

Q & A

Q: レポートはどんなかんじのものにすればよいですか？

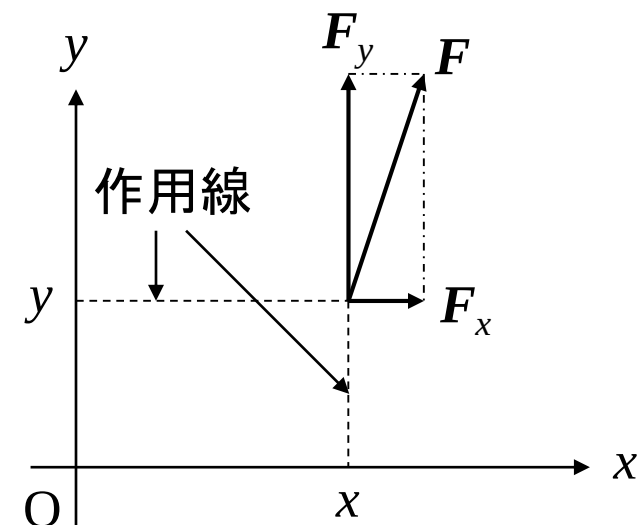
A: 夏休みの自由研究のイメージかな。実験・観察・調べもの、工作、なんでもよいですよ。

Q: レポートは手書きですか。Word でもいいですか。

A: どちらでもいいですよ。

Q: 力のモーメントは、力を分解して考えてもよいですか？

A: よいですよ。



力 F は、 F_x と F_y に分解できる。

分力 F_x の原点 O のまわりの力のモーメントは、

$$N = -yF_x$$

時計まわり: $-$ 、作用線までの距離: y 、力の大きさ: F_x

分力 F_y の原点 O のまわりの力のモーメントは、

$$N = xF_y$$

反時計まわり: $+$ 、作用線までの距離: x 、力の大きさ: F_y

合計すると、力 F の原点 O のまわりの
力のモーメントは $N = xF_y - yF_x$

電子はスピンと呼ばれる自転(的)運動をしている。(円電流)

$$\text{電子の磁気モーメント} \doteq \mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9.27 \times 10^{-24} [\text{A} \cdot \text{m}^2] \quad \mu_m = IA$$

実際の値: 9.28×10^{-24} (ボーア磁子)

e : 素電荷, h : プランク定数 $= 6.626 \times 10^{-34} [\text{J} \cdot \text{s}]$, m : 電子の質量

電子のスピン(自転的運動)や、公転的運動によって原子も磁気モーメントを持つ。
微視的な電流

すべての物質は、磁場の中に置くと、強弱に差はあるが、
個々の原子の磁気モーメントが磁場の向きに、
あるいは、その逆向きに揃って磁化する。(磁石になる)

このように磁氣的性質に着目するとき、物質を

磁性体

という。

対応: 電氣的性質に着目するとき、絶縁体を

誘電体

という。

分極 P

単位体積中の原子・分子の
電気双極子モーメントの和

$$P = \sum p_j$$

p_j : j 番目の原子・分子の
電気双極子モーメント

分極 P の誘電体の
分極に垂直な表面には面密度

$$\sigma_p = \pm P$$

の分極電荷が現れる

磁化 M

単位体積中の原子・分子の
磁気モーメントの和

$$M = \sum \mu_j$$

μ_j : j 番目の原子・分子の
磁気モーメント

磁化 M の磁性体の
磁化に垂直な表面には面密度

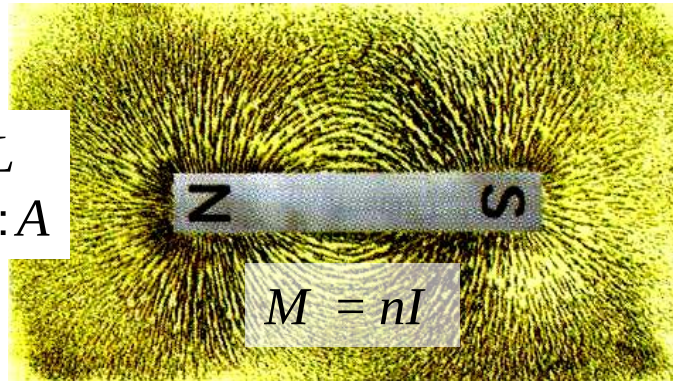
$$\sigma_m = \pm M$$

の磁荷が現れる

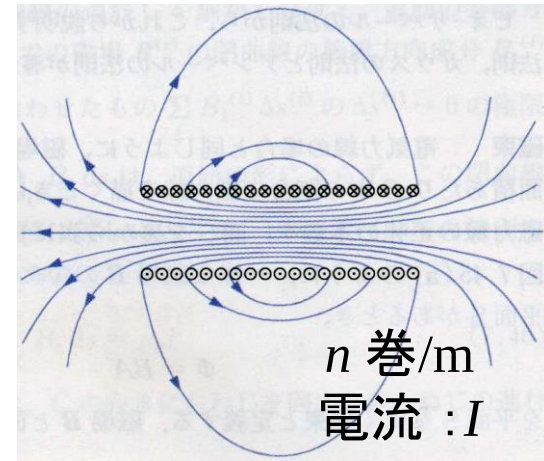
実際には磁荷は存在しないが、
そう考えてもよいということ。
円電流を磁気双極子と考えたことによる。

