

Q: ペットボトルロケットは、入れる気体の種類を変えると飛び方もかわりますか。

A: 重い(原子量、分子量の大きい)気体の方が良く飛ぶと思います。水を入れる効果の方が大きいと思いますので、現実的には、わざわざ重い気体を使うほどのことはなく、空気で十分だと思います。

Q: ペットボトルロケットに石油などを入れると更によい結果(長い時間飛ぶ)を得られますか？

A: ペットボトルに水を入れるのは、空気を押し出すより、水を押し出す方が反動が大きいというだけです。水より密度(比重)の大きい液体を使えば、多少よい結果が得られると思いますが、石油を使う意味はないと思います。

Q: 水の反射はレポートのテーマとしてよいですか？

A: よいですよ。

Q: 昔、カメラのフィルムケースに入浴剤(バブ)をくだいて入れて、水を入れてふたを飛ばして遊んでいたのを思い出しました。水の代わりに炭酸水をいれたら、ちょっと伸びたりしますか。

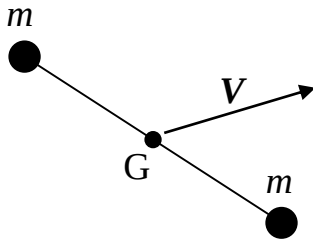
A: 私もやったことがあります。デジカメ時代の皆さんは、フィルムケースなんて見たことないのかと思っていました。炭酸水の質問ですが、空気を入れた後、発射までの間に炭酸水の中の二酸化炭素が気体になると、その分、圧力が上がって良く飛ぶと思います。しかし、あらかじめ余分に空気を入れるのと違いがないので、わざわざ炭酸水を使う意味はないように思います。ただ、発射した後に気体に戻る分は違いが出ます。発射時に炭酸水がまだ強炭酸であったり、空気の代わりに二酸化炭素を入れるなどの工夫をすれば、発射した後に、圧力が下がることで飛行中に二酸化炭素が気体に戻り、目に見える違いが出るかもしれません。

Q: ワイングラスに水を入れて縁をこすると音がでますが、うすいワイングラスでなければ鳴りませんか？

A: うすい方が良く思うと思いますが、よく知りません。こういう質問の解答は、書籍やネットでもなかなか見つからないものです。このようなものをレポートのテーマに選んで、実験してみるのもよいかと思います

例：回転しながら運動するバトン

左下のようなバトンが回転しながら（重心が）速度 V で運動している。
バトンの両端には質量 m の球がついている。棒の質量は 0 とし、重力は働いていないとする。



問題①：重心の運動エネルギーを求めよ。

問題②：バトンの回転の角速度 ω とし、棒の長さを l とすると
相対運動の運動エネルギーはいくらか？球の大きさは無視せよ。

問題③：質点系の全運動エネルギーを求めよ。

「弾性衝突」と「非弾性衝突」

	衝突	衝突
力学的エネルギー	保存する	保存しない
はね返り係数 e	1	1 未満
運動量	保存する	保存する

$$\text{はね返り係数 } e = \frac{\text{衝突後の相対速度の大きさ } v_{\text{後}}}{\text{衝突前の相対速度の大きさ } v_{\text{前}}}$$

実験・観察・問題

2種類のボールが床等で跳ね返る様子を観察しよう。①これらは、弾性衝突か非弾性衝突か？

②よく跳ねる方のボールのはねかえり定数を求めてみよ。（空気抵抗は無視せよ。）

③減少した力学的エネルギーはどのような形態のエネルギーになったか？(全エネルギーは保存する)

④弾性衝突の例を探してみよ。(この授業で話した内容の中にもありました。)

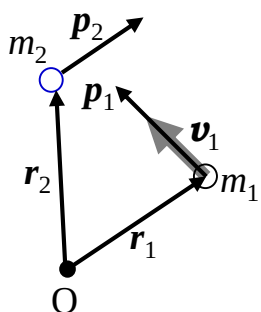
跳ねないボールは「ハネナイト」(防振防音材)でできています。

(ハネナイトボール) 積水ハウスの動画参照

地震のエネルギーを熱に

参考: 減衰振動
防振材は「ばね+抵抗」の役目をする
臨界減衰に近い

問題: ハネナイトボールを放物線を描くように投げる。地面に衝突した後どのような運動をするか?



