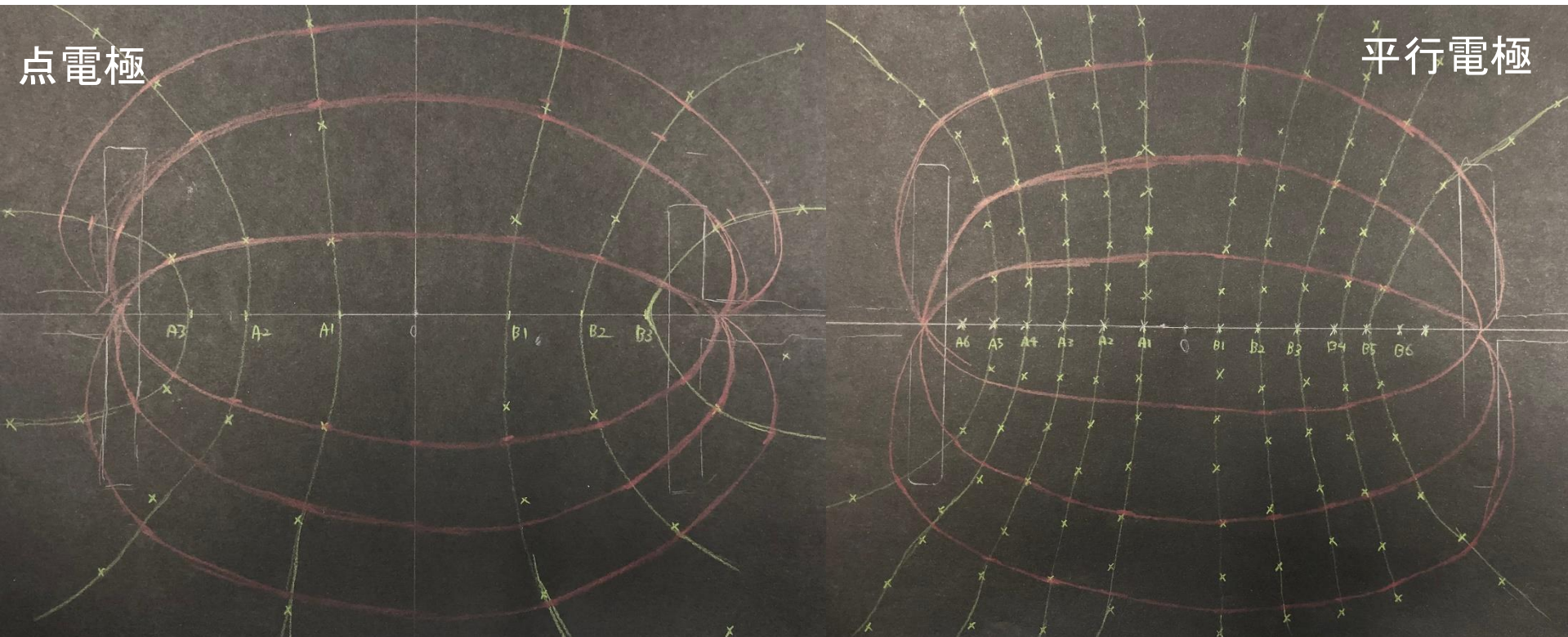


第6回のQ: 物理学実験の等電位の実験で、点電極より平行電極間の電位差が大きくなるのはなぜですか。



A: これは、今年の実験のある学生のレポートの図。0.5 V 毎に等電位線を書いたそう。点電極の方は等電位線が6本、平行電極の方は等電位線が10本書いてある。(「0」の等電位線も書いてほしかったが書いてない。)この差は、電極と導電紙の接触抵抗の違いによって生じる。点電極の方は、接触している面積が小さいので、接触抵抗が大きくなり、電極・導電紙間に大きな電位差が発生してしまう。

