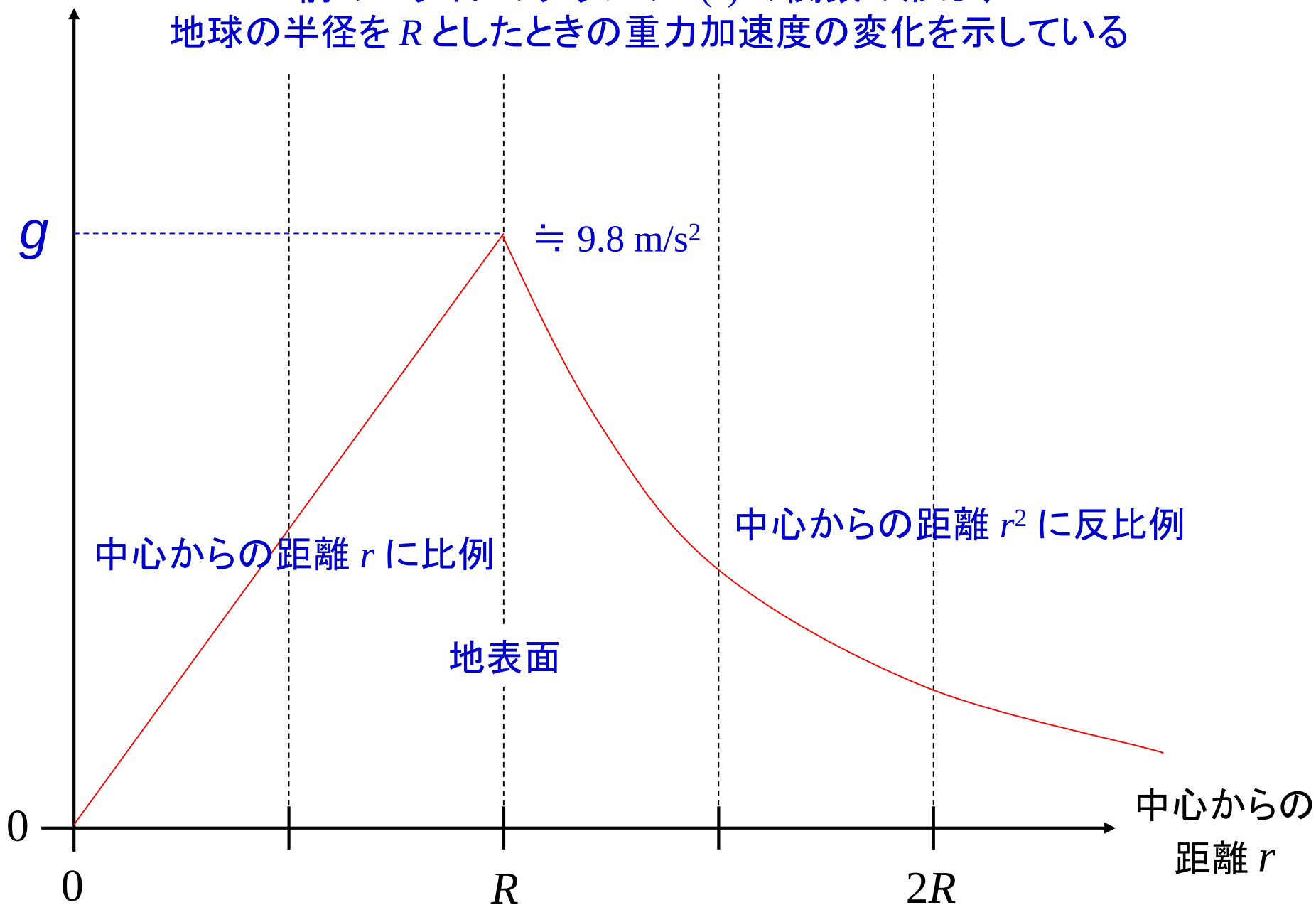
(中心に全電荷がある場合と同じ)

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\frac{4}{3} \rho \pi R^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

