

昨日、間違えて今日の分の出席票を配ってしまいました。文面が今日の授業の内容を反映したものであったので、変に思った人も多かったと思います。失礼しました。

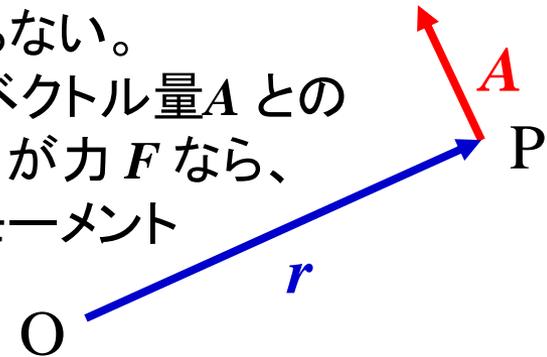
Q: 休講にする日は決まっていますか？

A: 12月24日以外は決めていません。十分に最後までできると確信できてからにしようと思っているので、後半に集中するかもしれません。

Q: $N = r \times F$ の \times は外積を表していますか A: はい。そうです。

Q: モーメントという概念をどのようにとらえたらよいかわからない。

A: 点O から点P へ向かう位置ベクトル r と、点P におけるベクトル量 A とのベクトル積 $r \times A$ を点O のまわりの A のモーメントという。 A が力 F なら、力 F のモーメントです。ちなみに角運動量は、運動量 p のモーメントのことで $r \times p$ です。



Q: 授業と全く関係ありませんが、タオルかけの吸盤が頻繁にとれていたので、10分程度お湯につけたらとれなくなりました。温めただけでとれなくなったのが不思議に思いました。

A: 吸盤と壁の間に傷等の隙間があって空気が漏れるととれてしまいます。濡らすことによって隙間を水が満たし、空気がもれなくなった可能性はあるかと思います。

Q: 何故、地球表面に空気層が存在するのか。どう考えても「空気が真空中に流れこむ力」>>「地球が引力で空気を引きつける力」だと思う。

A: 気体分子の平均運動エネルギーは $3/2 kT$ です。これを用いて空気の主成分である窒素分子の $T = 300 \text{ K}$ における平均の速さを計算すると、音速の 1.5 倍程度で約 500 m/s です。一方、地球の脱出速度(第2宇宙速度)は約 11.2 km/s です。これで完全な答えになっているわけではありませんが、気体分子の速度では、地球から脱出できません。

Q: 金属中の自由電子はなぜ左に移動するんですか？(第5回⑨)

A: 右向きの電場中に金属を置きました。この電場によって金属中の電子は左に移動します。

Q: 第5回⑧で、積分範囲が $\theta \sim \pi/2$ になる理由がわかりません。

A: 位置エネルギーは基準点に戻るときに保存力がする仕事です。積分範囲は、 $r \sim$ 基準点 r_0 です。電気双極子の基準点は $\theta = \pi/2$ のときですので、積分範囲は $\theta \sim \pi/2$ になります。

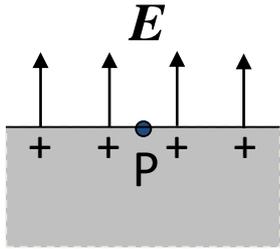
Q: 電気双極子の概念がよくわからなかった。

A: 第18章で誘電体(絶縁体)の分極の話をしてします。原子や分子を電場中に置くと、原子や分子が分極し、電気双極子になります。第18章でまた説明します。

雷に関する質問等がありました。次回のQ&Aにまわします。

導体の性質④ 導体表面での電場は導体表面に垂直である。

導体表面の電場：導体のすぐ外側の電場のこと。(導体中は電場0)
導体中のすべての点は等電位なので、導体表面は等電位面である。
等電位面と電場は垂直である。



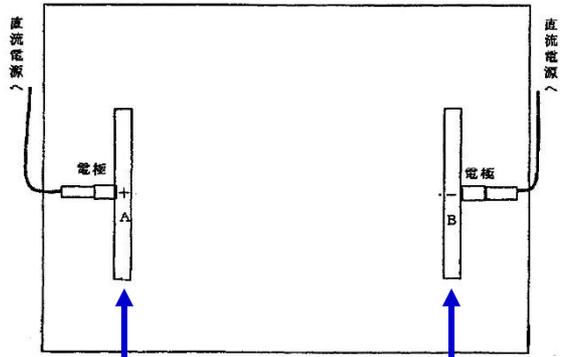
ガウスの法則：
$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

導体表面上の点Pの電荷の面密度が σ [C/m²] であれば、

点Pの表面付近の電場の強さは $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

無限に広がる薄い板の場合は板の上下に電気力線が出るので $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ だった。