等価磁石

円柱状磁石



ソレノイド



磁気モーメントの総量

単位体積あたり M で、体積 AL だから MAL

1 巻き AI で nL 巻きだから $nIAL$

$M = nI$ なら、同じ(等価)、内外の磁場 B も同じ

このとき、磁化 M の円柱状磁石と、単位長さあたりの電流が nI のソレノイドは等価

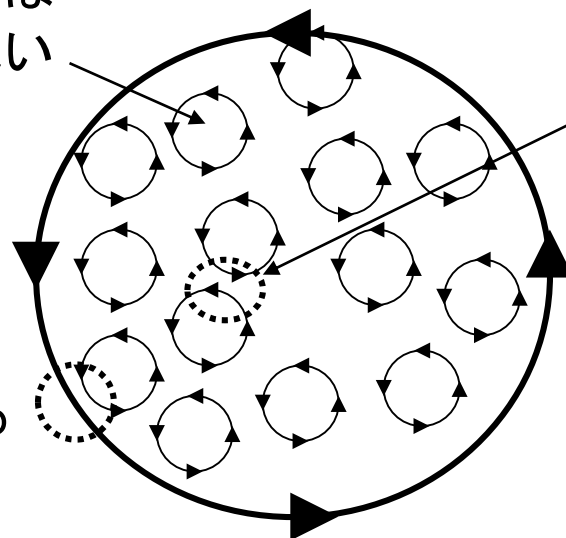
理由(詳細)は以下のスライド

磁化電流

磁化電流のイメージ

微視的電流の向きが
そろっている場合

内部の電流は打ち消しあう



電場中の誘電体も
表面以外の部分は
電荷が打ち消しあって
中性であるのと似ている。

表面の電流は残る

↓
磁化電流

磁化 M の磁性体中の微視的な電流の作る磁場

= 磁性体の側面を流れる巨視的な表面電流の作る磁場

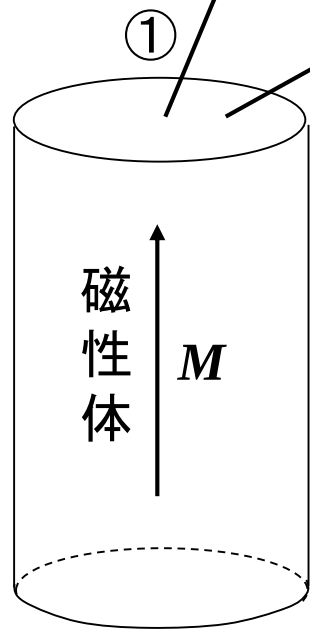
この微視的電流と等価な巨視的な表面電流を

磁化電流

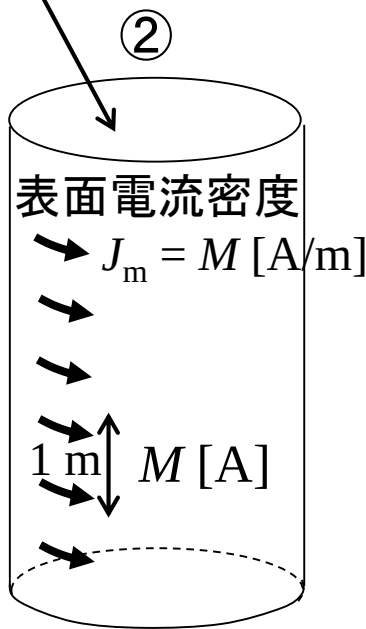
という。

円電流
の集まり
と考えると

小さな磁石
磁気双極子
の集まり
と考えると



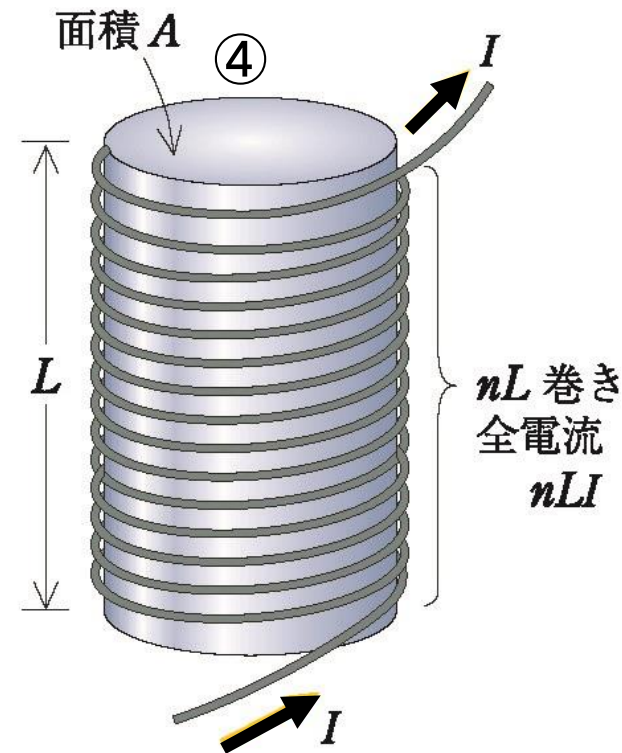
磁化 M の
円柱状磁石
小さな磁石の
集まり



円柱の表面の
単位長さあたりに
 M [A]の電流
(磁化電流)が
流れている円柱



上面と下面の
磁荷密度が
それぞれ M と
 $-M$ である円柱



$nI = M$ の
ソレノイド

$n \rightarrow \infty (I \rightarrow 0)$ で、④ $\rightarrow$ ②

①～④の4つの円柱(底面積 A 、高さ L)の外部のできる磁場はすべて等しい。

問題:①～④について、磁気モーメントの総量を計算せよ。ただし、 $nI = M$ とする。 ⑩

①: 単位体積あたり M , 体積は AL なので、 MAL

②: 単位長さあたり電流 M [A/m], L [m]で総電流は ML [A]
磁気モーメントは AI なので AML
(単位長さあたりの磁荷電流 $J_m = M$)

③: 磁荷は単位面積あたり M で面積 A なので MA ,
間隔が L なので MAL
(単位面積あたりの磁荷(磁荷の面密度) $\sigma_m = \pm M$)

④: 1巻きの磁気モーメントが AI で、
 nL 巻きなので $AInL$ 。 $nI = M$ なら MAL

磁場 B (磁束密度 B): すべての電流 I が作る磁場

$$\text{電流 } I = \text{伝導電流 } I_0 + \text{磁化電流 } I'$$

$$\text{磁場 } B = \text{伝導電流 } I_0 \text{ が作る磁場 } B^{(c)} + \text{磁化電流 } I' \text{ が作る磁場 } B^{(m)}$$

(ビオ-サバールの法則にしたがって)

c: conduction

m: magnetization

$$\begin{aligned} \text{磁場 } B \text{ のアンペールの法則: } \oint_C B_t ds &= \mu_0 I \leftarrow \text{すべての電流が関与} \\ &\downarrow \\ &I = I_0 + I' \end{aligned}$$

磁化電流は測定が難しく扱いにくいので、磁化電流が関与しない
磁場 H (磁場の強さ H) を導入する。

$$\text{磁場 } H \text{ のアンペールの法則: } \oint_C H_t ds = I_0 \leftarrow \text{伝導電流だけが関与}$$

$$\text{磁場 } H \text{ と磁場 } B \text{ の関係: } B = \mu_0 (H + M)$$

H と M は同じ次元, 単位 [A/m]

$$\text{磁性体の外 (真空中) では: } B = \mu_0 H \quad (M = 0)$$

(定数倍の違いだけ)

電束密度 D との対応 (復習も兼ねて)

電場 E : すべての電荷 Q が作る電場

電荷 $Q = \text{自由電荷 } Q_0 + \text{分極電荷 } Q_p$

電場のガウスの法則: $\iint_S E_n dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Q : 閉曲面 S の内部の総電荷
(自由電荷 Q_0 + 分極電荷 Q_p)

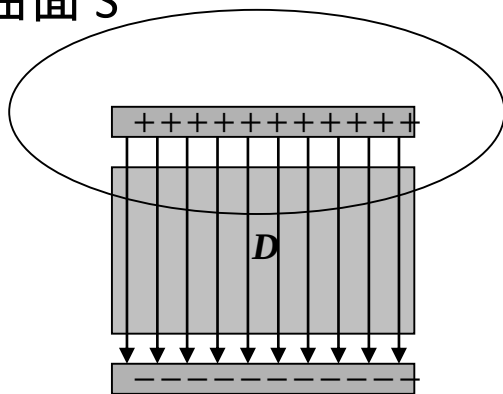
自由電荷 Q_0 だけに関係した量、電束密度 D があると便利な場合がある。

このような量は電場 E と分極 P を使って実現できる。

$$D = \epsilon_0 E + P$$

真空中: $D = \epsilon_0 E$

閉曲面 S



電束密度の法線方向成分

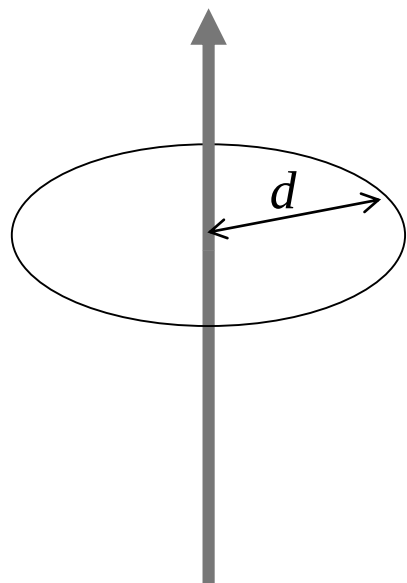
プサイ

$$\psi_E = \iint_S D_n dA = Q_0$$

閉曲面 S から出てくる電束
(電束線の数)