答： $E(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}$



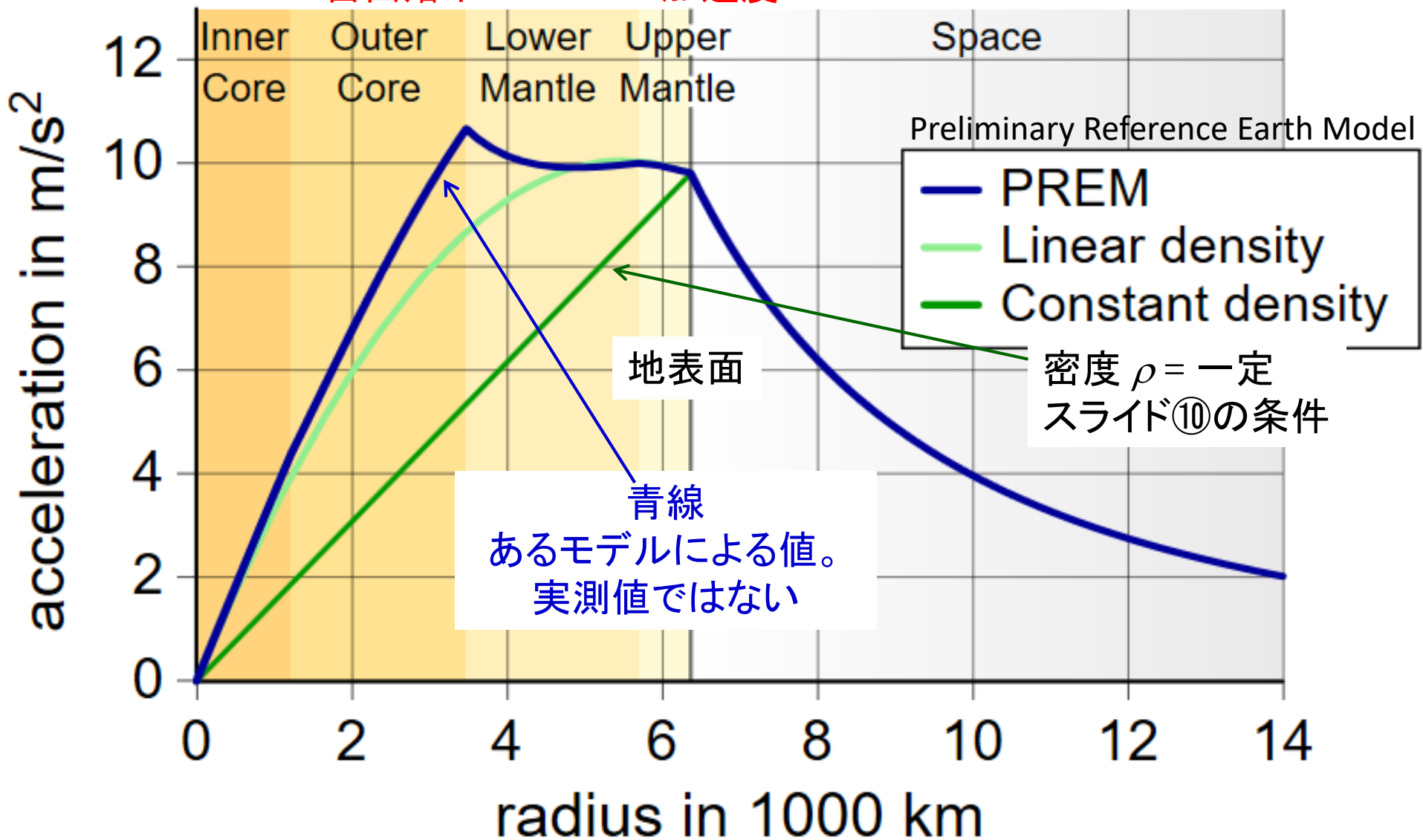
$g(r)$ 地球の質量分布はほぼ球対称である。地球の密度は一定とすると
前のスライドのグラフの $E(r)$ の関数の形は、
地球の半径を R としたときの重力加速度の変化を示している