例：物理実習の等電位の実験：

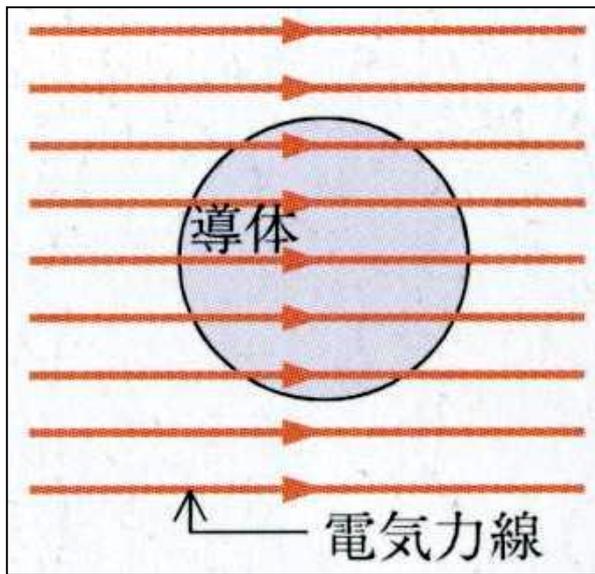


電極表面(すぐ外側)の電場は電極表面に垂直

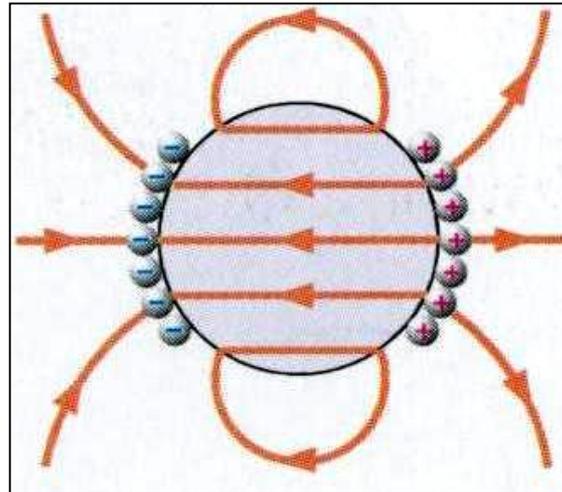
金属の電極は、それぞれ等電位

例：一様電場中の導体球

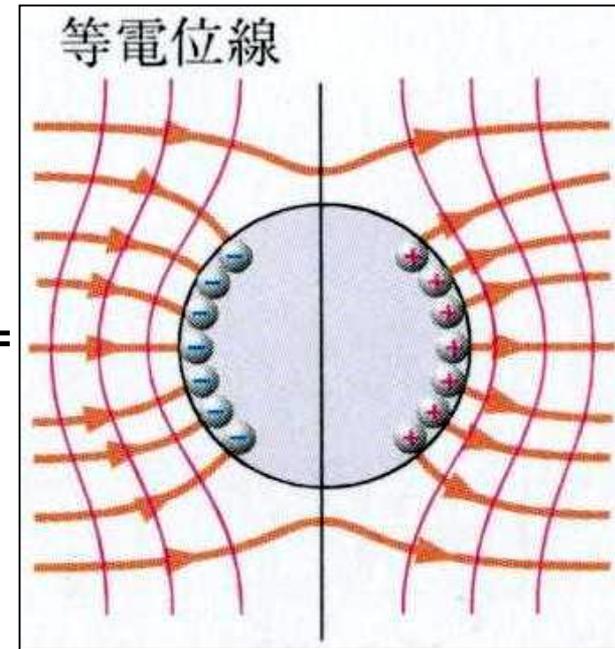
②



+



=



導体がないときの電場 + 導体表面の電荷がつくる電場 = 実際の電場
(導体中の電場は0)

静電誘導

: このように導体中の自由電荷の移動が、
内部の電場が0になるまで続く現象

静電遮蔽(シールド)

導体内の電場は0

導体内に空洞があっても空洞内部に電荷がなければ空洞の内部の電場は常に0



導体外部にどのような電場があっても、導体内の空洞の電場は常に0で外部の電場は遮蔽されている(静電遮蔽)。

例1: ジュースの缶等の金属(導体)の容器の内部は電場0

例2: 金属製の車や電車、鉄筋コンクリートの建物の中ではラジオが聞きにくい。携帯電話のアンテナの本数も減る。窓等の金属で覆われていない部分から電波(電磁波)が侵入するので、完全に遮蔽されているわけではない。電波は、電場と磁場の波(22章)なので、導体で覆うと遮蔽されてしまう。

例3: 地面は金属ほどではないが導体で、トンネル内ではラジオが聞こえない。入口・出口に近い部分は、電波が侵入してくるので聞こえる。最近ではラジオの送信設備のあるトンネルもあるので、聞こえるものもある。

例4: 電子機器(パソコンや医療機器等)の金属製の筐体は、外からの電磁波等のノイズ(電子機器の誤動作の原因)を遮断する。ノイズの例: 雷がなるとラジオに雑音が入る。

実験

① バンデグラフで火花放電をさせて、授業で使っているマイクの音声にノイズが入るか確認する。

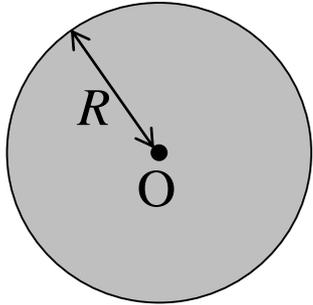
② バンデグラフで火花放電させて、ラジオにノイズが入るか確認する。

③ 金網の中にラジオを入れてみる。

④ 金網の中にスマホを入れてアンテナの本数の変化を調べる

金網の外： 本, 金網の内部： 本

⑤ アルミ箔でスマホをくるんで(1重から2重:全面覆える最低限)別の携帯から電話をかけてみる。



問題: 電荷 Q は、金属球にどのように分布するか?