Q & A

第5回のQ: 雷が発生すると、植物が育つらしいのですが本当ですか？

A: Wikipedia には「雷の空中放電により、空気中の窒素と酸素が反応して窒素酸化物が生成(窒素固定)され、さらに酸素により硝酸に酸化され、亜硝酸塩が生成されて植物が栄養分として利用できる物質となる。」と書いてあります。

Q: 中間試験はどれくらいの難易度の問題がでますか？

A: 昨年度の中間試験を公開しているので、参考にして下さい。同程度の難易度にする予定です。

Q: レポートは必ず実験しないといけないわけではないですか？

A: またきちんと案内しますが、実験でなくてもよいです。

Q: 11月末か12月頭に生体有機の試験があるらしいので考慮してほしいです。

A:

Q: 水を極板間に挟むことはできないと感じたのですが、どのようにして水の誘電率が明らかになったのでしょうか。

A: 極板間を水で満たし、周囲を漏れないようにすれば問題なく挟めます。漏れないようにする構造体がキャパシターのサイズに比較して十分に薄(小さ)ければ、その影響は無視してよいです。

Q & A

Q: 水と氷だと比誘電率は変わりますか。

A: 水は 80 (20℃)、氷は 4 くらいで約 20 倍の差があります。水の誘電率が大きい理由は授業でやります。

Q: 中間ボロクソだったときの救済措置はありますか。

A: ありません。中間は 30 % ですので、期末試験や、レポートで挽回して下さい。

Q: 中間のテストの範囲は決まっていますか。

A: 19章までの予定ですが、終わらなければ19章の途中までになります。

Q: 毛玉が発生するのと静電気って何か関係ありますか？摩擦とか？

A: ウールやカシミア等の動物の毛は、人間の髪の毛のようにキューティクルがあります。これは、湿度が低いと反り返り、お互いひっかかりやすくなって、摩擦すると毛玉になりやすいそうです。静電気も関係しているという話もありますが、私もよくわかりません。

電束密度 (p227)

電場 E はすべての電荷 Q (自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_p) によってつくられる。

自由に動ける電荷
例: 金属中の自由電子

誘電体の表面に現れる電荷
原子・分子等に固定されている。

電場のガウスの法則: $\iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$

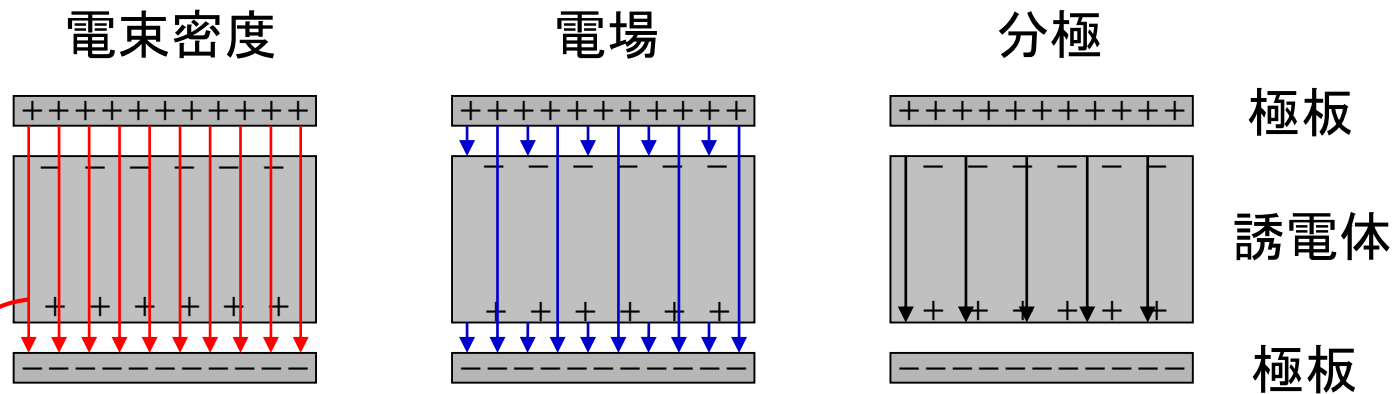
Q : 閉曲面 S の内部の総電荷
(自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_p)