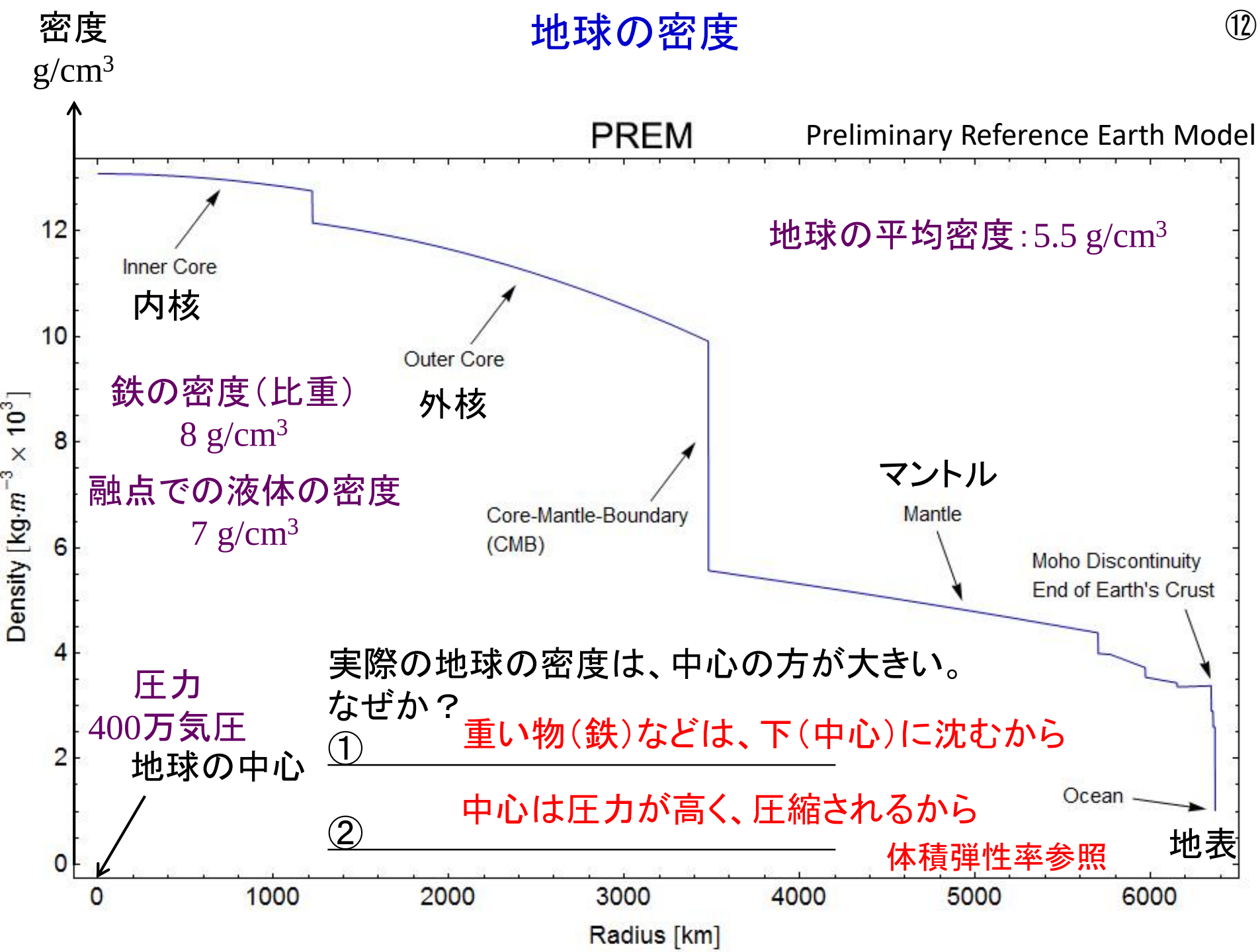
Free-fall acceleration of Earth

自由落下

加速度

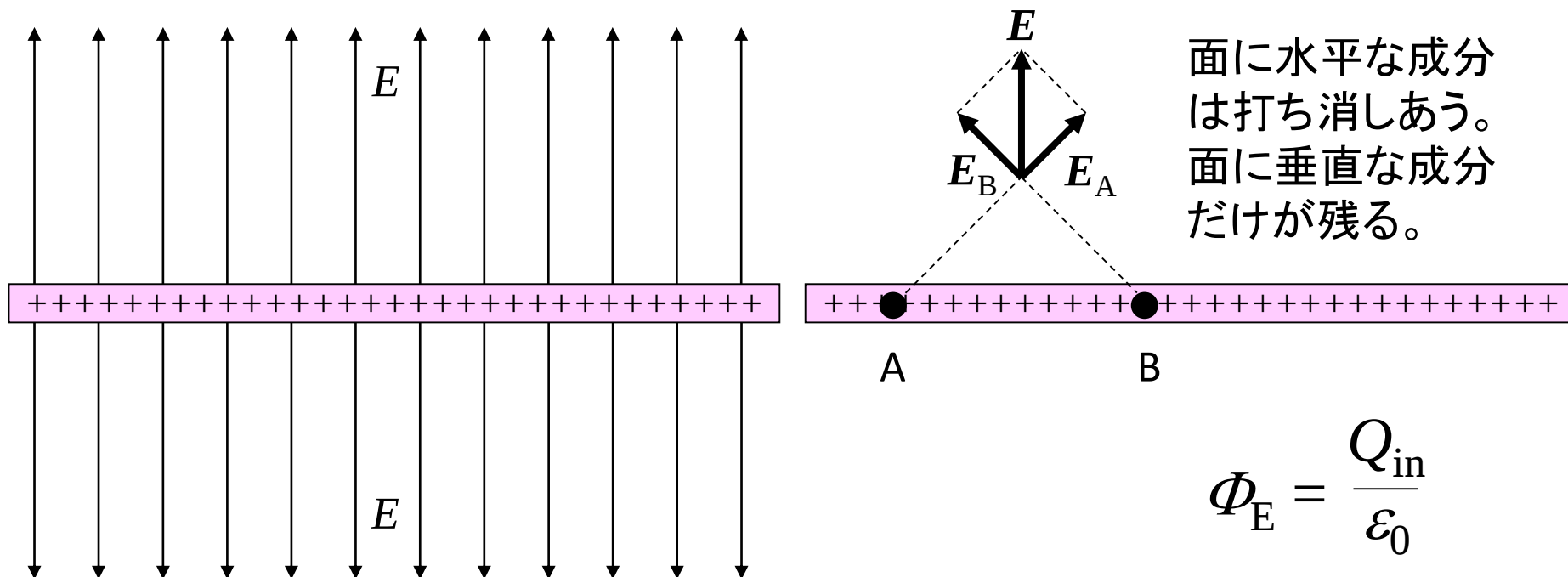


地球の密度



電荷の分布が対称性的な場合、ガウスの法則を使うと電場が簡単に求まる。 ⑬

② 無限に広がって薄い絶縁体の板に電荷が一様に分布している場合



単位面積あたりの電荷(電荷の面密度)を $\sigma[\text{C/m}^2]$ とすると

単位面積から出ている電気力線の数、ガウスの法則より

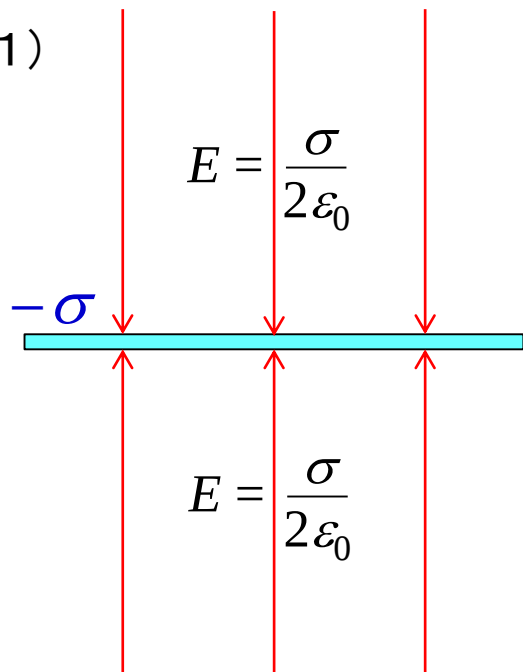
$$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