① 導体内は電荷密度 0 → 表面に分布

② 電荷は互いに反発 → 金属球の表面に一様な面密度で分布
一様に分布するから、球の内部が 0 になる。

問題: 金属表面の電荷の面密度 σ を求めよ。

球の表面積は $4\pi R^2$ である。電荷の面密度は一様なので、 $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$

問題: 球の中心からの距離を r としたとき、金属球の外部 ($r \geq R$) の電場の強さ $E(r)$ を求めよ。

電荷の分布は球対称であり、電荷 Q が中心にあると考えてよい。 $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

ガウスの法則の応用でやった。

(つづき)問題: 金属球の外部 ($r \geq R$) の電位 $V(r)$ を求めよ。

$$\int_r^{r_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = V(r) \quad \textcircled{6}$$

金属球の外部の電場が
点電荷と同じなら、電位も同じである。 $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

基準点 r_0 は ∞
電場の単位: V/m

問題: 金属球の内部 ($r < R$) の電場の強さ $E(r)$ を求めよ。

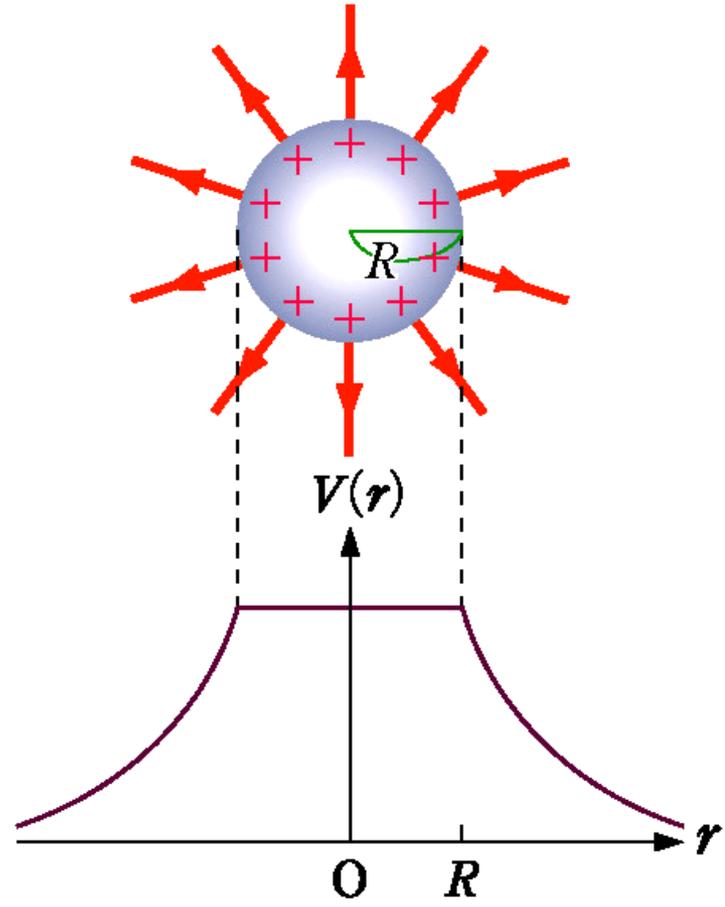
導体の内部の電場は 0。

問題: 金属球の内部の電位 を求めよ。

金属球の内部は等電位である。
(金属球の表面と同じ電位) $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

問題: 表面のすぐ外側の電場の強さが $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ である
こと(導体の性質④)を確かめよ。

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \qquad \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = E(R)$$



測定: バン・デ・グラフ発電機を動作させ、大球と小球の間に何 cm まで火花が飛ぶか調べよ。

天気: _____ 温度: _____ °C 湿度: _____ % 例: 5 cm

問題: 空気の絶縁破壊を 30 kV/cm とし、大球と小球の電位差を求めよ。

例: 150 k V

測定: 動作中の小球の電位を静電気測定器で測定する。

例: 0 k V

問題: 大球の電位はいくらか。大球の電位は負である。

例: -150 k V

問題: 大球を半径 10 cm の球として、大球に貯まっている電荷 Q を求めよ。

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$RV = 9.0 \times 10^9 Q$$

$$Q \doteq 1.1 \times 10^{-11} V$$

例 1.7 × 10⁻⁶ C

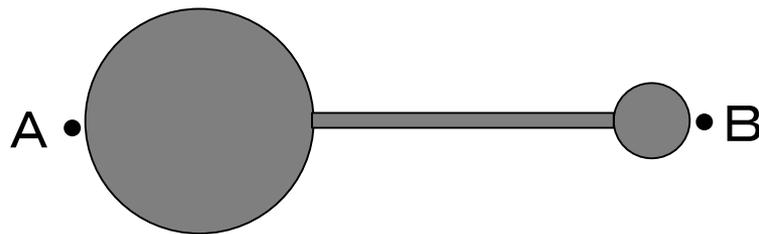
問題: 金属球の電位 V 、表面の電場の強さ E 、金属球の半径 R の関係式を求めよ。⑧

ヒント: スライド⑱⑲参照

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{V}{R} \quad \text{答: } \underline{E = \frac{V}{R}}$$

