

Q: 授業数がAより多いですが、何回欠席したら試験受けられないのですか。

A: 規定では3分の1です。

Q: でんじろう先生のシャボン玉が光った理由がわかりません。

A: 右はその場面ですが、単純に下からライトで照らしているだけだと思います。

Q: 人間が蓄えることができる電気量の限界(バチっときても耐えられる限界)ってどれくらいか気になった。

A: コンデンサ(キャパシター)のところでやりますが、単独の物体(コンデンサのように向かい合った平行板でない)には、高電圧であっても電荷は多くはたまりません。限界がくる電圧になる前に、放電で逃げてしまい、たまらないと思います。

Q: 静電気の力は何に利用されていますか？

A: 前に説明したように、バン・デ・グラフ発電機は静電気で高電圧を発生させています。身近なところでは、サランラップが食器にくっつく原因の一つであったり、空気清浄機の集塵にも静電気を利用しているものがあります。

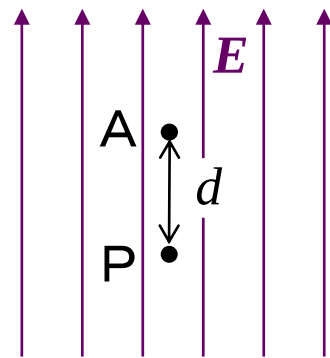


Q: テストでベクトルなのにベクトル表記にしなければ減点されますか？

A: 問題によると思いますが、ベクトルであることが重要な場合は減点すると思います。

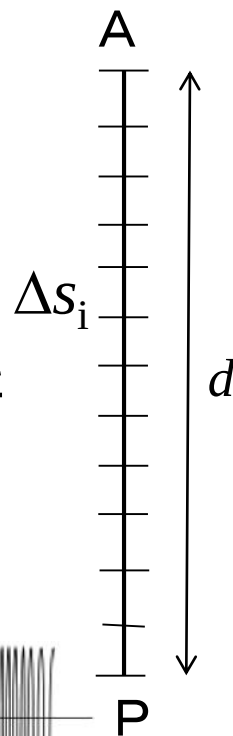
Q: スライド⑩で $\int_P^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_P^A E_t ds = Ed$ で一様な電場のため

$E_t = E$ で前に出るのはわかるのですが $\int_P^A ds = d$ になになるのがわかりません。



A: 前回のQ&Aと同じく、 Σ に戻って考えるとわかりやすいです。

$\int_P^A ds = \Sigma \Delta s_i$ です。長さが d の線を切り分け、それぞれの長さ Δs をすべて足したら、 d になります。



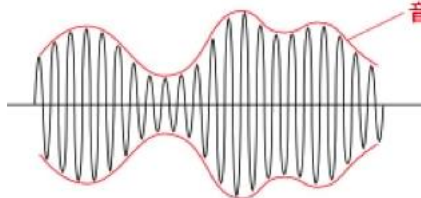
Q: 子供のころ、FMラジオが聞こえづらいときはアンテナを、AMラジオが聞こえづらいときは本体を動かすと電波の入りがかわると教わったのですが、AMラジオとFMラジオの仕組みの違いはなんですか。

A: 前半の理屈はよくわかりません。AMとFMの違いは、周波数や波長はもちろん違うのですが、音声 $\leftrightarrow$ 電波の変換方法が違います。

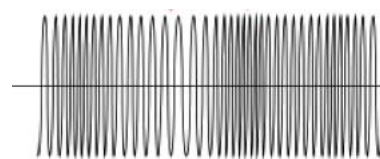
音



AM



FM



三次元の場合の電場 E と電位 V の関係

電場 $E = (E_x, E_y, E_z)$ の各成分は、電位 V を偏微分することで導かれる

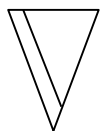
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

もう少し、丁寧に書くと...

$$E_x(x, y, z) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \quad E_y(x, y, z) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \quad E_z(x, y, z) = -\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z}$$

ナブラ: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ を用いると電場 $E = (E_x, E_y, E_z) = -\nabla V$

(ベクトル微分演算子)



と書く

$$E = -\nabla V$$

グラディエント・バイと読む
gradient: 勾配

両辺に q をかけると $qE = -\nabla qV$

$$F = -\nabla U$$

すべての保存力で成り立つ。

問題：電荷 Q が原点にある場合の電位 $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ を x で偏微分して電場の x 成分 E_x を求めよ。

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (x^2+y^2+z^2)^{1/2}} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}} \\ &= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-1/2)2x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{r^3} \end{aligned}$$