このうち半分の $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ は上方へ、半分の $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ は下方を向いている

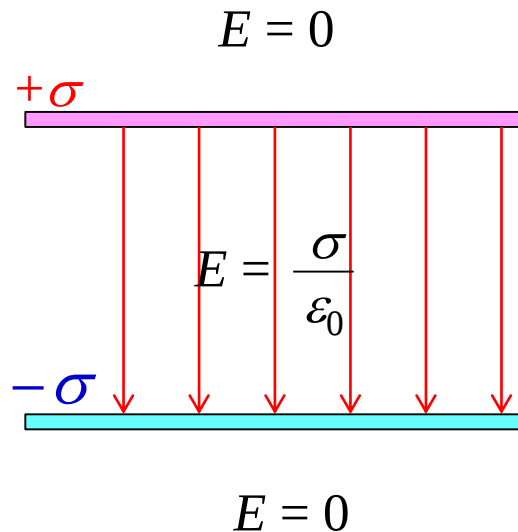
電場は単位面積あたりの電気力線の数なので、 $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

次の場合の電気力線の様子を描き、電場の強さを求めよ。
 (板は無限に広がって薄い板、電荷の面密度は $+\sigma$, $-\sigma$)

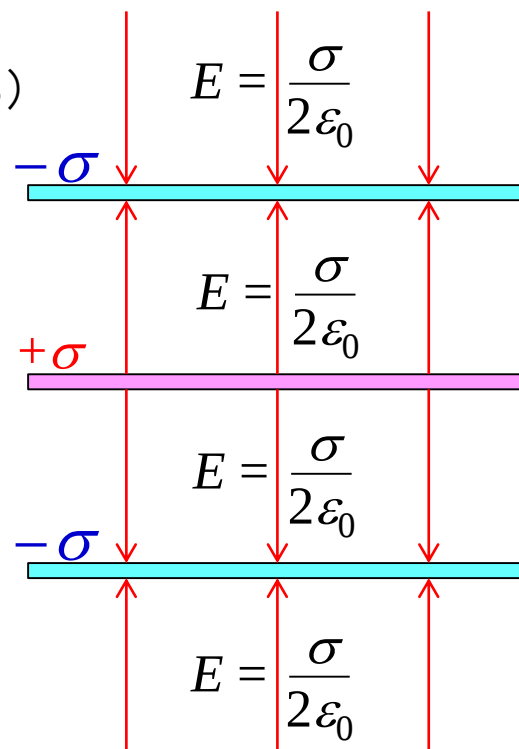
(1)



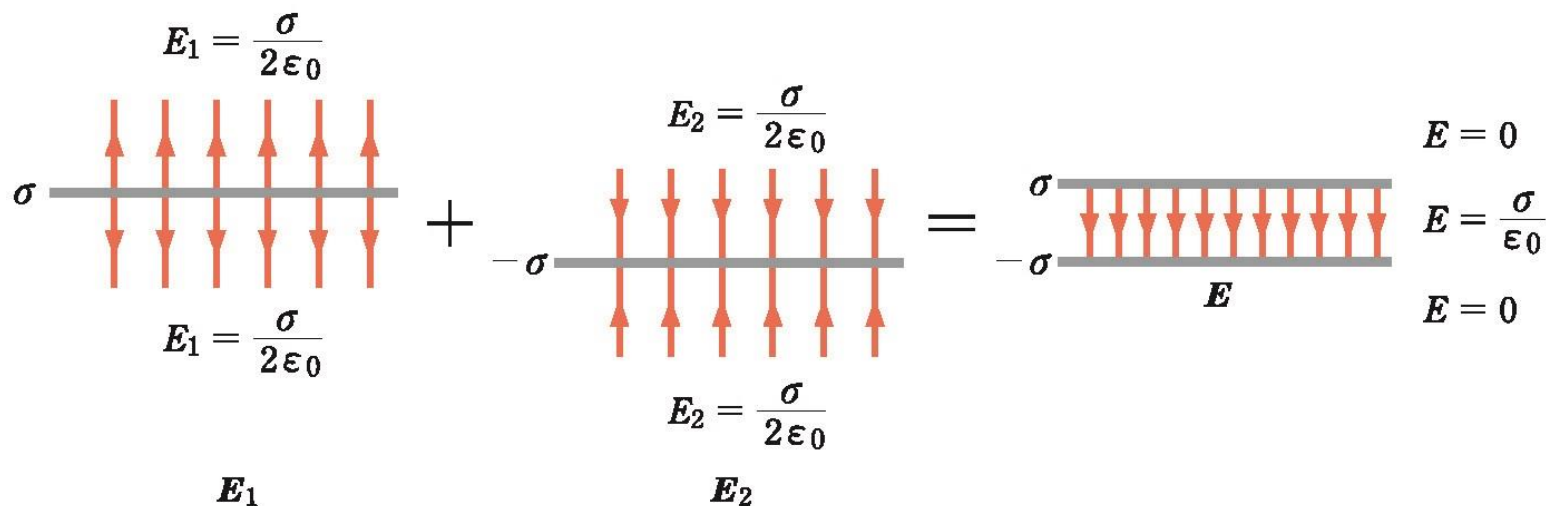
(2)