電場のガウスの法則は、物質中でも真空中でも常に成り立つ

自由電荷 Q_0 だけに関係した量(**電束密度** D)があると便利な場合がある。

このような物理量は電場 E と分極 P を使って実現できる。

$$D = \epsilon_0 E + P$$



$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

E と P は単位が違うのでそのままでは足し算できない。
 E には ϵ_0 をかけて単位を揃えてある。 D と P は同じ単位 (C/m²)

電束線：電束密度の様子を表す
 電束線は正の**自由電荷**に始まり、
 負の**自由電荷**で終わる

電気力線：電場の様子を表す
 電気力線は正の**電荷**に始まり、
 負の**電荷**で終わる

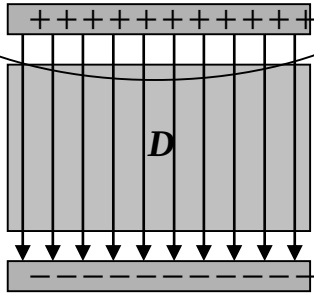
図の分極 P の矢印は、あまり使わないが「分極の力線」
 負の分極電荷に始まり、正の分極電荷で終わる

電束密度のガウスの法則

閉曲面 S

自由電荷: $Q_0 = \sigma A$

自由電荷の面密度: $+\sigma$



電束密度の法線方向成分

プサイ

$$\psi_E = \iint_S D_n dA = Q_0$$

閉曲面 S から出てくる電束
(電束線の数)

閉曲面 S の内部の
全自由電荷 Q_0
(分極電荷は含まない)

名称の対応:

電場 E	電束密度 D
電気力線	電束線
電気力線束 Φ_E	電束 ψ_E (電束線束とはいわない)

電束密度 D

電束線

電束 ψ_E (電束線束とはいわない)

真空中においては、全電荷 $Q =$ 全自由電荷 Q_0 である。

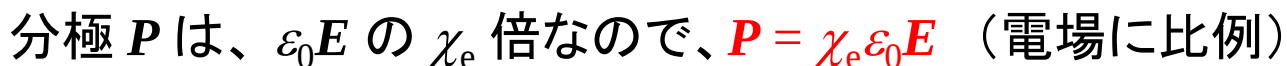
また、 $P = 0$ なので $D = \epsilon_0 E$ である。よって、

$$D = \epsilon_0 E + P$$

$$\iint_S D_n dA = \iint_S \epsilon_0 E_n dA = Q_0 = Q$$

$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

真空中では電束密度のガウスの法則は
電場のガウスの法則に一致する。



(問題) 比誘電率 ε_r が 5 のガラスの場合
(ガラスにも色々あるので、比誘電率は様々)

問題①: 電気容量が C_0 の平行板キャパシターに隙間なくガラスを挟み込んだ。
キャパシターの電気容量はいくらになったか?

答: $5 C_0$

問題②: ガラスを挟み込む前の極板間の電場 E の強さを E_0 とすると、ガラスを挟み込んだ後の電場 E の強さはいくらか?

答: $\frac{1}{5} E_0$

問題③: ガラスを挟み込む前と後の電束密度 D の大きさはいくらか?

答 前: $\varepsilon_0 E_0$ 後 $\varepsilon_0 E_0$

問題④: ガラスの電気感受率 χ_e はいくらか?

答: $\chi_e = \varepsilon_r - 1 = 4$

問題⑤: ガラスを挟み込んだ後のガラスの分極 P の大きさはいくらか

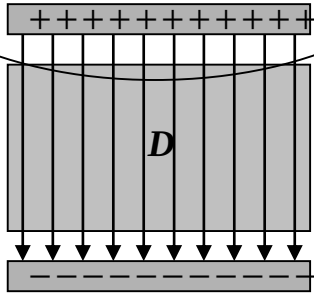
答: $P = \chi_e \varepsilon_0 E = 4 \varepsilon_0 E$ $\frac{4}{5} \varepsilon_0 E_0$ ②+⑤
=③