閉曲面 S の内部の
全自由電荷 Q_0

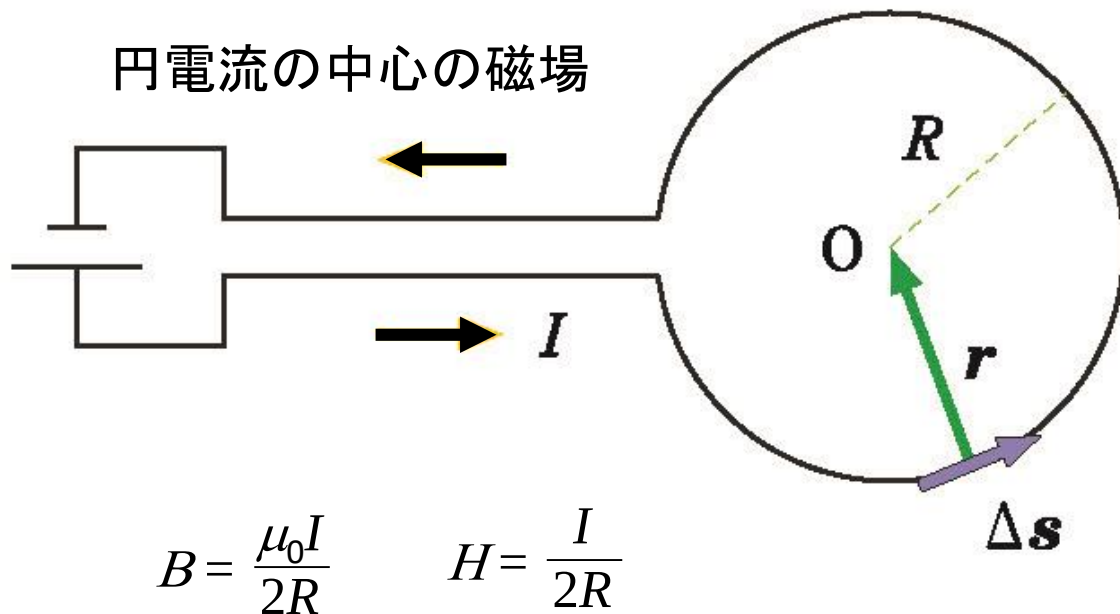
無限に長い
直線電流 I の周囲の磁場



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$H = \frac{I}{2\pi d}$$

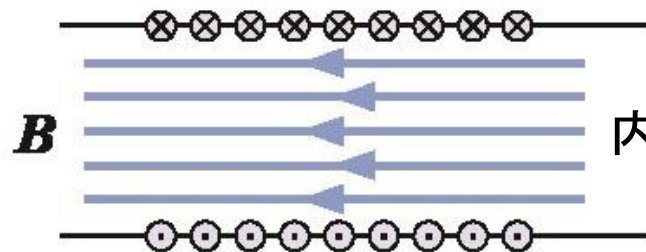
円電流の中心の磁場



$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$H = \frac{I}{2R}$$

無限に長いソレノイドの磁場



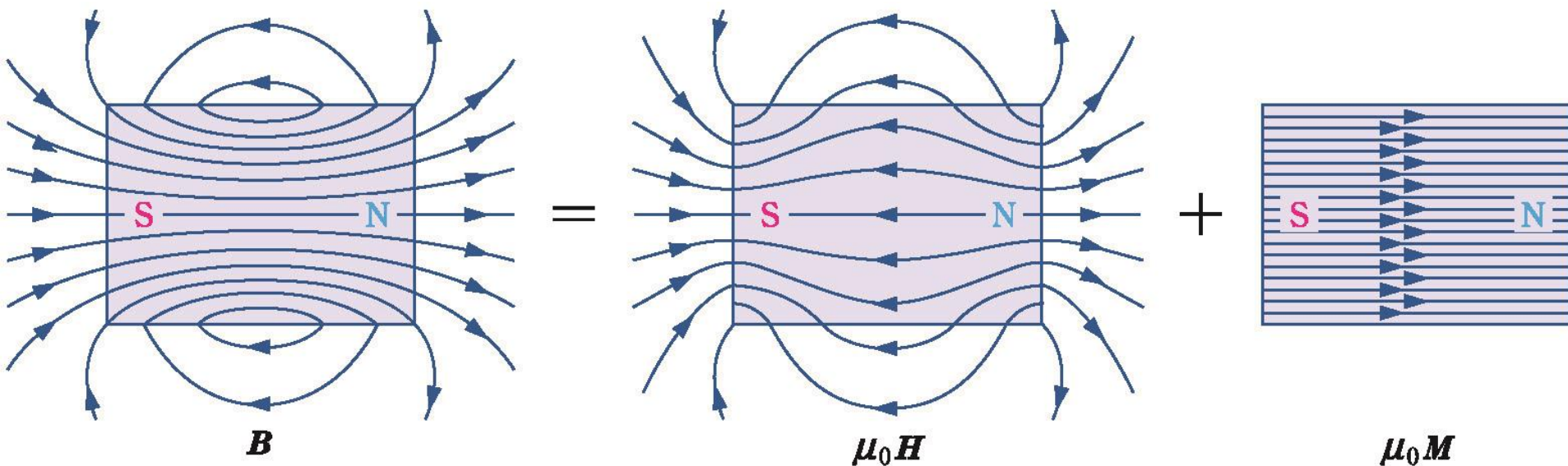
内部: $B = \mu_0 n I$ $H = n I$

外部: $B = 0$ $H = 0$

真空中では、 B と H は
 μ_0 倍の違いしかない。

磁性体があるときの B と H

永久磁石の場合



$$B = \mu_0(H + M)$$

磁場 $H = H^{(c)} + H^{(m)}$ (真空中も磁性体中も)

$H^{(c)} = \frac{1}{\mu_0} B^{(c)}$: $\mu_0 = 1$ とおいたビオ-サバールの法則で伝導電流から計算される磁場
(上の図の場合は 0)

$$\Delta H = \frac{I_0 \Delta s \times r}{4\pi r^3}$$

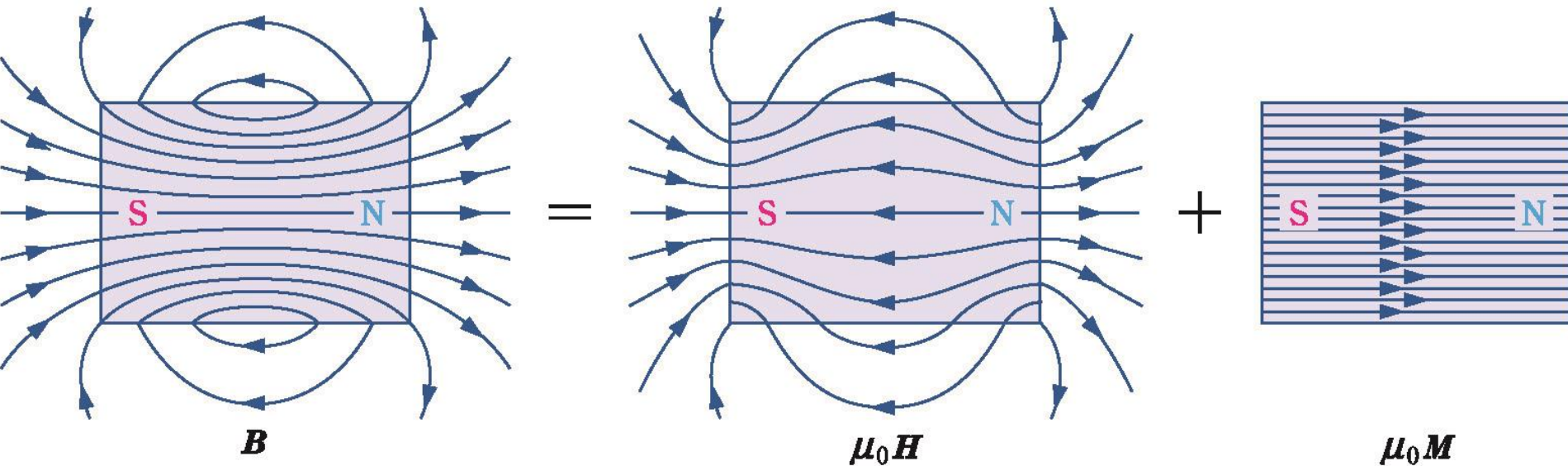
$H^{(m)}$: 磁性体の表面に現れる磁荷 Q_m がクーロンの法則に従ってつくる磁場
(上の図では $H = H^{(m)}$)

$$H^{(m)}(r) = \frac{Q_m}{4\pi r^2} \frac{r}{r}$$

N極を始点、
S極を終点とする線

B と H どちらが本質的？

永久磁石の場合



荷電粒子が受けるローレンツ力は $F = qE + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

上の永久磁石の例では、磁石の両端の内外で B は連続的だが、 H は不連続。
荷電粒子が受ける力は B に依り、 H のように磁石の内外で不連続に変化していない。

よって、 B の方が本質的で重要な物理量。
これまで B ばかり使ってきたのはそのため。

H は、電束密度 D のように人為的な物理量だが、便利なこともある。

磁化率

ほとんどの磁性体では、磁化 M は磁化を引き起こした磁場 H に比例する。

$$M = \chi_m H$$

無次元の比例定数 χ_m :