電位が同じとき、半径が小さいものほど、表面での電場が強い。

問題: 下のような導体がある。点Aと点Bではどちらの電場が強いか？



答: **B**

注: この問題で上の議論(金属球の半径と電場と電位の関係)は概ね当てはまるが、球ではないので、上の式がそのまま適用できるわけではない。

導体が孤立して存在している場合 **曲率半径** の小さい尖った部分の表面の電場が強い

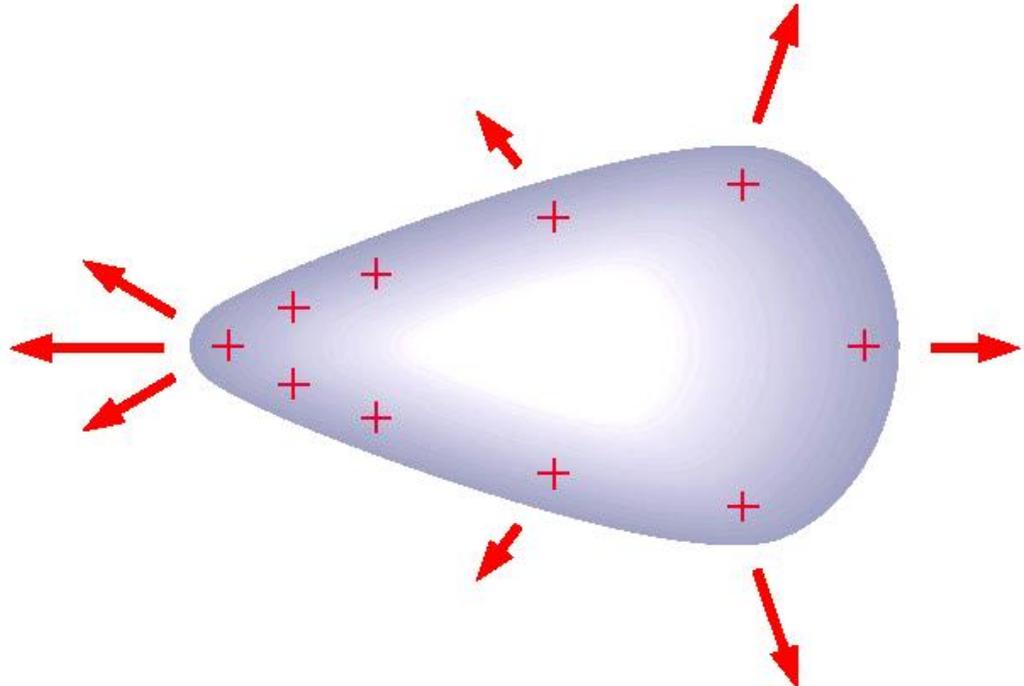


図 17.8

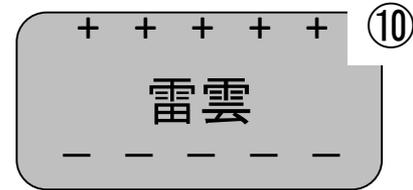
また、 $\sigma = \epsilon_0 E$ なので(導体の性質④)、尖った部分の表面電荷密度が大きい。

電気力での説明

導体の表面の電荷は、同符号なので互いに反発力が働き、できるだけ他の電荷から遠ざかろうとする。尖った部分は、他の部分から遠いので、そこに電荷が集まる。

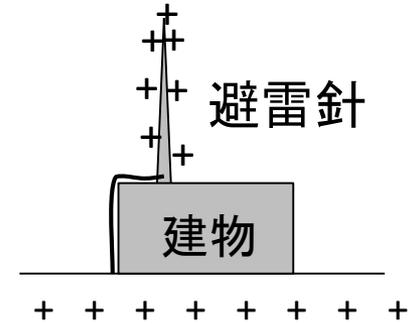
避雷針

+-が逆の場合もある



効果① 落雷の時、雷雲からの電荷を導線を通して地面に逃がし、建物内に電流が流れないようにする。

効果② 雷雲によって地上に誘導された電荷を針先（電場が強く放電が起こりやすい）から放電（コロナ放電）で逃がし、落雷を起こりにくくする。また、起こっても一度に大量の放電が起こるのを防ぐ。



(注) 避雷針の効果は現在もよくわかっていないことも多い。

バン・デ・グラーフ発電機で確認

バン・デ・グラーフ発電機の電極に避雷針がある状態とない状態で、火花放電に違いがあるか観察する。

問題: バンデグラーフ発電機の電極はなぜ大きな球形をしているのか？

尖った部分があると、その部分の電場が強くなり、コロナ放電で溜まった電荷が逃げてしまう。

セントエルモの火(コロナ放電)

⑪

悪天候時に尖った物体に発生する、青白いコロナ放電による発光現象。雷による強い電界が船のマストを発光させたりする。放電によるシューという音を伴う場合がある。見たこと(聞いたこと)ある人いる？



写真の解説:

洋上で、帯電した雲が近くにあり、湿度が高く(霧雨が降っている程度)、その他条件がそろくと、指先から火が出たようにコロナ放電が起こります。20年近く洋上で働いてきましたが、初めて見ることができました。長時間露光すれば、もう少しきれいに撮れたかもしれませんが、周りで雷がどんどん落ちていたので、これにてあきらめました。

セントエルモの火(コロナ放電)のお話

⑫

こぐれ りたろう

(木暮理太郎『山の憶い出』より)夜半に霰[あられ]の過ぎた後、急に山が鳴り出して無数の羽虫が花の咲く大木のまわりを飛びかう羽音のように聞こえ、近くの岩からもシュツシュツというような音が起った。それでコーモリ傘を背負って立ち上がると、背骨が火で焼かれるか針で刺されるような痛みを感じて、頭の毛は猪の怒り毛のように逆立ち、機関車が蒸気を噴き出す時のようにシューと音を立てた。殊に背負っている傘の先端が最もひどいように思った。

イノシシのいかりげ

危険な行為: 避雷針を背負っているようなもの

(富士測候所記録『かんでら日誌』S12,10/31より)アンテナを支えている柱の四角な柱頭の各先端から、光の穂先が20ないし30センチの長さで、青い光が上に向かってのびている。あっ、煙突のさきも、頭の髪も、手のさきも、みんな青い光を放っている。頭髮は逆立ち、その先端についている水滴、霧滴が、ひとつひとつサファイアのように輝いている。そして、馬の背(地名)に目をやると、黒い岩の尖頂も、白い霧氷の先端も、青い光を放っていて、角という角のすべてに、百目ローソクを立てたように輝いている。「おう、岩がそら」と叫んで闇に手をさしのべた吉原は、「それ、君の手が」と言われて、あわてて手を引っこめて苦笑。濃霧のなかで回転する風速計も風向計も青く光って見える。このセントエルモの火は、約30分間で終わった。これは、たしかにまれに見る壮観なものであった。十月の最後の日に、自然は山の観測者にすばらしい贈り物をしてくれた。