電束密度のガウスの法則

閉曲面 S

自由電荷: $Q_0 = \sigma A$

自由電荷の面密度: $+\sigma$



電束密度の法線方向成分

プサイ

$$\psi_E = \iint_S D_n dA = Q_0$$

閉曲面 S から出てくる電束
(電束線の数)

閉曲面 S の内部の
全自由電荷 Q_0
(分極電荷は含まない)

名称の対応:

電場 E

電気力線

電気力線束 Φ_E

電束密度 D

電束線

電束 ψ_E (電束線束とはいわない)

真空中においては、全電荷 $Q =$ 全自由電荷 Q_0 である。

また、 $P = 0$ なので $D = \epsilon_0 E$ である。よって、

$$D = \epsilon_0 E + P$$

$$\iint_S D_n dA = \iint_S \epsilon_0 E_n dA = Q_0 = Q$$

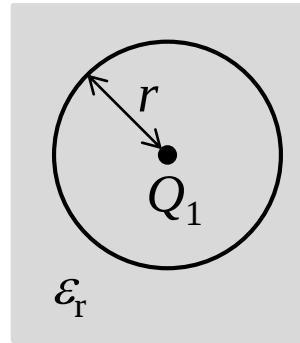
$$\Phi_E = \iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

真空中では電束密度のガウスの法則は
電場のガウスの法則に一致する。

例題1 (p228) ① 比誘電率が ε_r の誘電体の内部(原点)に点電荷 Q_1 がある。⑦
 原点から距離 r の地点(誘電体内)の電束密度の大きさ $D(r)$ を求めよ。
 (具体例: 水中の陽イオンや陰イオン)

原点を中心とする半径 r の球面から外に出ていく電束は $\psi_E = D(r) \times$ 球面の表面積

$$D(r) = \frac{\text{電束 } \psi_E}{\text{球の表面積}}$$



参考: 電気力線束は $\Phi_E = E(r) \times$ 球面の表面積

電束密度のガウスの法則より、上の式の ψ_E は Q_1 $D(r) = \frac{Q_1}{4\pi r^2}$

$$\psi_E = \iint_S D_n \, dA = Q_0$$

② 原点から距離 r の地点(誘電体内)における電場の強さ $E(r)$ を求めよ。

$$D = \varepsilon E \quad E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad E(r) = \frac{Q_1}{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0 r^2} \quad \text{真空中の場合の } \frac{1}{\varepsilon_r}$$

電場は分極電荷を含む全電荷が関係する。この場合、分極の大きさは半径 r によって変化しており、平行板キャパシターのように簡単に分極電荷を計算できない。

- ③原点から距離 r の地点(誘電体内)に電荷 Q_2 があるとき、
点電荷 Q_1, Q_2 の間に働く電気力の大きさを求めよ。

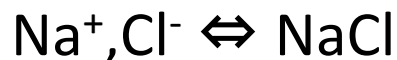
$$F = qE \quad \text{なので} \quad F = Q_2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r^2} \quad \left(\text{真空中の場合の} \frac{1}{\epsilon_r} \right)$$