磁気感受率(磁化率)

このような場合は
磁場 B より磁場 H がよい
磁場 B は磁化 M
によって変化するが
磁場 H は変化しない

例外: 永久磁石は、磁場 H がなくても磁化している
(後で説明)

$$B = \mu_0 (H + M)$$

$$B = \mu_0 (H + \chi_m H)$$

$$B = \mu_0 (1 + \chi_m) H$$

$$\text{比透磁率 } \mu_r = 1 + \chi_m$$

$$B = \mu_r \mu_0 H = \mu H$$

($\mu = \mu_r \mu_0$ を

透磁率

という) $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ は誘電率

電気感受率

↓

$$\text{比誘電率 } \varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

ソレノイドの内部を
磁性体で満たすと
磁場 B は μ_r 倍
($\mu_0 H \rightarrow \mu_r \mu_0 H$)

真空の比透磁率 μ_r は 1 (磁気感受率 χ_m は 0) なので「真空」の「透磁率」は μ_0

真空の比誘電率 ε_r は 1 (電気感受率 χ_e は 0) なので「真空」の「誘電率」は ε_0

鉄等の磁石につくもの(強磁性体)以外は次の2つに分類される。

⑥

反磁性体

常磁性体

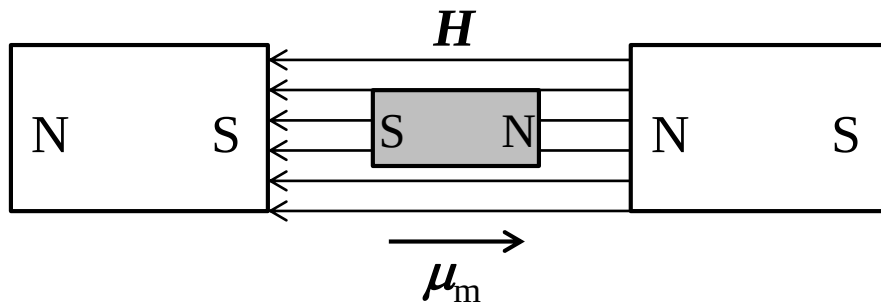
$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

いずれも磁化 M は磁化を引き起こした磁場 H にほぼ比例する。磁化は弱い。

(磁気感受率の絶対値は小さい)

物体を磁場中におくと、
原子(分子)の磁気モーメントが
磁場と逆向きにそろう。

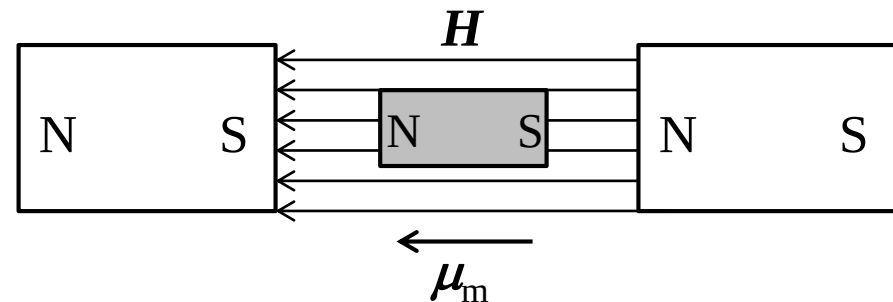
$$\chi_m < 0, |\chi_m| \ll 1$$



水・ガラス・金・銀・銅・ふつうの有機物
大部分の塩類・ビスマス
酸素以外の多くの気体

物体を磁場中におくと、
原子(分子)の磁気モーメントが
磁場の向きにそろう

$$0 < \chi_m \ll 1$$



白金・アルミニウム・クロム・マンガン
遷移金属とその化合物、酸素

様々な物質の磁気感受率 χ_m と比透磁率 μ_r

	磁気感受率 χ_m	比透磁率 $\mu_r (1+\chi_m)$
強磁性体	鉄(99.8%)	5000
	液体酸素	1.003460
常磁性体	マンガン	1.000830
	アルミニウム	1.000021
	水	0.999992
反磁性体	銅	0.999990
	炭素(グラファイト)	0.999984
	ビスマス	0.999834

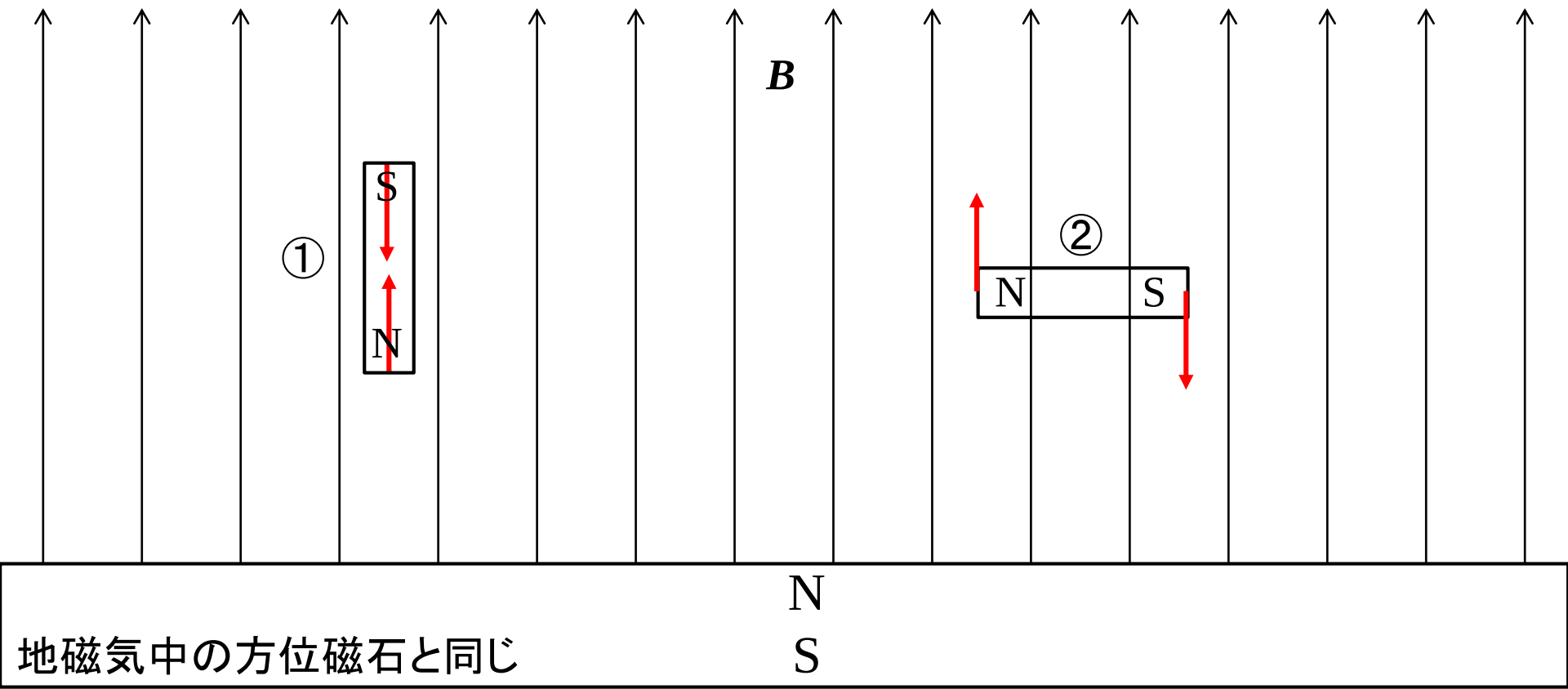
問題:この教室の床は全面大きな磁石のN極(下の階の天井がS極)で、教室には ⑧
上向きで一様な磁場が存在するとする。地磁気と重力は無視する。