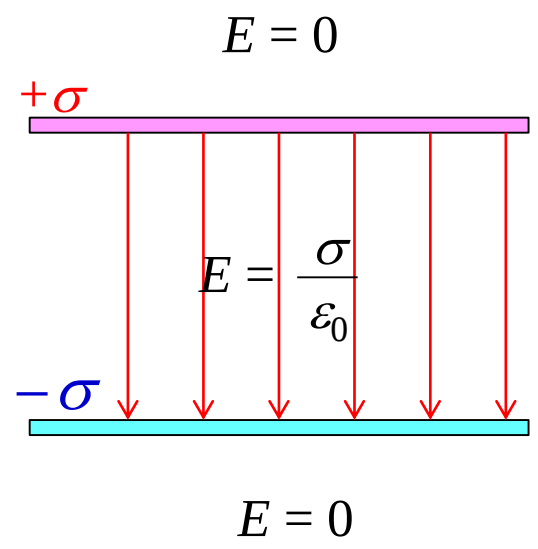
(3)



(2)の解説



問題: ⑭(2)の上の極板の単位面積あたりに作用する電気力の向きと大きさを求めよ。



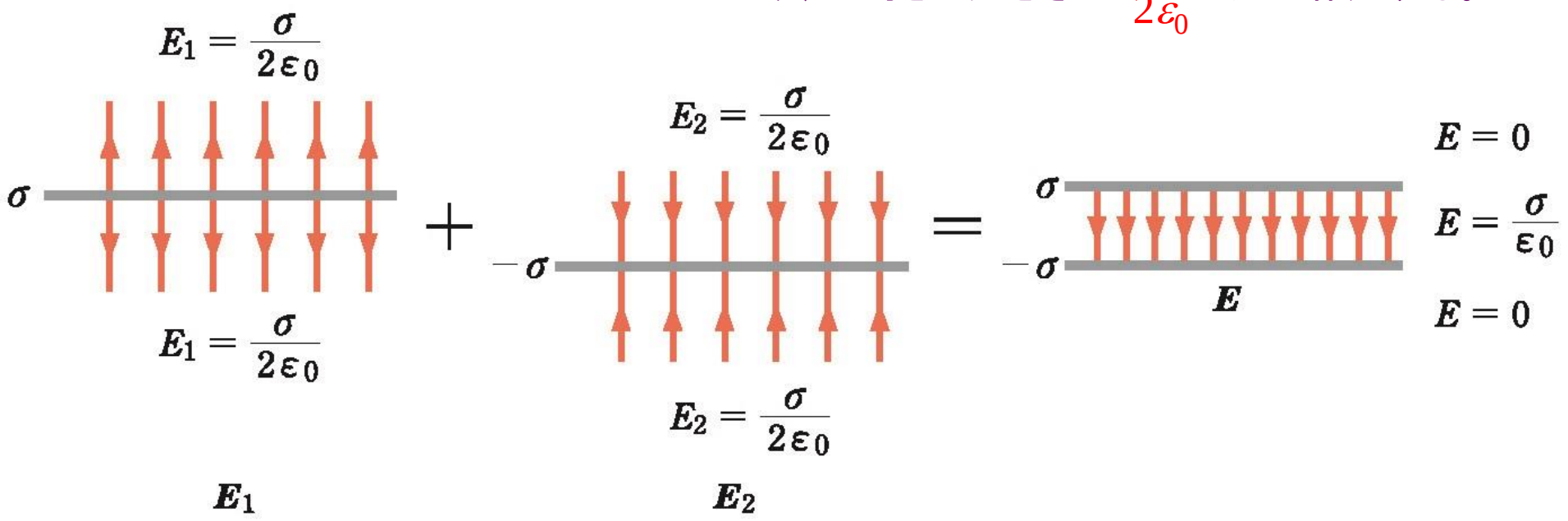
同じ極板内の電荷間で作用する電気力は完全に打ち消しあう。(足し算するとゼロになる。)
これは、作用・反作用の法則より明らか。