7.3 質点系の角運動量 p89

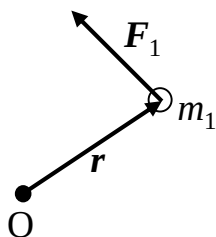
(復習) 原点Oのまわりの質点の角運動量 $L = r \times p = r \times m v$

質点系の角運動量 L = 質点を構成する各質点の角運動量の和

$$L = \sum_i L_i = \sum_i r_i \times p_i = \sum_i r_i \times m_i v_i$$

ベクトルの和でないといけない。
すべての質点の角運動量 L が
同じ方向ならスカラーの和でもよい。
(例) 左上の図のようなら
スカラー $L_i = p_i d_i$ の和でOK

質点系に作用する外力のモーメント



(復習) 原点Oのまわりの力のモーメント $N = r \times F$

質点系に作用する外力のモーメント N = 質点を構成する各質点に作用する外力のモーメントの和

$$N = \sum_i N_i = \sum_i r_i \times F_i$$

ベクトルの和でないといけない。
角運動量 L と同様に
 N_i がすべて同じ方向なら
スカラー $N_i = F_i l_i$ の和でもよい。

質点系の角運動量の運動法則

$$\frac{dL}{dt} = N$$

(質点の場合と同じ)

問題: 質点系の角運動量の運動法則を証明せよ。

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \sum L_i = \frac{d}{dt} (\sum r_i \times p_i) = \frac{d}{dt} (\sum r_i \times m_i v_i) =$$

質点系の角運動量保存則

質点系の角運動量の運動法則

$$\frac{dL}{dt} = N$$

$$N = 0 \text{ ならば } \frac{dL}{dt} = 0 \text{ なので } L = \text{一定}$$

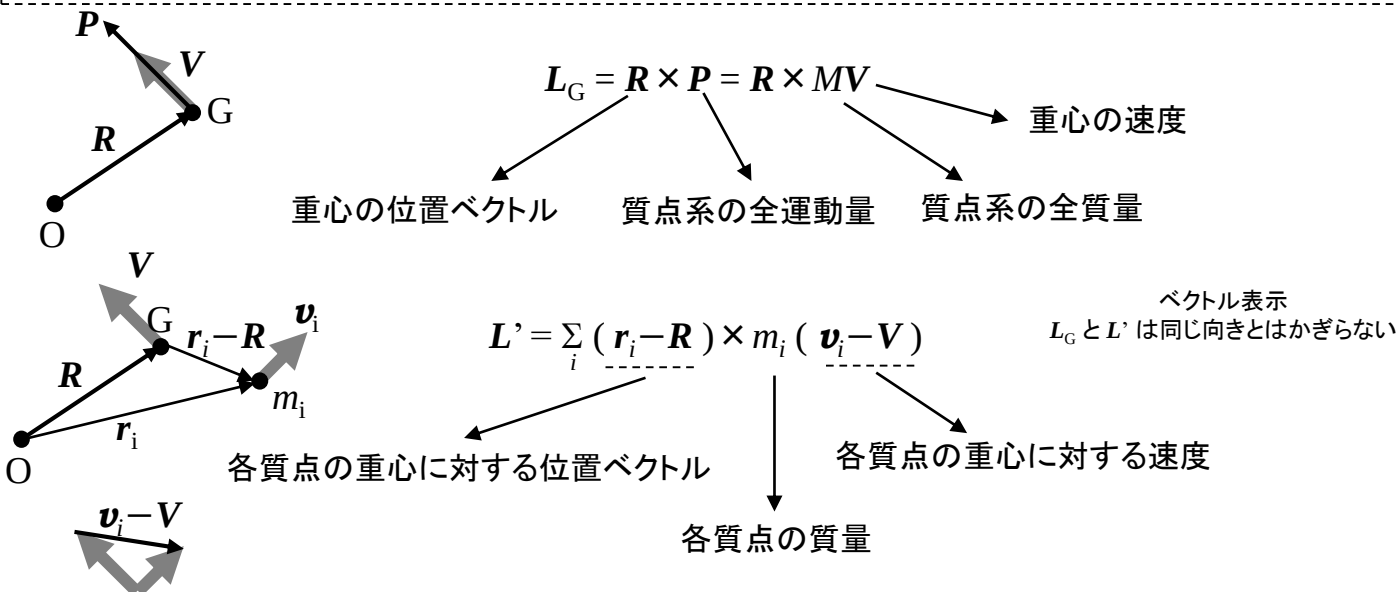
(質点の場合と同じ)

ある点に関する外力のモーメントが 0 ならば、
その点に関する質点系の角運動量 L は時間によらず一定である。

「原点のまわりの重心の回転」と「重心のまわりの回転」の分離

原点のまわりの質点系の角運動量 L

= 原点のまわりの重心の角運動量 L_G + 重心のまわりの質点系の角運動量 L'