①教室内で棒磁石のN極を真下に向けたとき、棒磁石にはどのような力が働くか？

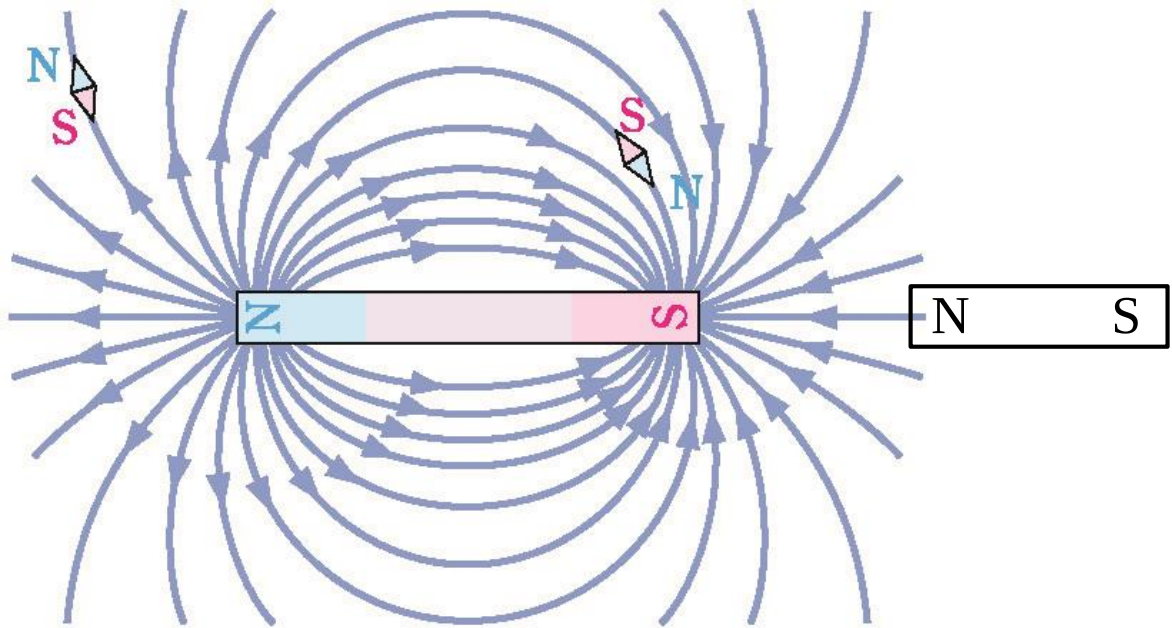
N極には上向きの、S極には下向きの力が働くが、合力は0。
磁石を浮上させる力は働かない。

②教室内で棒磁石を水平にしたとき、棒磁石にはどのような力が働くか？

N極には上向きの、S極には下向きの力が働く。(偶力が働く)



問題: 下の図の左の棒磁石は固定してある。右の棒磁石にはどのような力が働くか説明せよ。

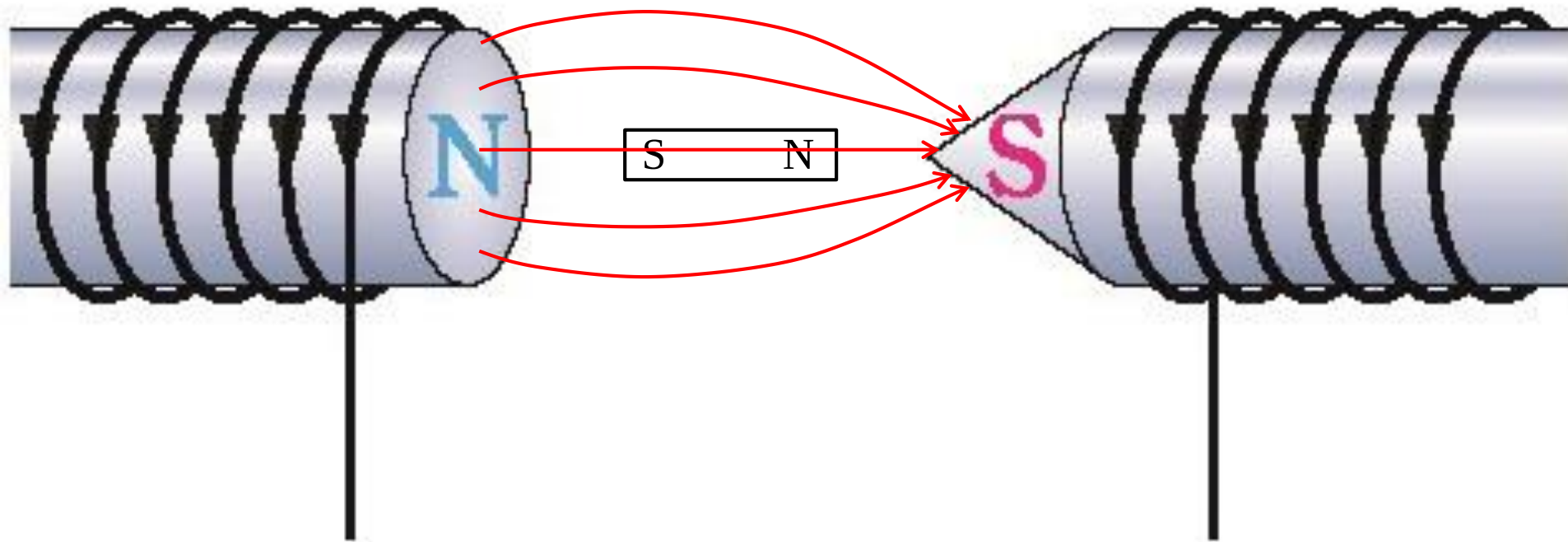


N極には左向きの力(引力)が働き、S極には右向きの力(反発力)が働く。
 N極における磁場の方が強いので、磁石全体としては左方向(引力)が働く。

磁石全体として、引力や反発力などの力が作用するのは、この場合のように一様でない磁場の場合だけである。

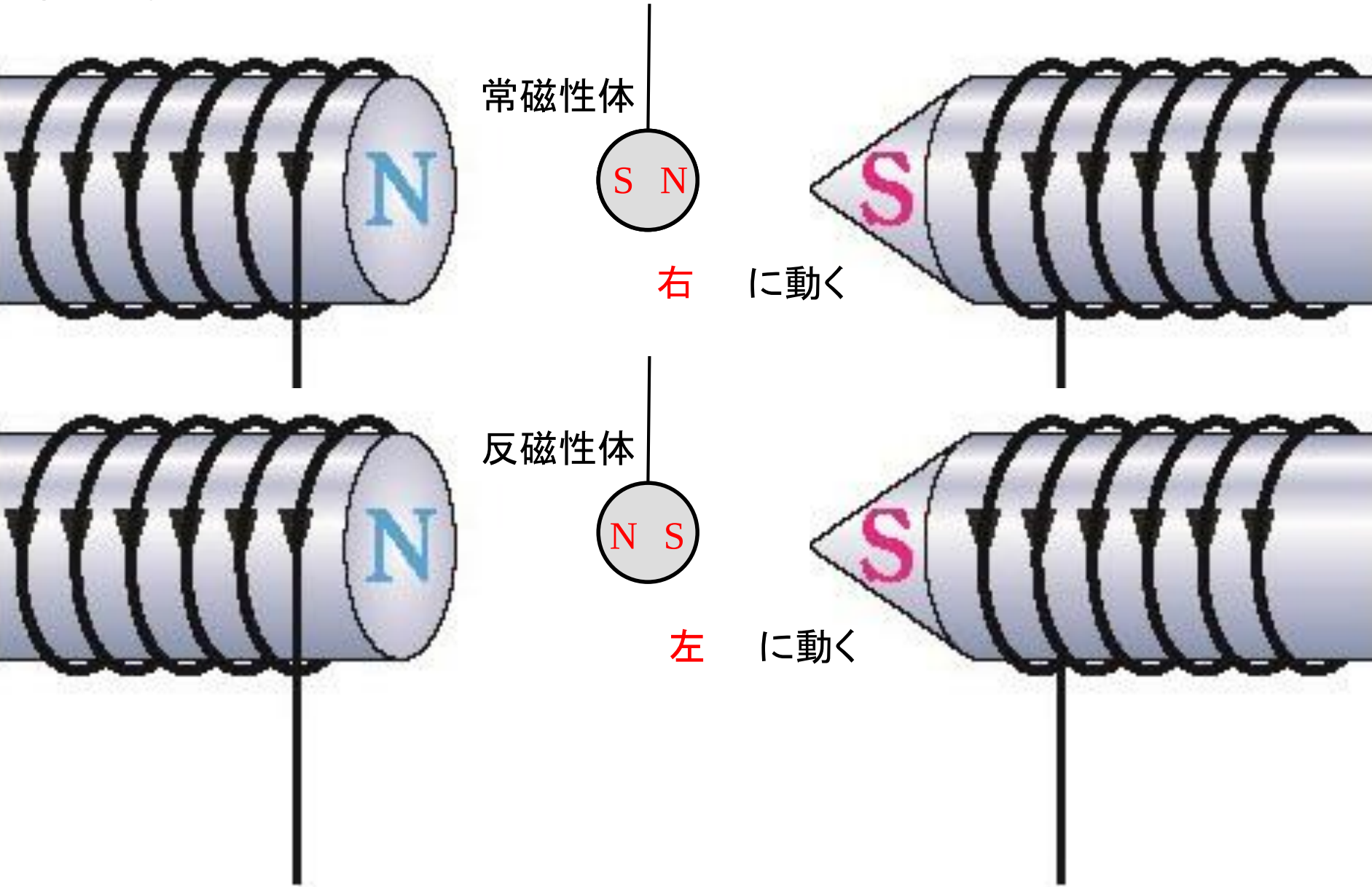
問題：下の図の両側の電磁石は固定してある。これらの磁石が作る磁力線を書け。⑩
中央の棒磁石にはどのような力が働くかも説明せよ。