誘電体中では、電気力は真空中の $\frac{1}{\epsilon_r}$ になる。

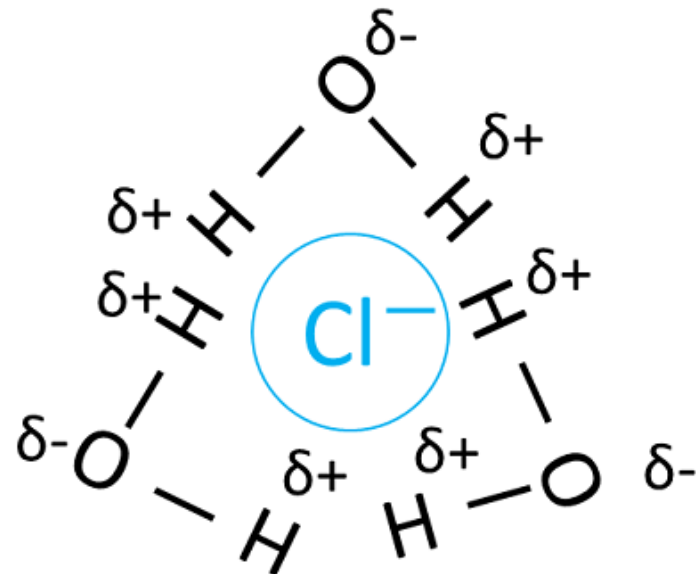
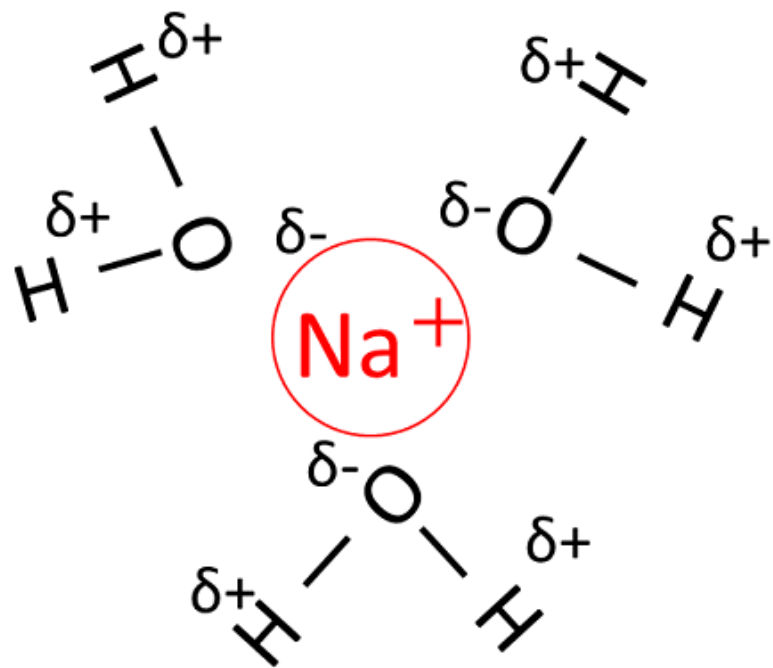
NaCl(塩, イオン結合)は水 $\epsilon_r = 80$ には溶けるがベンゼン $\epsilon_r = 2.3$ には溶けない

理由は、 Na^+ と Cl^- の間の引力が水中では $\frac{1}{\epsilon_r}$ になるため、

下の反応において左方向に進みやすい。(イオンになりやすい＝溶けやすい)