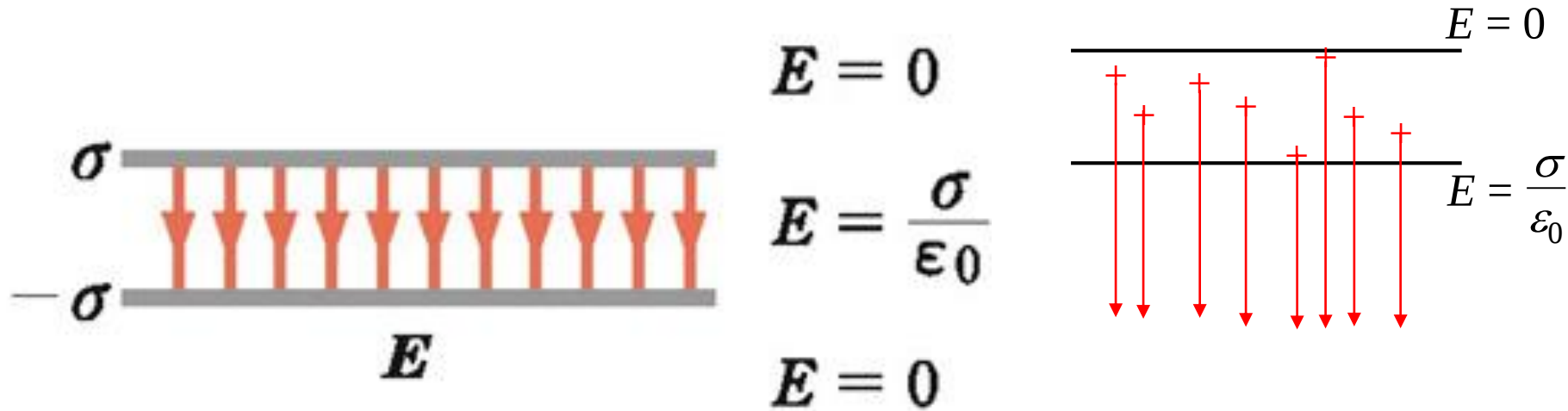
上の板の単位面積上の電荷 σ には
下の板の電荷のつくる電場 E_2 により

$F = qE = \sigma E_2$ の電気力が作用する。

つまり、下向きで大きさが $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ の力が作用する。



問題: ①4(2)の上の極板の単位面積あたりに作用する電気力の向きと大きさを求めよ。(別の方法)



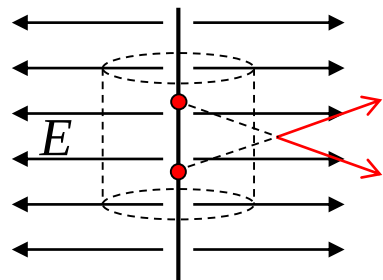
上の極板内では、電場が 0 から $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ まで連続的に変化しており、
平均すると、電場は下向きに $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ である。

この電場中に単位面積あたり σ [C] の電荷があるので、
その電荷に作用する電気力 ($F = qE$) は下向きに $\frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ である。

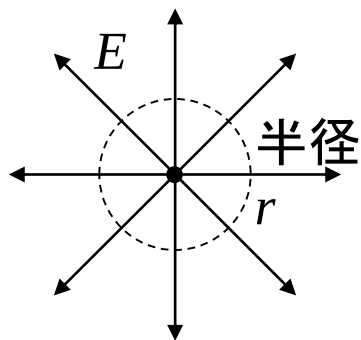
③ 無限に長い直線に電荷が一様に分布している場合

⑪

横から見た図



上から見た図



電荷の線密度 (単位長さあたりの電荷量) を λ [C/m] とする。

単位長さの直線には電荷 λ [C] が存在する。

λ の電荷からはガウスの法則より、電気力線が $\frac{\lambda}{\epsilon_0}$ 本出ている。

直線を中心とする単位長さの円筒 (半径 r)
の側面の表面積は $2\pi r$

円筒の側面から出ている電気力線束 Φ_E は、

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = E_n \iint_S dA = E(r) \times 2\pi r = \frac{\lambda}{\epsilon_0}$$

$E_n = E(r)$ 対称のときと同じ

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

- ③' 無限に長い半径 R の円柱の表面に電荷が一様に分布している場合
(線でなく円柱の場合; 単位長さあたりの円柱の電荷量は同じく λ)

問題①: 円柱の外側 ($r > R$) の電場 $E(r)$ を求めよ。
ヒント: 同様に中心を同じくする単位長さの円筒 (半径 r) を考える

線の場合と全く同じ ($Q_{\text{in}} = \lambda$)

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = E_n \iint_S dA = E(r) \times 2\pi r = \frac{\lambda}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

問題②: 円柱の内側 ($r < R$) の電場 $E(r)$ を求めよ。

円柱の内側 ($r < R$) には、電荷は存在しない ($Q_{\text{in}} = 0$)

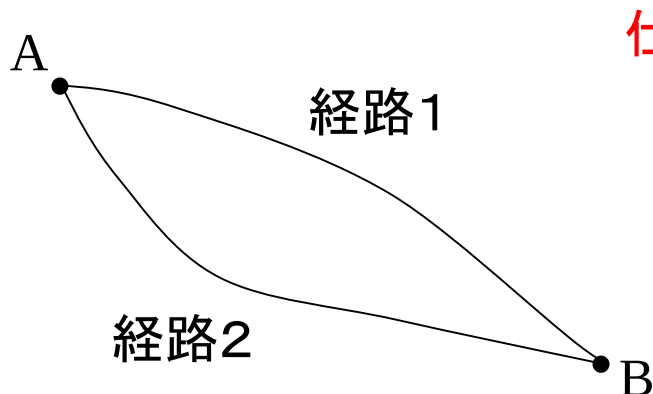
$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = E_n \iint_S dA = E(r) \times 2\pi r = \frac{0}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = 0$$

16.5 電位 (p206)