ひゃくめろうソク: 1本の重さが100もんめあるローソク

雷・セントエルモの火・コロナ放電等の体験あれば出席票に書いておいて下さい。

2012年の11月28日、オーストリアのホーハー・ゾンブリック山にある気象台で発生 ⑬
し、撮影されたセントエルモの火の写真。写真は気象観測員のヘルマン・シェアー
さんが撮影したもので、この現象は1時間あまり継続したとのこと。パチパチという
ノイズが聞こえたり、撮影に使った三脚も光ったり、ヘルマンさんの髪の毛にも電気
を感じたりと、状況を聞く限り、周囲はかなり帯電していた。



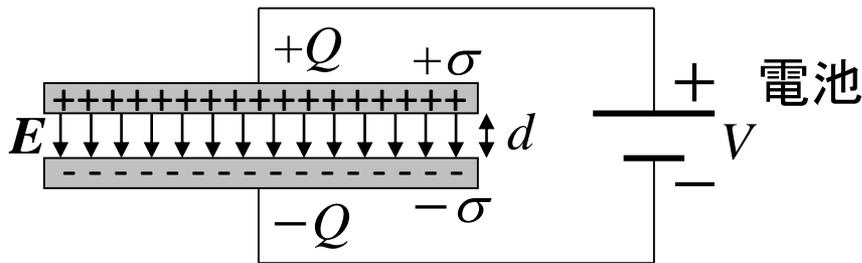






単体の物体に大量の電荷を蓄えるのは電荷が互いに反発するので難しい。
 2つの導体を向かい合わせにおいた装置は、大きな正負の電荷を対で、
 それぞれの導体に蓄えやすい。

平行板キャパシター



- 電池の起電力 = 極板間の電圧 = V [V]
- キャパシターの極板の面積 = A [m^2]
- 各極板の電荷の面密度 = $\pm \sigma$ [C/m^2]
- 各極板の全電荷 = $\pm Q$ [C]
- 極板間の距離 = d [m]
- 極板間の電場の強さ = E [V/m]

極板は、 d が小さければ、
 無限に広い板と考えてよい。

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

極板の電荷 $\pm Q$ ($=\sigma A$) が2倍 \rightarrow 電場 E も2倍、電位差 $V = Ed$ も2倍

Q と V は比例関係にある $Q = CV$

この比例定数 C :

電気容量

単位:

ファラド

[F],[C/V]

この値が大きいほど、同じ電圧でもたくさんの電荷が(対で)たまる

(つづき)

$$Q = CV \rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed} = \frac{\overset{\sigma A}{\varepsilon_0 Q}}{\underset{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}{\sigma d}} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

電気容量 C は 極板の面積 A に比例
極板の間隔 d に反比例

問題： 極板が1辺 20 cm の正方形、極板間の隙間が、1.0 mm の時、

① 平行板キャパシターの電気容量を求めよ。ただし、 $\varepsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}$ [F/m] とする。

0.2²

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 3.56 \times 10^{-10} \text{ [F]} \div 0.001 = 3.6 \times 10^{-10} \text{ [F]} = 360 \text{ [pF]}$$

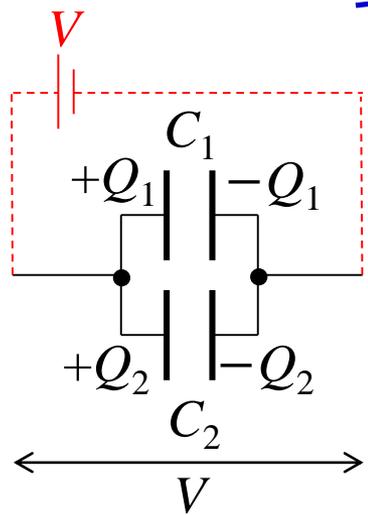
0.001

② 上記のキャパシターに 10 V の電圧をかけて充電したとき、
どれだけの電荷を蓄えることができるか？

$$Q = CV = 3.6 \times 10^{-10} \times 10 = 3.6 \times 10^{-9} \text{ [C]}$$

T テラ	10^{12}
G ギガ	10^9
M メガ	10^6
k キロ	10^3
m ミリ	10^{-3}
μ マイクロ	10^{-6}
n ナノ	10^{-9}
p ピコ	10^{-12}

キャパシタの接続(合成容量)①並列



1と2にかかる
電位差(電圧)は等しい

蓄積される電荷の総量を Q とすると

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = C_1V + C_2V + C_3V$$

$$Q = (C_1 + C_2)V = CV$$

全体を1つのキャパシタと考えたときの電気容量

$C = C_1 + C_2$

 $+ C_3$



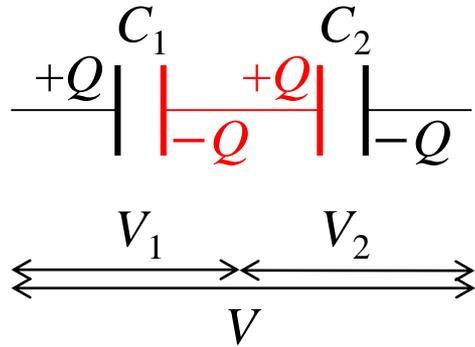
同じキャパシタの場合
極板の面積が2倍になるので
容量も2倍になる。

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

並列: 容量増える

3つ以上の場合: 合成容量 $C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$

キャパシタの接続(合成容量)②直列



1と2に蓄えられる
電荷は等しい

赤色の部分は孤立しており
電荷の総量は0

同じキャパシタの場合

上の図で2つの
キャパシタの
間隔を0にすると



極板間の距離が2倍になるので
容量は2分の1になる。

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

厚さの無視できる金属板を差し込んでも
極板間の電場(電位差も)は変化しない。

$$Q = C_1 V_1 = C_2 V_2$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \quad Q = CV$$