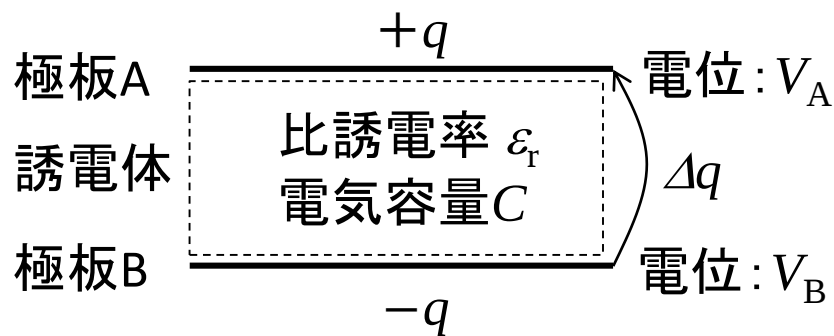


水和



このように、イオンが水分子が結合することを水和という。

平行板キャパシターの極板間に誘電体がある場合に蓄えられるエネルギー ⑩



誘電体を入れると電気容量 C は ϵ_r 倍に増える。

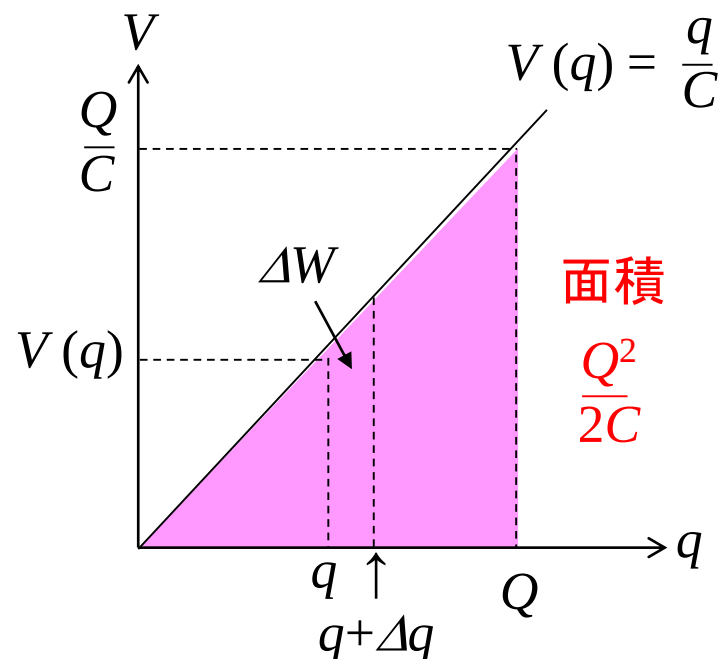
極板Bから電荷 Δq を極板Aに移動(充電)するのに必要な仕事を ΔW とすると

$$\Delta W = V(q)\Delta q = \frac{q\Delta q}{C} \quad (\text{右図参照})$$

充電の際は通常外部の導線を通して行われる

電荷を移動して極板の電荷量を 0 から $\pm Q$ にするために必要な仕事 W は、

$$W = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right] = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2 \quad (Q = CV)$$



キャパシターに蓄えられるエネルギー $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2$

誘電体無しの場合と同じ

C の値は真空の場合の ϵ_r 倍になっている。

比誘電率 ε_r の誘電体で内部を満たされた平行板キャパシタの 単位体積あたりのエネルギー

$$C = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d} \quad , \quad V = Ed \quad \text{なので}$$

$$(\text{Eが同じ時}) \quad U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 (Ad)$$

極板間の体積は Ad なので、単位体積あたりのエネルギー u_E は、

$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} ED$$

$$(D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E = \varepsilon E)$$

真空の場合: $\varepsilon_r = 1, \varepsilon = \varepsilon_0, D = \varepsilon_0 E$
真空の場合も成り立っている。

$$(\text{参考}) \text{極板間が真空の場合: } u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad (\text{電場のエネルギー})$$

(参考) 試験に出ません

$$\text{真空との差: } \frac{1}{2} \chi_e \varepsilon_0 E^2 \quad (\text{誘電体を分極させるのに必要なエネルギー})$$

$$\parallel$$

$$(\varepsilon_r - 1) \quad \text{真空の場合: } \chi_e = 0$$

と解釈できる。教科書にもないので、深く立ち入らない

⑩⑪のスライドでは、比誘電率 ϵ_r の誘電体を隙間なく極板間に挟み込むと ⑫
キャパシターに蓄えられるエネルギーが ϵ_r 倍になりますが注意が必要です。

問題：極板間が空気（真空として考えてよい）で、電池等には接続されていないキャパシターがある。キャパシターの極板には、 $\pm Q$ [C] の電荷が溜まっており、極板間の電位差は V [V] である。このキャパシターの極板間に比誘電率が 10 の誘電体を隙間なく挟み込む。

①：極板に溜まっている電荷は変化するか。するとしたらどうなるか。

答： 変化しない

②：極板間の電位差は変化するか。するとしたらどうなるか。

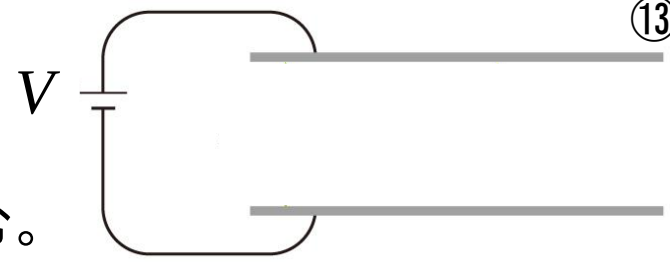
答： 10分の1になる。

③：キャパシターに蓄えられているエネルギーは変化するか。するとしたらどうなるか。

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2$$

答： 10分の1になる。

問題：極板間が空気（真空として考えてよい）で、図のように起電力が V の電池に接続されている全く同じキャパシターがある。このキャパシターの極板間に比誘電率が 10 の誘電体を隙間なく挟み込む。