同様に

合成関数の微分： $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$

$$E_y = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{y}{r^3}, \quad E_z = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z}{r^3}$$

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (x, y, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

(電場のベクトル表示の式)

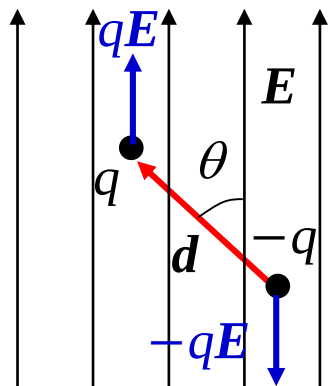
電気双極子

(きわめて接近している 正負の電荷の対)

電場は一樣と考えてよい。

電気双極子モーメント: $p = qd$

(d は負電荷を始点、正電荷を終点とするベクトル)



一樣な電場が電気双極子に作用する電気力

力のベクトル和 = 0 (大きさが同じで向きが逆) で同じ作用線上にない $\Rightarrow$

偶力

偶力のモーメントは、支点をどこにとっても同じ

支点を負電荷の位置にとると、正電荷に作用する力のモーメント

力のモーメント $N = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{d} \times q\mathbf{E} = q\mathbf{d} \times \mathbf{E} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \quad (N = -pE \sin \theta)$

の定義

負電荷に作用する力のモーメントは 0。なぜなら、 $\mathbf{r} = 0$

問題: 正電荷の位置を支点にとって、上の電気双極子に作用する電気力の

モーメントを求めよ。

正電荷に働く力のモーメントは $\mathbf{r} = 0$ なので $N = 0$

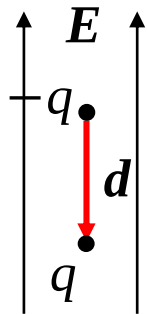
負電荷に働く力のモーメントは

$$N = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = -\mathbf{d} \times (-q\mathbf{E}) = \mathbf{d} \times q\mathbf{E} = q\mathbf{d} \times \mathbf{E} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

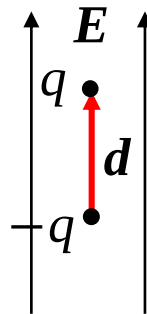
⑥ 一様な電場中における電気双極子の位置エネルギー U

教科書では、位置エネルギー V を用いているが電位 V と混同するので U を用いる。

電気双極子には電気双極子モーメント p を電場 E と同じ向きにするように偶力が働く。



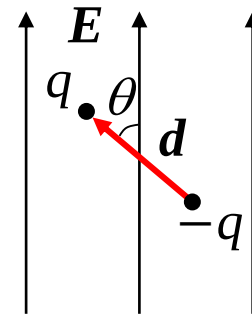
$$U = pE$$



$$U = -pE$$

(最も安定な向き)

位置エネルギー小さい



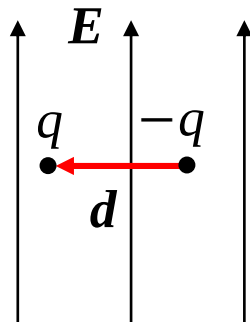
一般的には

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

$$U = -pE \cos \theta$$

電荷の合計は 0 なので、位置エネルギー U はその場所の電位 V には無関係

電荷 q の場合は $U = qV$



位置エネルギーの基準点 ($U = 0$): $\theta = \pi/2$
正負の電荷が同じ電位にあるときを選ぶ。

教科書は θ を時計回りにとっている。一般には(授業も)反時計回り。

位置エネルギー U と力のモーメント N の関係

$$F = - \frac{dU}{dx} \qquad N = - \frac{dU}{d\theta}$$

直線 $\Leftrightarrow$ 回転の対応関係で公式を知らなくてもわかる。

直線運動	回転運動
質量 m	慣性モーメント I
位置 x	角位置 θ
力 F	力のモーメント N
速度 v	角速度 ω
加速度 a	角加速度 α
運動量 $p = mv$	角運動量 $L = I\omega$

(例) 運動エネルギー: $\frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}I\omega^2$

仕事: $Fx \Leftrightarrow N\theta$

問題: $U = -pE \cos \theta$ を使って $N = -pE \sin \theta$ を導け。

⑧

$$N = - \frac{dU}{d\theta} = -(-pE) \frac{d}{d\theta} (\cos \theta) = pE(-\sin \theta) = -pE \sin \theta$$