$$V = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) Q$$

$$V = \frac{1}{C} Q \text{ なので}$$

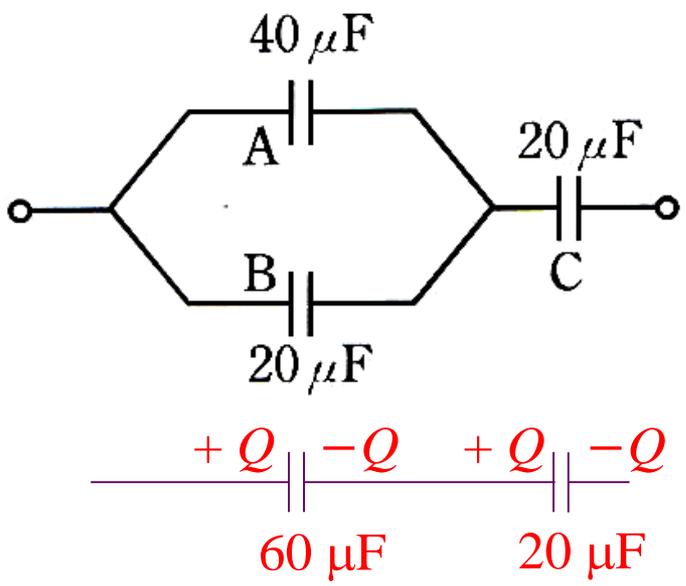
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2}$$

逆数をとって

$$\text{合成容量 } C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\text{3つ以上: } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \dots$$

問題: キャパシター A, B, C を下の図のようにつないだときの合成容量はいくらか
両端に 10 V の電位差を与えたとき、キャパシター A, B, C に蓄えられる電荷量と極板間の電位差(電圧)はいくらか?



合成容量: 15 μF①

Aの電荷量: 100 μC⑤

Aの電位差: 2.5 V④

Bの電荷量: 50 μC⑤

Bの電位差: 2.5 V④

Cの電荷量: 150 μC②

Cの電位差: 7.5 V③

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{60 \times 10^{-6}} + \frac{1}{20 \times 10^{-6}} = \frac{4}{60 \times 10^{-6}}$$

$$C = 15 \times 10^{-6} \text{ ①}$$

$$Q_C = Q = CV = 15 \times 10^{-6} \times 10 = 150 \times 10^{-6} \text{ ②}$$

$$Q_C = C_C V_C \Rightarrow 150 \times 10^{-6} = 20 \times 10^{-6} \times V_C$$

$$V_C = 7.5 \text{ ③}$$

$$V_A (=V_B) + V_C = 10$$

$$V_A (=V_B) + 7.5 = 10$$

$$V_A (=V_B) = 2.5 \text{ ④}$$

$$Q_A = C_A V_A = 40 \times 10^{-6} \times 2.5 = 100 \times 10^{-6} \text{ ⑤}$$

孤立導体球の電気容量

問題: 半径 10 cm の導体球の電位が 10 V のとき(無限遠の電位は 0 V)、導体球にはどれだけの電荷が帯電しているか?

導体球に帯電している電荷を Q とする。

導体球の電位 V は、点電荷 Q から距離 10 cm の位置の電位に等しい。(球対称)

$$V = V(0.1) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \times 0.1} = 10 \text{ [V]}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 \times 0.1 \times 10 \doteq 1.1 \times 10^{-10} \text{ [C]}$$

孤立導体球も電荷を蓄えるという意味で一種のキャパシターといえる。

$$V(r) = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

その場合の電気容量は半径を r とすると $C = 4\pi\epsilon_0 r$ となる。

問題: 孤立導体球と平行板キャパシターの電気容量の比を求めよ。ただし、平行板キャパシターの極板の面積は、導体球(半径 R)の表面積と等しく、極板間の間隔は d とする。