参考 p263 章末問題A1



棒磁石のS極は左に引かれ、N極は右に引かれる。
右側の磁場が強いので、棒磁石は右に引かれる。

問題：下の図の両側の電磁石は固定してある。これらの磁石の間に図のように常磁性体(上)と反磁性体(下)を吊るす。これらがどのように磁化し、どちらに動くかを答えよ。

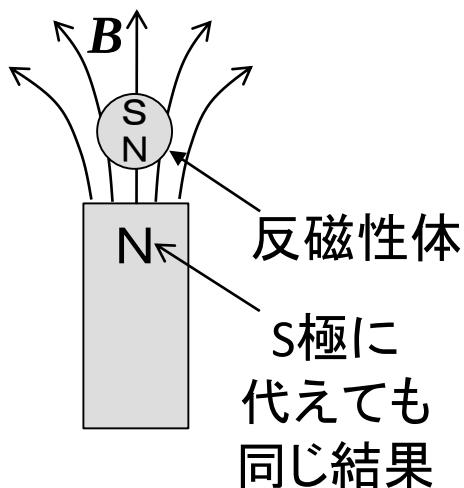


反磁性体

反磁性体は、磁極を近づけると遠ざかろうとする。

動画：水道の蛇口から流れ落ちる水流にネオジム磁石を近づけてみる。

実験・測定：最強の永久磁石であるネオジム磁石の表面の磁場の強さをテスラメーターで測定



反磁性体に働く力はいまいち弱いですが、
20 T という強力な電磁石を用いると、
反磁性体を重力に逆らって浮かすこともできる。

T
地磁気の
約1万倍

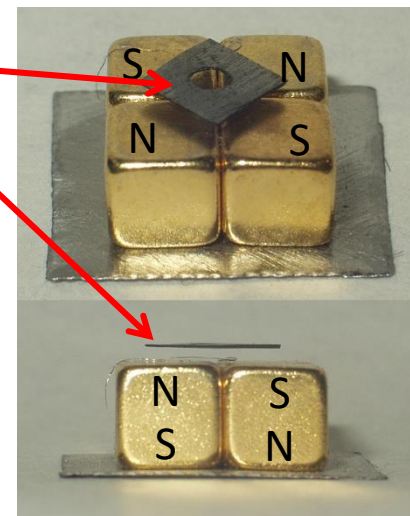
動画：動植物は水を多く含むので反磁性体である。
イチゴやカエルを左図のようにして浮かすことができる。

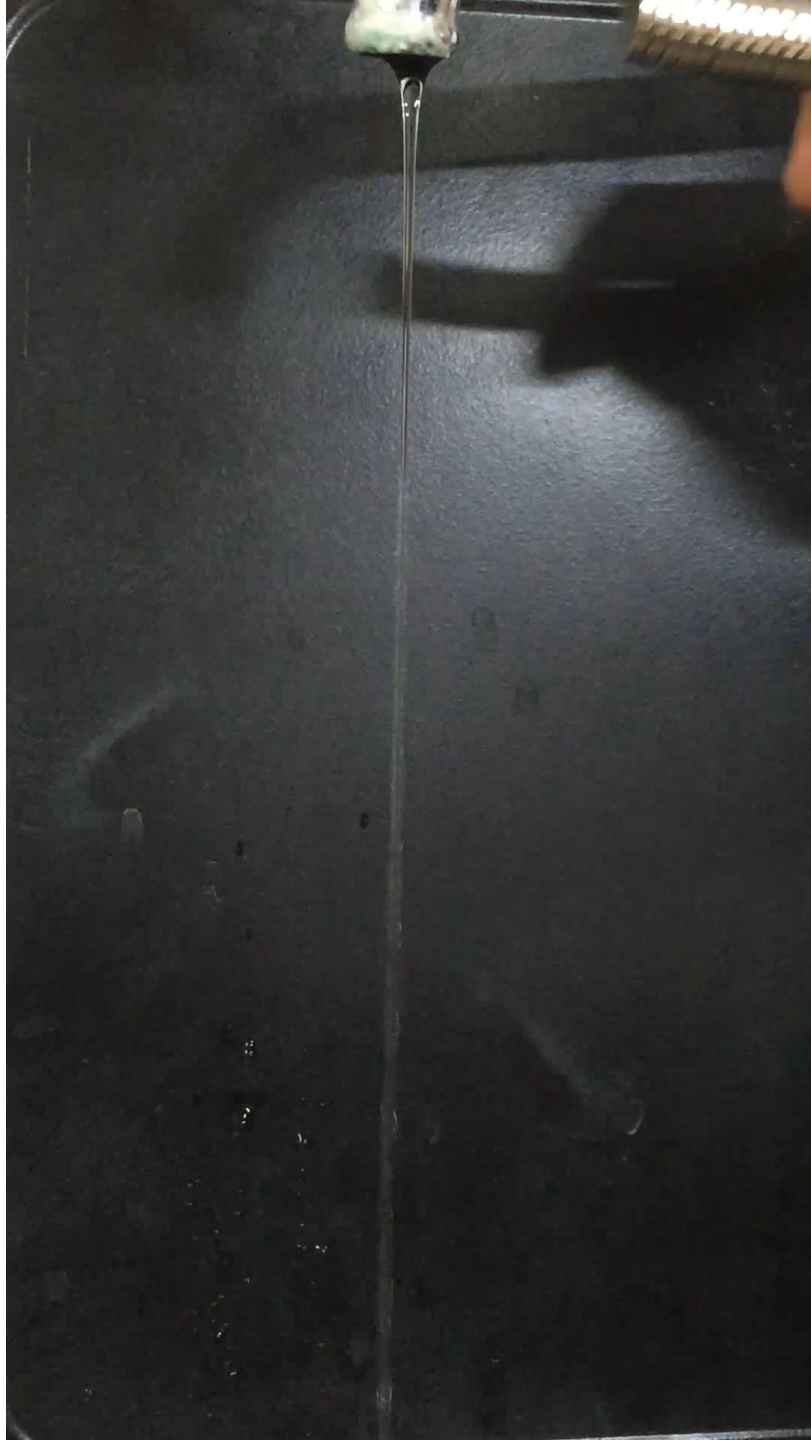
ネオジム磁石でもシャープペンの芯や、**熱分解カーボン**など、一部の反磁性体は浮かすことができる。