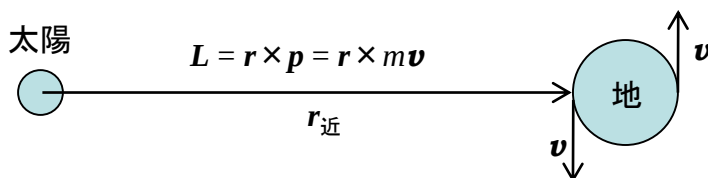
例: 太陽のまわりの地球の角運動量 L

= 太陽のまわりの地球の重心の角運動量 L_G + 重心(地球の中心)のまわりの地球の角運動量 L'

地球の公転の角運動量

地球の自転の角運動量

地球の自転が太陽のまわりの角運動量に寄与するイメージ



太陽に近い部分と遠い部分の自転の速度 v の大きさは同じだが r の大きさは違う。
よって、完全に打ち消し合うことはない。(太陽から遠い部分の角運動量の方が大きい。)

L = L_G + L' の証明

$$\begin{aligned}
 L &= \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i = \sum_i \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i = \sum_i \{ \mathbf{R} + (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \} \times m_i \{ \mathbf{V} + (\mathbf{v}_i - \mathbf{V}) \} \\
 &= \sum_i (\mathbf{R} \times m_i \mathbf{V}) \cdots \textcircled{1} &= L_G \\
 &+ \sum_i \{ \mathbf{R} \times m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V}) \} \cdots \textcircled{2} &= 0 \\
 &+ \sum_i \{ (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \times m_i \mathbf{V} \} \cdots \textcircled{3} &= 0 \\
 &+ \sum_i \{ (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \times m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V}) \} \cdots \textcircled{4} &= L'
 \end{aligned}$$

問題: ①が L_G, ②が 0 になることを示せ。

① $\sum_i (\mathbf{R} \times m_i \mathbf{V}) =$

$$\mathbf{V} = \frac{\sum m_i \mathbf{v}_i}{M}$$

各質点の速度 $\mathbf{v}_i$ を
質量で重みをつけて
平均すると $\mathbf{V}$

② $\sum_i \{ \mathbf{R} \times m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V}) \} = \mathbf{R} \times \sum_i m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V})$ なので、 $\sum_i m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V})$ が 0 なら②は 0

$$\sum_i m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V}) =$$

$$\mathbf{R} = \frac{\sum m_i \mathbf{r}_i}{M}$$

各質点の位置 $\mathbf{r}_i$ を
質量で重みをつけて
平均すると $\mathbf{R}$

③ $\sum (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) m_i = \sum m_i \mathbf{r}_i - \mathbf{R} \sum m_i = M\mathbf{R} - M\mathbf{R} = 0$

④ $L' = \sum (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \times m_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{V})$ (定義そのもの)

外力のモーメント

原点のまわりの外力のモーメント N

となる後で証明

= 原点のまわりに重心を回転させようとする N_G + 重心のまわりに質点系を回転させようとする N'

↓
外力のベクトル和 $\mathbf{F}$ が重心に作用するとしたときの
 $\mathbf{F}$ の原点のまわりのモーメント

$$N_G = \mathbf{R} \times \mathbf{F}$$

↓
重心のまわりの外力のモーメント

$$N' = \sum_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}) \times \mathbf{F}_i$$

問題: $N = N_G + N'$ を証明せよ。ヒントはこのページの上の証明

$$N = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i =$$

角運動量の運動法則

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{N} \quad \text{とともに}$$

$$\frac{d\mathbf{L}_G}{dt} = \mathbf{N}_G \quad ,$$

$$\frac{d\mathbf{L}'}{dt} = \mathbf{N}' \quad \text{も成り立つ}$$

質点系の角運動量の運動法則
(証明済み)

両脇が成り立てば成り立つ

質点系の角運動量の運動法則を
重心に対して適用
(原点Oを重心Gにとった。)



問題: 持ち運ぶ際に揺らさない(カチカチと玉同士が衝突しない)ようにするには、どうすればよいか？

実験

- ① 1つの球を引き上げて、手を離してみる。
- ② 2つの球を引き上げて、手を離してみる。
- ③ 3つの球を引き上げて、手を離してみる。
- ④ 4つの球を引き上げて、手を離してみる。

問題: なぜ上のようなになるのか？

例えば②の場合、2つ分の玉の質量の1つの物体を同じ速度で衝突させると
②のような結果にならない。上のような結果になるのは、どのように解釈すればよいのか？