孤立導体球

平行板キャパシター

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 4\pi R^2}{d}$$

$$4\pi\epsilon_0 R : \frac{\epsilon_0 4\pi R^2}{d}$$

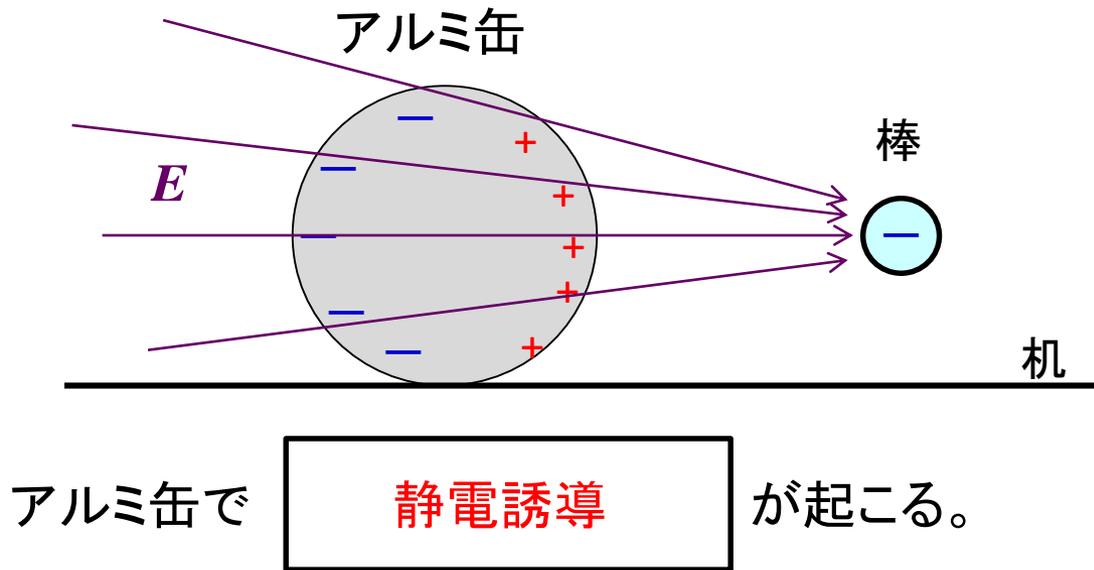
$$1 : \frac{R}{d}$$

孤立導体球: 平行板 = d : R

例: 間隔 d が 1 mm, 半径 R が 10 cm とすると 1 : 100

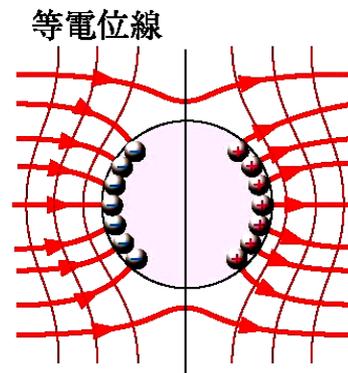
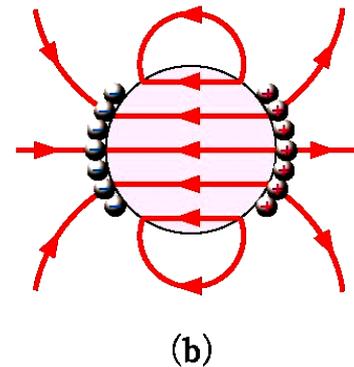
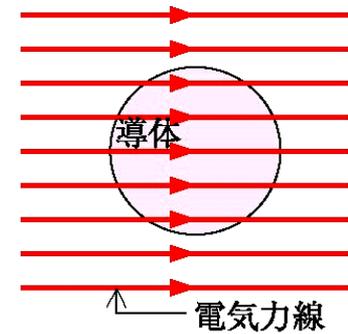
孤立導体球の電気容量は、同程度の大きさの平行板キャパシターよりずっと小さい。

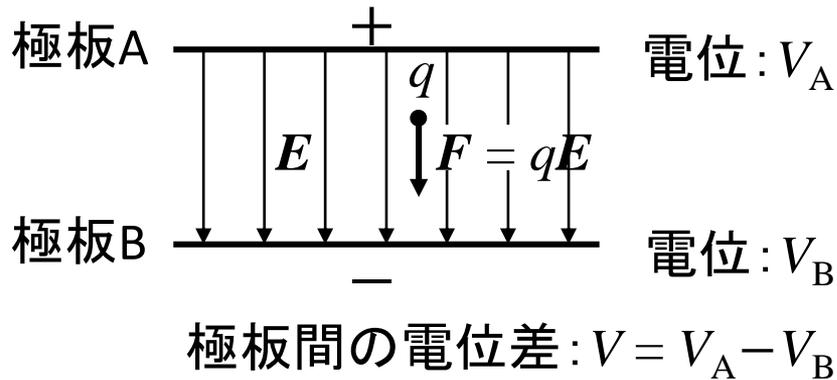
実験・問題：静電気で負に帯電した塩化ビニルの棒をアルミ缶に近づけると、アルミ缶が棒に引き寄せられる現象を解説せよ。
アルミ缶は導体で、机は完全な絶縁体と仮定して答えよ。



プラスに帯電した部分と棒の間には引力が働き、
マイナスに帯電した部分と棒の間には反発力が働く
電気力は距離の2乗に反比例するので、距離の近い引力が勝る。
実際にはアルミ缶の負電荷は逃げてしまっているかも。

電場の形が少し違い、球でなく円筒だが、右図に似ている





電荷 q を極板 B から極板 A に移動させるのに必要な仕事
 $W = Fd = qEd = q(V_A - V_B) = qV$

↑
 電気力と同じ大きさで逆向きの力

(エネルギー)

q [C] の電荷を電位が V [V] 高い場所に移動させるには qV [J] の仕事が必要
 1 [C] の電荷を電位が 1 [V] 高い場所に移動させるには 1 [J] の仕事が必要

物体を高い位置に移動するのにエネルギー(仕事)が必要なのもと同じ

問題: 陽子1つを電位が 1 V 高い位置に移動させるのに必要な仕事(エネルギー)はいくらか。

$$qV = e \times 1 = 1.602 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

イメージ
物を持ち上げる

(参考) このエネルギーを 1 電子ボルト = 1 eV という(教科書p310)

問題: 陽子1つが電位が 1 V 低い位置に移動する時に電気力がする仕事はいくらか。

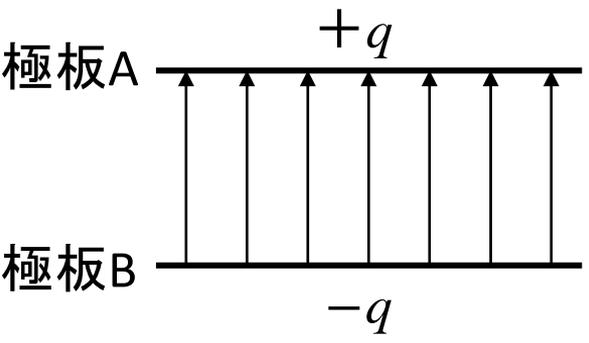
$$1 \text{ eV } (= 1.602 \times 10^{-19} \text{ [J]})$$

イメージ: 自由落下

電気容量 C の平行板キャパシタの

極板A,Bに電荷 $q, -q$ が蓄えられているとき

極板間の電位差: $V = \frac{q}{C}$ ($q = CV$)