問題: $N = -pE \sin \theta$ を使って $U = -pE \cos \theta$ を導け。

ヒント: 位置エネルギーは基準点に戻るまでに保存力がする仕事

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &= \int_{\mathbf{r}}^{\mathbf{r}_0} \mathbf{F}_{\text{保}}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} \Leftrightarrow U(\theta) = \int_{\theta}^{\pi/2} N d\theta = \int_{\theta}^{\pi/2} -pE \sin \theta d\theta = -pE [-\cos \theta]_{\theta}^{\pi/2} \\ &= pE [\cos \theta]_{\theta}^{\pi/2} \\ &= pE (0 - \cos \theta) \\ &= -pE \cos \theta \end{aligned}$$

導体

電気を伝える物質

例: 金属・電解質溶液

金属中の自由電子(伝導電子)や
電解質溶液中の正, 負のイオン等
自由に物質内を動き回る自由電荷がある。

絶縁体・不導体

電気を伝えない物質

例: ゴム・プラスチック等

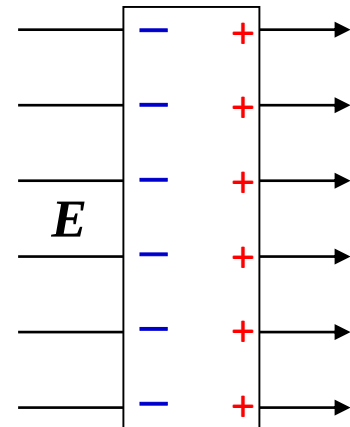
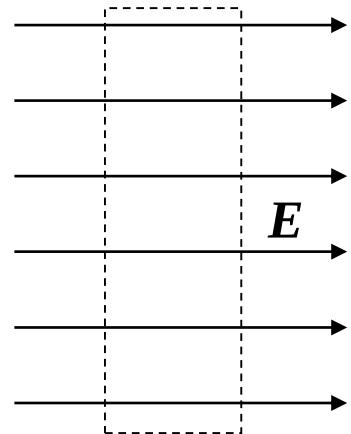
自由電荷ない
(第18章で勉強)

導体の性質①

平衡状態では導体中の電場は0である

- ① 金属中の自由電子は左に移動する。
- ② 金属の左側表面に電子が集まり、右側表面は電子が不足する。
- ③ 表面の電荷が金属中に逆向きの電場を作る。金属中の電場が0になるまで自由電子の移動が起こる。

十分な時間が経って平衡状態になれば、導体中の電場は0となる。
実際には移動はあっという間に終わる



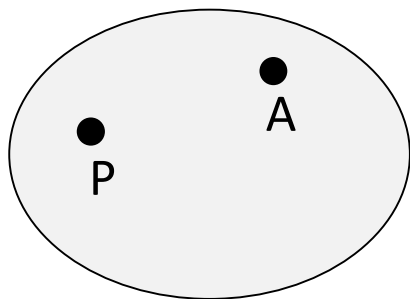
導体の性質②

平衡状態では、ひとつの導体のすべての点は等電位である。

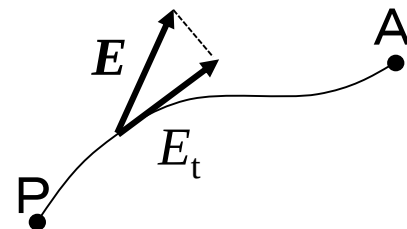
⑩

導体中に点Pと点Aをとると
点Pと点Aの電位差は

$$\int_P^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_P^A E_t ds = V_P - V_A = 0$$



金属内は、どこも $E = 0$ なので、
金属内の電位差はない(等電位)。



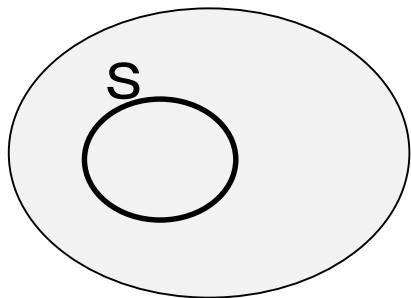
導体の性質③

導体内部の電荷密度は0である。

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

導体内部の任意の閉曲面Sを考える。電場のガウスの法則より、

(閉曲面Sの内部の全電荷) $= \epsilon_0 \iint E_n dA = 0$ (導体中はすべての点で $E = E_n = 0$)



任意の閉曲面内の電荷が0なので、導体内部の電荷密度は0

注: 内部は0だが、導体表面はあってもよい。前頁に図参照

不思議なシャボン玉の作り方 割れたシャボン玉の破片回収



問題

シャボン玉に写りこんでいる周囲の風景
いったいどんな風に反射している？
興味のある人は考えてみて下さい。
次回以降、どこかで解説します。

