Q & A

Q: 試験で微分方程式はでますか？（RLC回路のような）
A: 難しい微分方程式（CR回路、LR回路、RLC回路等）の解き方を問うような問題は出ません。解いた結果である電流の関数の形や、時定数等に関しては出るかも。

Q: 東日本と西日本で周波数が異なるのはなぜですか？適した周波数で機器を使わなかった場合、何が起きますか。
A:明治に東京には「ドイツ製」の発電機が、大阪には「アメリカ製」の発電機がそれぞれ輸入されましたが、前者は、周波数が「50Hz」、後者は、周波数が「60Hz」でした。それが、そのまま周辺に広がっしまいました。後半の質問に関しては、家庭用の電化製品は、50 Hz でも 60 Hz でも問題なく使用できるもの①が多いですが、周波数が変わると、使えるが能力が変わるもの②、そのままでは使えず部品交換等が必要なもの③があります。

①:電球や電気ストーブ、コタツ等、単純に電気を光やエネルギーに変換しているものは問題ありません。直流に変換して使用するPC等の機器もOK。

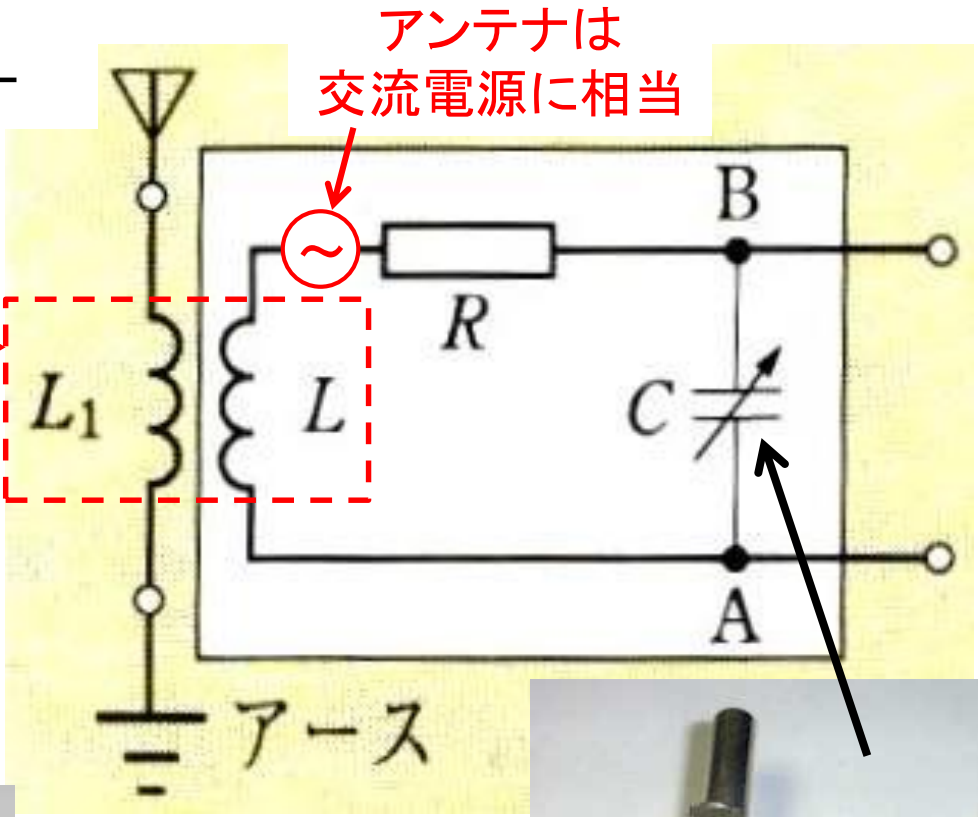
②:交流モーターを使用している扇風機等は50Hz と 60Hz で能力や消費電力が異なる。（右の写真参照）

③:ここ10年以内に製造された電化製品には無いようです。
古い電子レンジや洗濯機、蛍光灯の中には、
どちらかでしか使用できない製品があるようです。経験者は？

(参考)同調回路

(RLC回路)