市松模様のネオジム磁石板(上から見て)→

浮かすための磁場は強いだけではダメ。
一様な磁場でなく、左上の図のように
強さの変化が重要。

N	S	N	S	N
S	N	S	N	S
N	S	N	S	N
S	N	S	N	S
N	S	N	S	N





静電気等で帯電した物体を
近づけると、それが正でも負でも
引力が働き、水流が寄ってくる。

この動画と逆



静電気が原因でない。

反磁性体

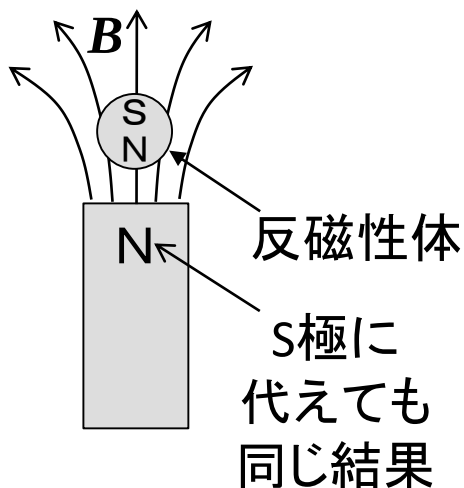
反磁性体は、磁極を近づけると遠ざかるとうとする。

動画：水道の蛇口から流れ落ちる水流にネオジム磁石を近づけてみる。

実験・測定：最強の永久磁石であるネオジム磁石の表面の磁場の強さをテスラメーターで測定

0.5 T

地磁気の
約1万倍



反磁性体に働く力はいちへん弱いですが、
20 T という強力な電磁石を用いると、
反磁性体を重力に逆らって浮かすこともできる。

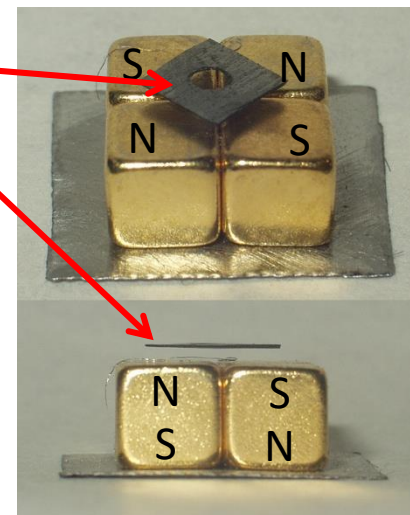
動画：動植物は水を多く含むので反磁性体である。
イチゴやカエルを左図のようにして浮かすことができる。

ネオジム磁石でもシャープペンの芯や、**熱分解カーボン**など、一部の反磁性体は浮かすことができる。

市松模様のネオジム磁石板(上から見て)→

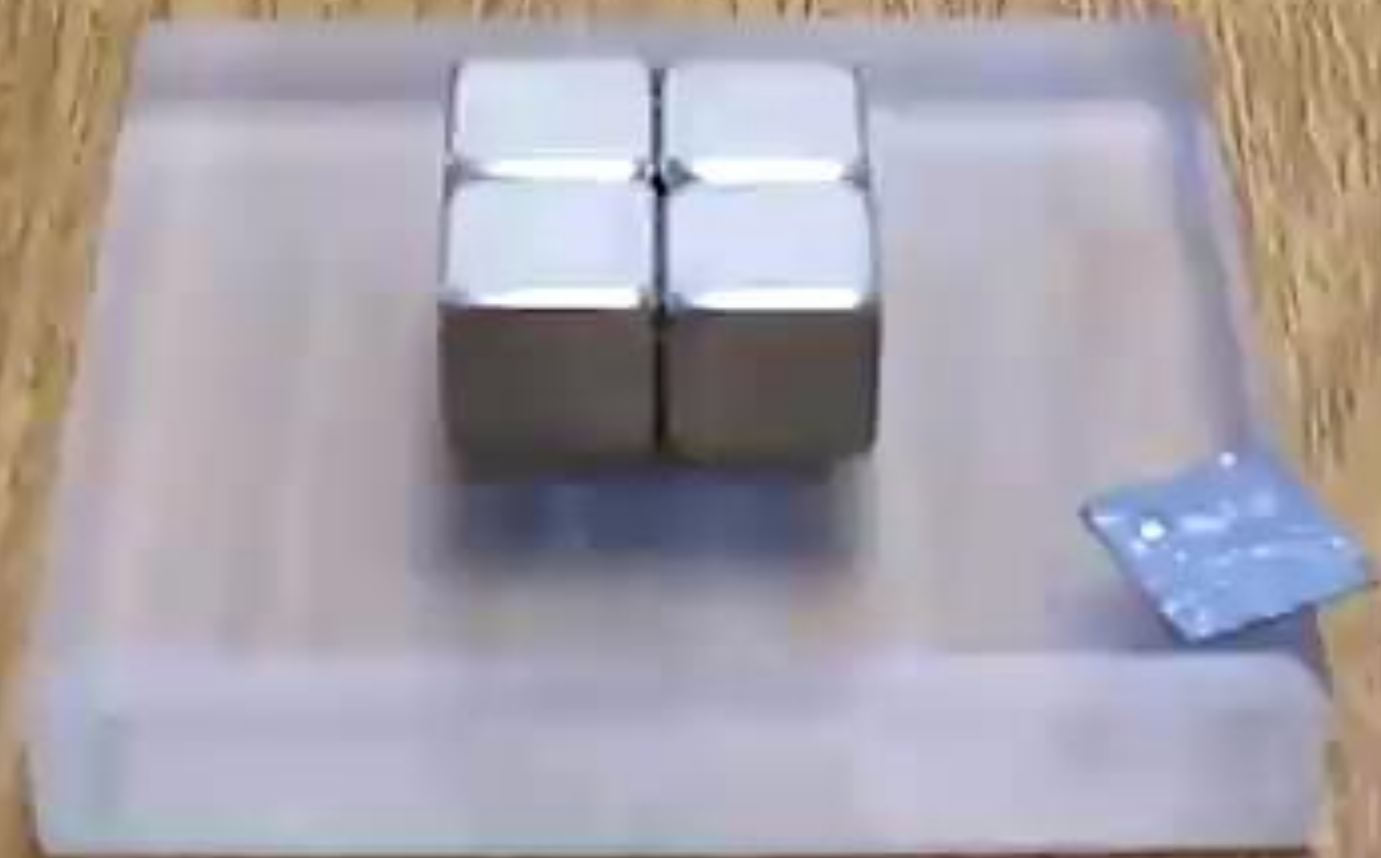
浮かすための磁場は強いだけではダメ。
一様な磁場でなく、左上の図のように
強さの変化が重要。

N	S	N	S	N
S	N	S	N	S
N	S	N	S	N
S	N	S	N	S
N	S	N	S	N









市松模様のネオジム磁石板を用いたおまけ実験

この板に1円玉(アルミニウム)を乗せて垂直にしてみる。

原理は電磁誘導(21章)で解説

アルミニウムは常磁性であるが関係ない。1円玉が導体であることが重要。

市松模様でなく、一様な磁場なら、この現象も起こらない。

常磁性体

常磁性体は、磁極を近づけると近づこうとする。

鉄などの磁石につく強磁性体と同じだが、その力はとても弱い。

動画: 常磁性体の液体酸素と強力な電磁石の反応

液体酸素の沸点: -183°C

液体窒素の沸点: -196°C

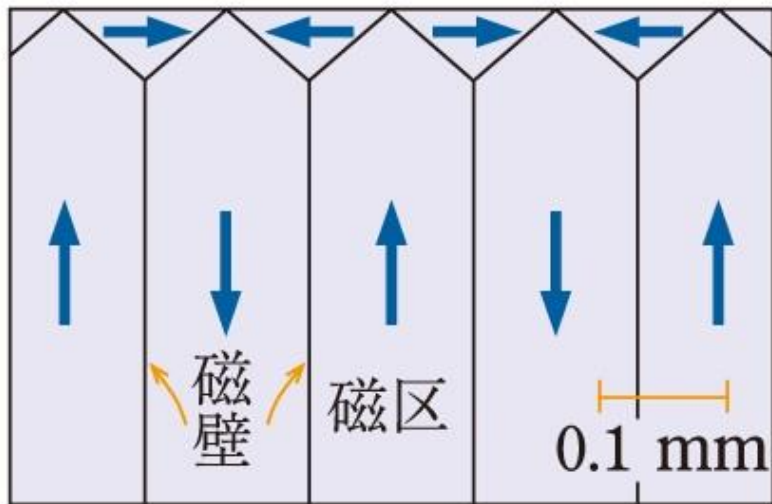


スライド⑩⑪で、先の尖った電磁石があったが、この動画の電磁石もそうになっている。

様々な物質の磁気感受率 χ_m と比透磁率 μ_r

	磁気感受率 χ_m	比透磁率 $\mu_r (1+\chi_m)$
強磁性体	鉄(99.8%)	4999
	液体酸素	1.003460
常磁性体	マンガン	1.000830
	アルミニウム	1.000021
	水	0.999992
反磁性体	銅	0.999990
	炭素(グラファイト)	0.999984
	ビスマス	0.999834