(力学の復習) 保存力と位置エネルギー

保存力とは、質点が任意の点Aを出発して任意の点Bに行く間に、力の行う仕事が途中の経路によらず一定な力である。



仕事 $W = F \cdot s$

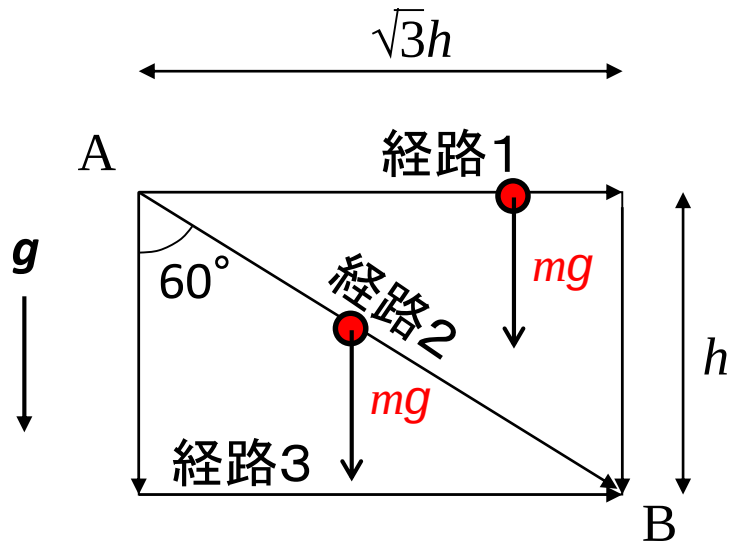
保存力

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \mathbf{F}_{\text{保}}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} \text{ は経路によらず一定}$$

例: 万有引力(重力)

クーロン力(電気力)も
万有引力と同じ形なので保存力

問題: AからBまでの経路を質量 m の質点が移動する。
経路1と経路2において重力のする仕事を求めよ。



$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = Fs \cos \theta$$

経路1

$$\cos 90^\circ \quad \cos 0^\circ$$

$$W = mg \times \sqrt{3}h \times 0 + mgh \times 1 = mgh$$

経路2

$$\cos 60^\circ$$

$$W = mg \times 2h \times 1/2 = mgh$$

位置 r における保存力による位置エネルギーとは、
 r から基準点 r_0 (位置エネルギーが 0 の点) に移動するときに
保存力がする仕事のことである。

エネルギー: 仕事をする能力

上の問題で点Bを基準点にすると、点Aにある質量 m の物体の
重力による位置エネルギーは mgh

(保存力がする仕事は、経路によらず一定なので位置エネルギーが定義できる)

保存力: 位置エネルギーが定義できる力ともいえる

位置エネルギー

位置 r における保存力による位置エネルギーとは、
 r から基準点 r_0 (位置エネルギーが 0 の点) に移動するときに
保存力がする仕事のことである。

$$U(r) = \int_r^{r_0} F_{\text{保}}(r) \cdot ds$$

エネルギー: 仕事をする能力
(基準点に戻る時に保存力は $U(r)$ の仕事をすることができる。)

万有引力

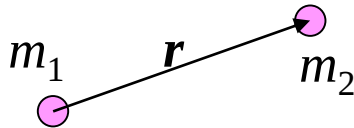
クーロン力

2が受ける力

$$\mathbf{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

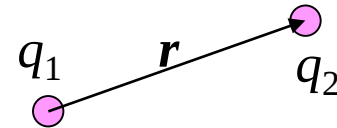
$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

万有引力による位置エネルギー



$$U(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

クーロン力による位置エネルギー



$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

クーロン・ポテンシャル(クーロン・エネルギー)
(電気力による位置エネルギー)

どちらも $r = \infty$ (2つの質点, 点電荷が無限に遠く離れた時) が基準点 ($U = 0$)

重力は常に引力
位置エネルギーは負

電気力は**引力**／**反発力**
位置エネルギーは**負**／**正**
電荷が**異符号**／**同符号**

帯電したシャボン玉の作り方

出席票の案①: シャボン玉の液の中に酸性、アルカリ性の液体を入れる。

A: 酸性の液体には H^+ イオンが多いので正に帯電し、アルカリ性の液体は OH^- が多いので負に帯電するというイメージかな？例えば塩酸を例にすると、確かに H^+ はたくさんありますが、 Cl^- イオンもほぼ同量あります。よって酸性やアルカリ性の液体は全体として中性です。