①：極板に溜まっている電荷は変化するか。するとしたらどうなるか。

答： 10 倍になる。

②：極板間の電位差は変化するか。するとしたらどうなるか。

答： 変化しない。

③：キャパシターに蓄えられているエネルギーは変化するか。するとしたらどうなるか。

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} VQ = \frac{1}{2} CV^2$$

答： 10 倍になる。

電流

: 電荷の流れ (荷電粒子の移動)

例①: 金属中における

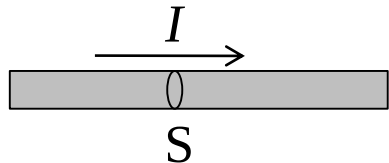
自由電子

の移動

例②: 電解質溶液中における正イオンや負イオンの移動

例③: ネオン管・蛍光灯・ブラウン管 中における電子やイオンの移動

時間 Δt に面Sを通過する電気量を Δq とすると、面Sを通過する電流 I は



$$\text{電流 } I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

単位: アンペア [A] = [C/s]

面Sを通過する電流 I は、単位時間に面Sを通過する電気量である。

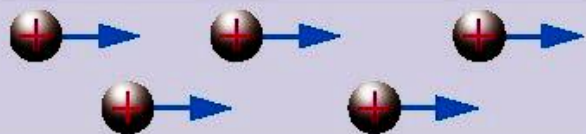
$$\Delta q = I \Delta t$$

電流の向き

電場 E



電流



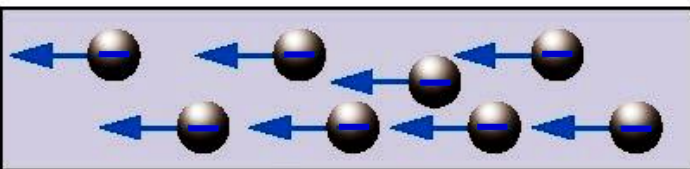
(a) 正イオン

低電位

電場 E



電流



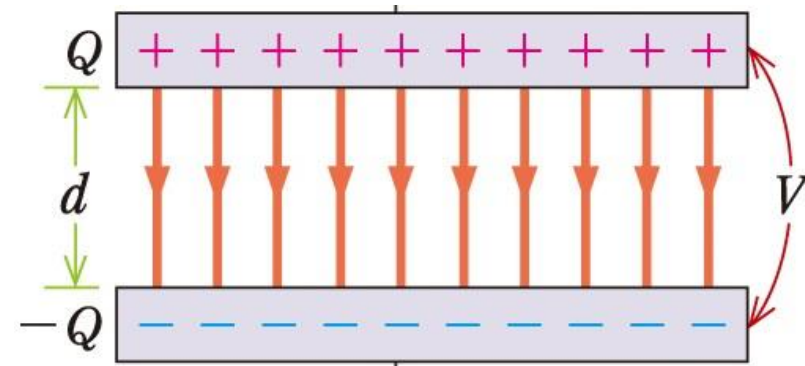
(a) 自由電子, 負イオン

電流の向き: 正電荷の移動の向き
負電荷の移動の向きの逆

電流と電場の向きは同じ

電流は高電位から低電位の向きに流れる

高電位



問題: 右のような平行板コンデンサがある。
今、極板間の電位差は $V = 100 \text{ V}$ だとする。
200 V の電位差を作りだすのにはどうすれば
よいか？