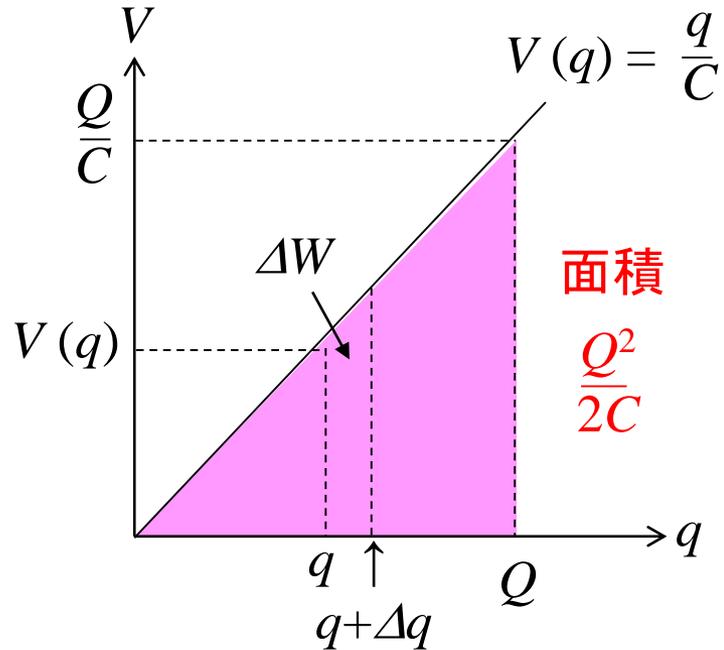
極板Bから電荷 Δq を極板Aに移動(充電)するのに必要な仕事を ΔW とすると

$$\Delta W = V(q)\Delta q = \frac{q\Delta q}{C}$$
 (右図参照)

充電の際は通常外部の導線を通して行われる

電荷を移動して極板の電荷量を 0 から $\pm Q$ するために必要な仕事 W は、

$$W = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$
 ($Q = CV$)



キャパシターに蓄えられるエネルギー $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$

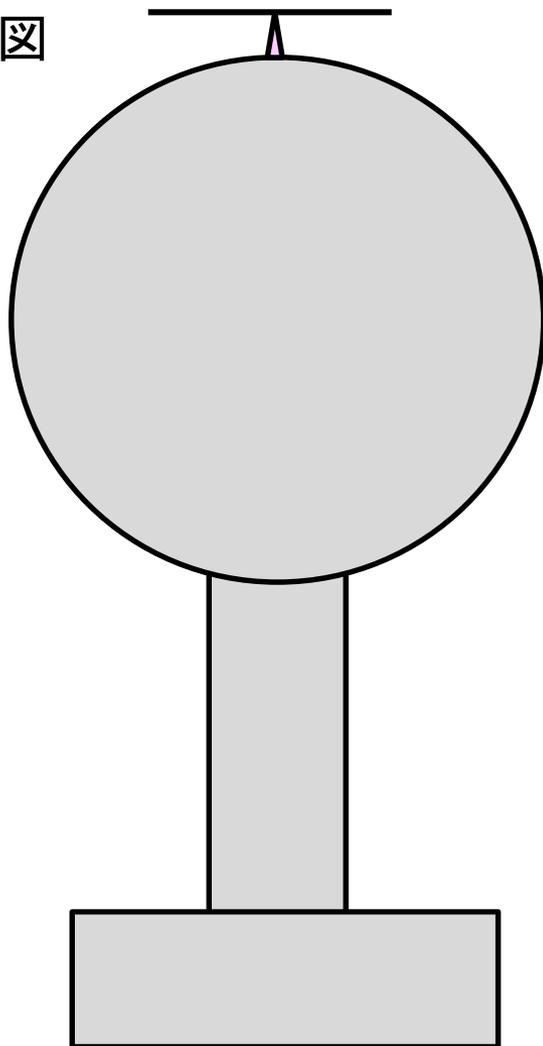
充電の際にした仕事 W の分、放電の際に仕事できる。(エネルギー: 仕事をする能力)

ハミルトンのはずみ車(電気飛車)

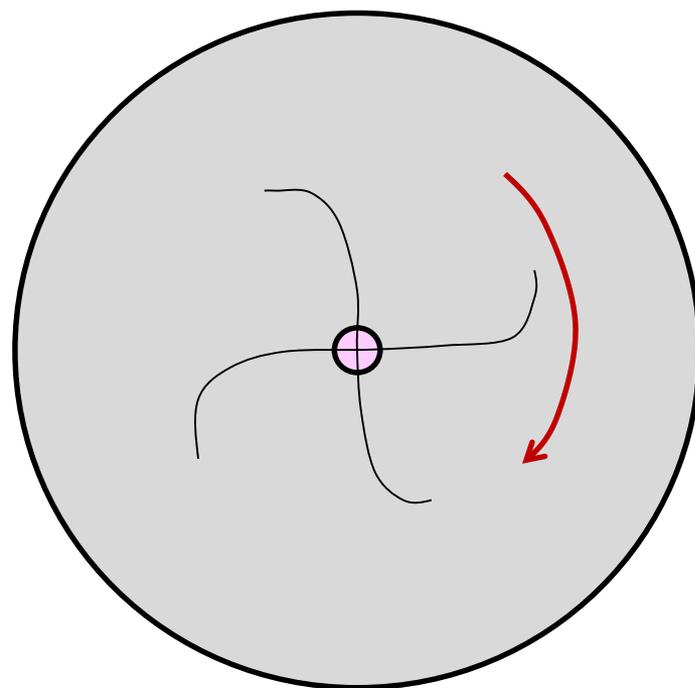
バン・デ・グラフ発電機の電極の上に図のような形状の回転可能な針金を置く

問題:なぜ回る? 来週解説します。考えてみて下さい。

横から見た図



上から見た図



この場合、時計周りに回転する