出席票の案②: 帯電した気体を中に入れる。

A: 今日のスライド⑨と同様に、実際には難しい(できない)。

出席表の案③: バン・デ・グラフの電極にシャボン玉を吹きかける

A: どうなると思いますか？やってみましょう。

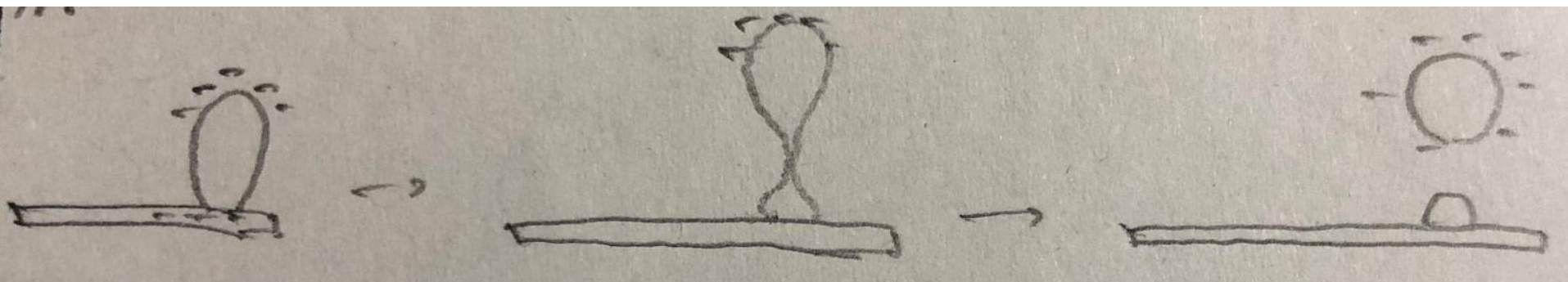
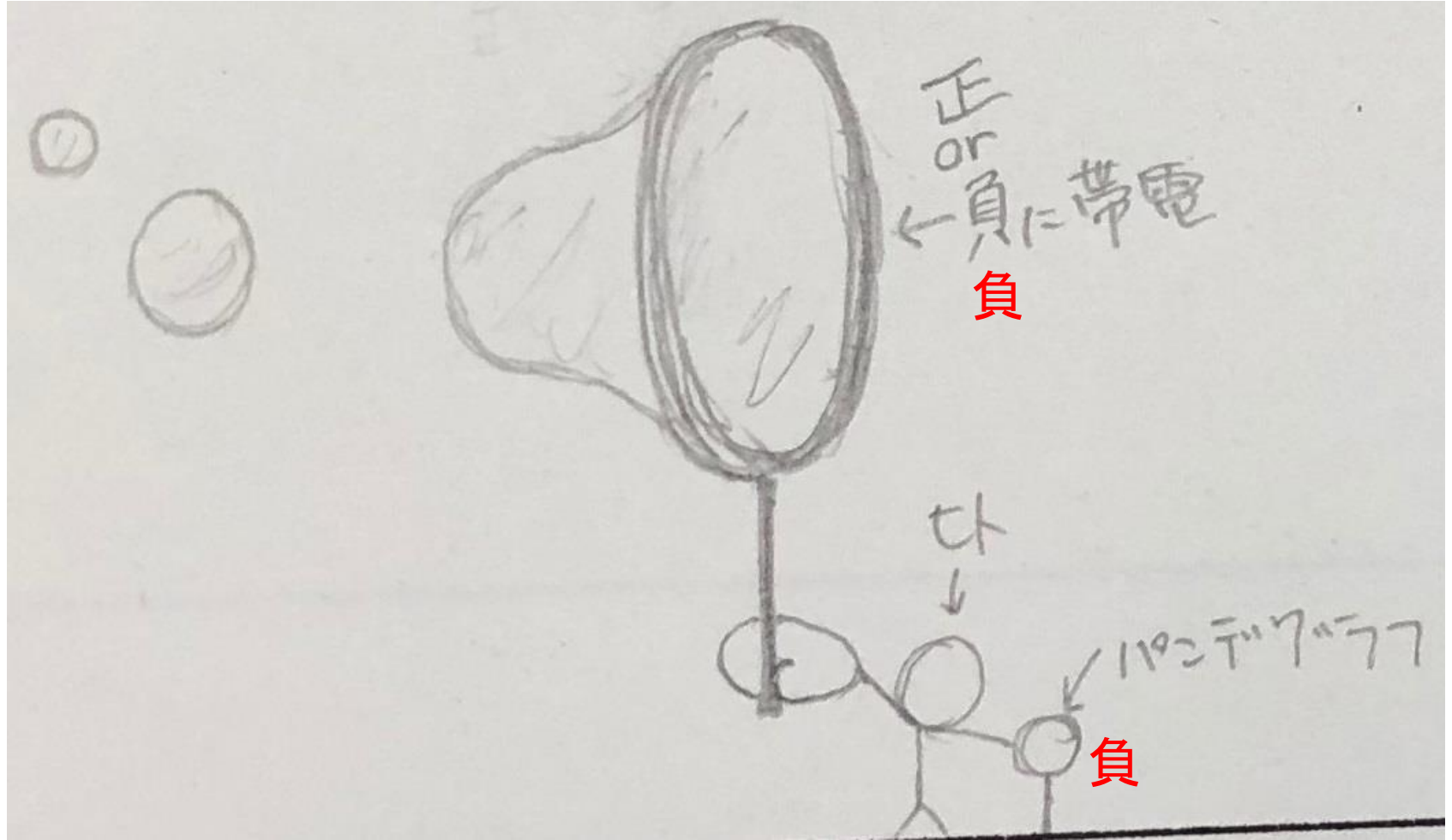
前回、帯電した塩化ビニルをシャボン玉に近づけると、引力がはたらいてくっついたのと同じ。

出席表の案④: バンデグラフに手をおいてシャボン玉を作る人自身が負に帯電した状態で、シャボン玉を作る。

A: 人を帯電させる方法まで書いてありますね。これでやってみましょう。

注意点は？

シャボン玉液やストローを机等に置いておくと、
手に取る時にビリッとくる。あらかじめ持っておくとよい。



帯電したシャボン玉で実験

実験① バンデグラフを使って負に帯電したシャボン玉を作ってみる。

問題：シャボン玉ができて飛んでいく様子は、帯電していない場合と違いはあるか？

ある。できた後、シャボン玉同士が反発して、互いに遠ざかるとする。

実験② そのシャボン玉に帯電していない物体を近づけてみる。(例：学生さんの手)

問題：どうなる？ くっつく。 or 反発する。 or 力は働かない。

実験③ そのシャボン玉に負に帯電した棒を近づけてみる。

実験④ そのシャボン玉に正に帯電した棒を近づけてみる。