極板間の間隔 d を2倍にすればよい。

答: _____

問題: 上の答えの行為をする前と後のキャパシターに蓄えられているエネルギーはいくらか。 $Q = 10^{-8} \text{ C}$ とする。

Q : 同じ

C : 半分

V : 2倍 (100 $\rightarrow$ 200)

$$U = \frac{1}{2} QV$$

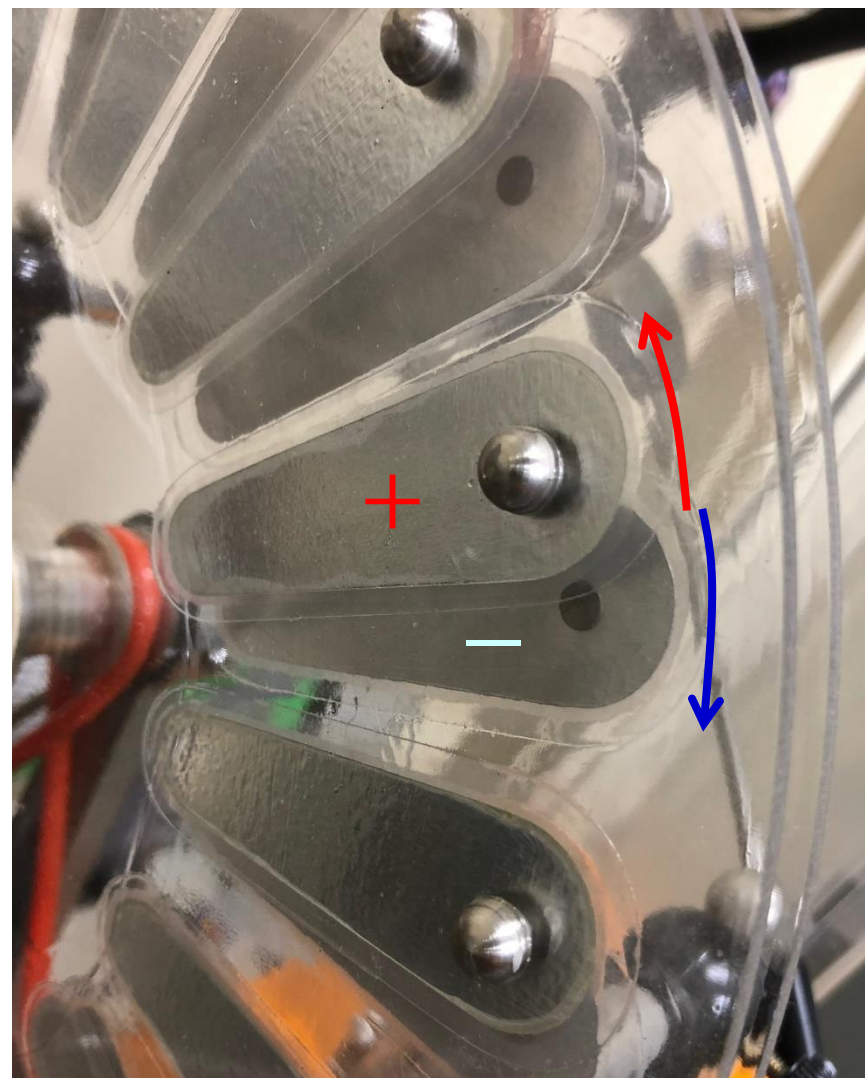
答: (前) $5 \times 10^{-7} \text{ J}$ (後) $1 \times 10^{-6} \text{ J}$

問題: 前のスライドで、キャパシターのエネルギーが増加しているが、どのようにして増加したのか説明せよ。

極板間には引力が作用しているが、
極板間の間隔を大きくするために
その引力に逆らって外部から加えた外力
のした仕事の分、キャパシターの
エネルギーが増加した。

同様の話を、この授業では2回しています。

ウィムズハースト式誘導起電機の場合、
極板に垂直方向の間隔を変えることはできないが、
回転によって、2枚の極板を水平方向に引き離すことができる。



実際のウィムズハースト誘導起電機の動作原理は、もう少し複雑です。