例：鉄，コバルト，ニッケル，これらを主成分とする合金等
量子力学的な効果で原子の磁気モーメントが自発的に同一の方向を向く
(実際には、磁区と呼ばれる区域内で同一，区域の境界を磁壁という)



矢印は磁化の方向
磁区の大きさは $10^{-7} \sim 10^{-2}$ cm
左の図の場合、全体では、 $M = 0$

強磁性体を磁場中にいれると・・・

- ① 磁場の方向に磁化していた磁区が成長
 - ② 磁区の磁化の向きが磁場の方向を向くように回転
- } 磁化する。

問題・実験：磁石につく？つかない？

①100円玉（白銅：銅75%,ニッケル25%）

ニッケルは強磁性体で磁石につく。

つかない

②18-8ステンレス（鉄74%,クロム18%,ニッケル8%）



ほとんどつかない

③18-0ステンレス（鉄82%、クロム18%）

つく



磁性を荷っているのは主に電子。

鉄やニッケル、コバルトの原子核が磁石につくわけではない。

化学結合等によって電子の状態が変化すれば、磁石につかなくなる。

例： Fe_2O_3 （赤さび）は磁石につかないが、 Fe_3O_4 （黒さび、磁鉄鉱）はつく。

磁化曲線(ヒステリシスループ)

①7

すべての磁気モーメントが磁場の方向を向いている
磁化が飽和した状態(飽和磁化)

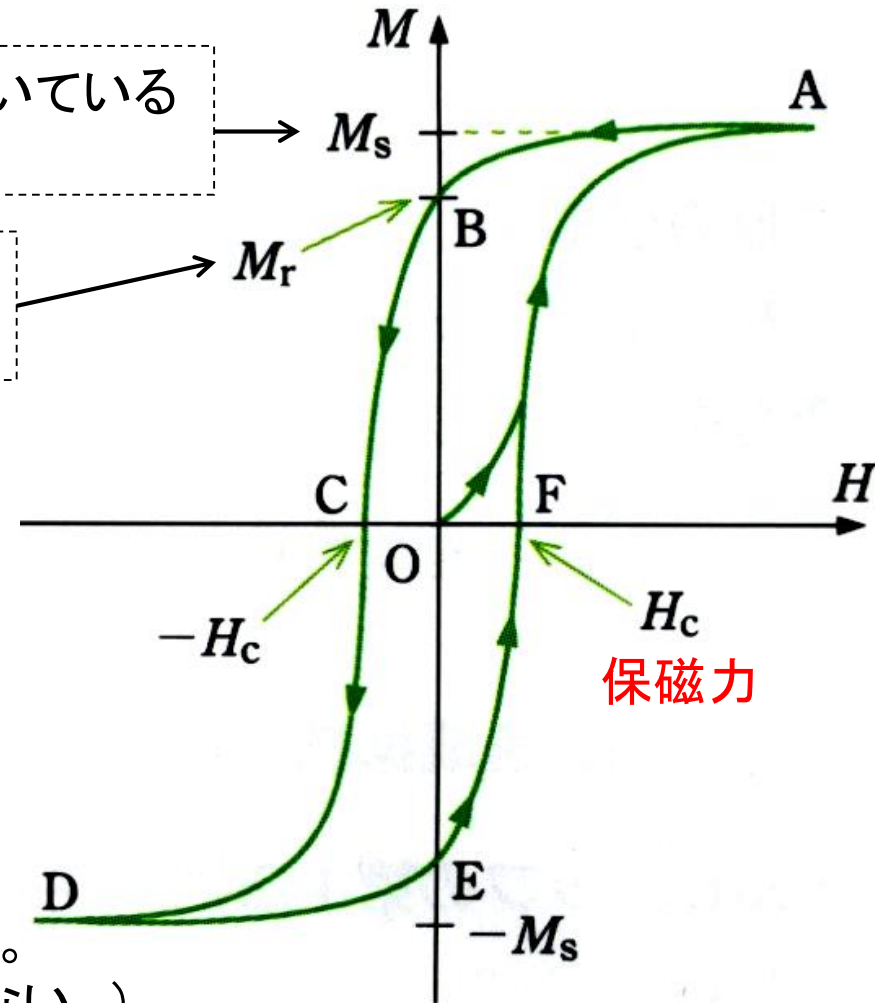
H を 0 にしたときに残っている磁化
残留磁化(永久磁石)

磁性体の材質等の違いより磁化曲線は
様々(ヒステリシスの大小等)

永久磁石の材料にはヒステリシスの
大きいもの(硬磁性材料)が良い。

変圧器(21章)の鉄心にはヒステリシスの
小さいもの(軟磁性材料)が良い

$M = \chi_m H$ は強磁性体では成り立っていない。
(右上のグラフで原点を通る直線になっていない。)



磁気ヒステリシス: ある磁場 H における磁化 M が過去の磁化の歴史に関係すること
例: 上の図で同じ $H = 0$ でも過去の違いで磁化は M_r であつたり $-M_r$ であつたりする。

磁化率

ほとんどの磁性体では、磁化 M は磁化を引き起こした磁場 H に比例する。

$$M = \chi_m H$$

無次元の比例定数 χ_m :

磁気感受率(磁化率)

このような場合は
磁場 B より磁場 H がよい
磁場 B は磁化 M
によって変化するが
磁場 H は変化しない

例外: 永久磁石は、磁場 H がなくても磁化している
(後で説明)

$$B = \mu_0 (H + M)$$

$$B = \mu_0 (H + \chi_m H)$$

$$B = \mu_0 (1 + \chi_m) H$$

$$\text{比透磁率 } \mu_r = 1 + \chi_m$$

$$B = \mu_r \mu_0 H = \mu H$$

($\mu = \mu_r \mu_0$ を

透磁率

という) $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ は誘電率

電気感受率

↓

$$\text{比誘電率 } \varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

ソレノイドの内部を
磁性体で満たすと
磁場 B は μ_r 倍
($\mu_0 H \rightarrow \mu_r \mu_0 H$)

真空の比透磁率 μ_r は 1 (磁気感受率 χ_m は 0) なので「真空」の「透磁率」は μ_0

真空の比誘電率 ε_r は 1 (電気感受率 χ_e は 0) なので「真空」の「誘電率」は ε_0

残留磁化の実験(着磁)

⑱

方位磁石(コンパス)の磁針は、棒磁石である。(赤N極, 白S極)

①六角レンチ(鉄)の端をネオジム磁石のN極に接触させる。

六角レンチ

S ネオジム磁石 N

②接触させた六角レンチの端をコンパスに近づけてみる。

六角レンチの端は S 極

③六角レンチ(鉄)の端をネオジム磁石のS極に接触させる。

六角レンチ

N ネオジム磁石 S

④接触させた六角レンチの端をコンパスに近づけてみる。

六角レンチの端は N 極

⑤着磁したスプーンを、鉄に近づけ、磁石になっているか確認する。

問題:スプーンを消磁(磁石でなくする)にはどうすればよいか?

キュリー温度

ピエール・キュリー
(妻はキュリー夫人)

温度が上がると、強磁性体は熱運動のため飽和磁化 M_s が小さくなり、
キュリー温度で 0 (常磁性体) になる。

永久磁石もキュリー温度以上に熱すると磁化を失い、冷やしてももとに戻らない
フェライト磁石 (普通の磁石) : 460°C 、鉄 : 770°C

キュリーエンジン

動画を見てしくみを考えてみて下さい。