ラジオやテレビの受信機は、共振を利用して特定の周波数の放送を選び出す



ゲルマニウムラジオは
電池は必要ない。
電波のエネルギーで動作する。

variable
バリコン
可変コンデンサ

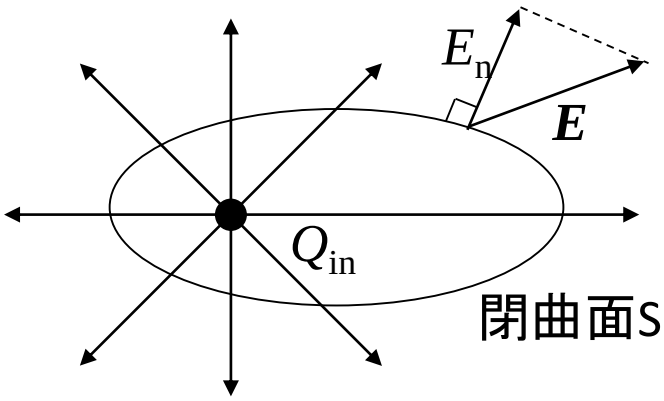
22.1 マクスウェル方程式 p285

電磁気学は4つの方程式（マクスウェル方程式）にまとめることができる。

① 電場 E のガウスの法則

$$\iint_S E_n \, dA = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

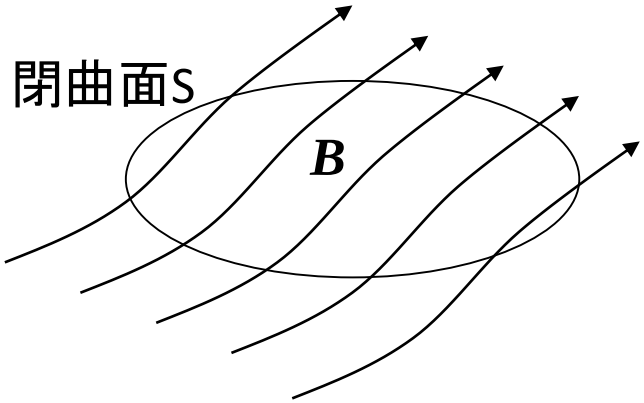
閉曲面Sから出てくる電気力線束 Φ_E は
閉曲面の中の総電荷に比例する。



② 磁場 B のガウスの法則

$$\iint_S B_n \, dA = 0$$

閉曲面Sから出ていく磁束 Φ_B は 0
（ 磁荷は存在しないので）



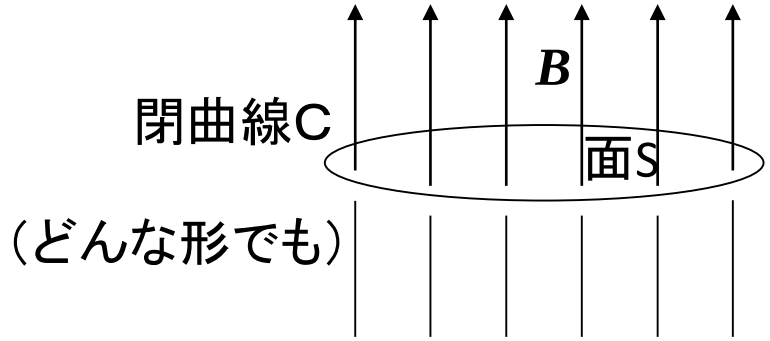
磁荷が存在しないだけで、①と②は同じ形をしている
①と②が4つのマクスウェル方程式の内の2つ。

ファラデーの電磁誘導の法則

誘導起電力V_{i}

③ $\oint_{\mathrm{c}} E_{\mathrm{t}}\,\mathrm{d}s = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{B}}}{\mathrm{d}t} = -\iint_{\mathrm{S}} \dfrac{\partial B_{\mathrm{n}}}{\partial t}\,\mathrm{d}A$

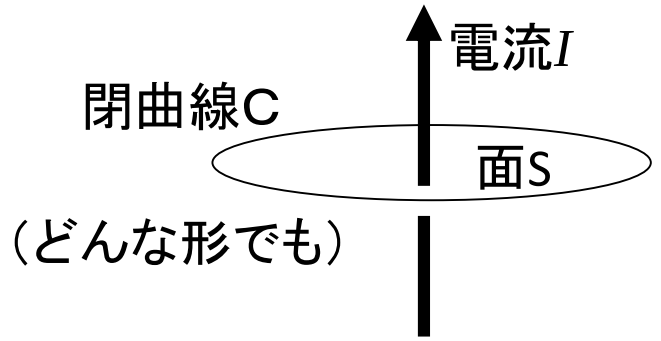
E_{t}は閉曲線C上の電場 $\boldsymbol{E}$ の接線方向成分



アンペールの法則と・・・

④ $\oint_{\mathrm{c}} B_{\mathrm{t}}\,\mathrm{d}s = \mu_0 I$ + 今日説明する項

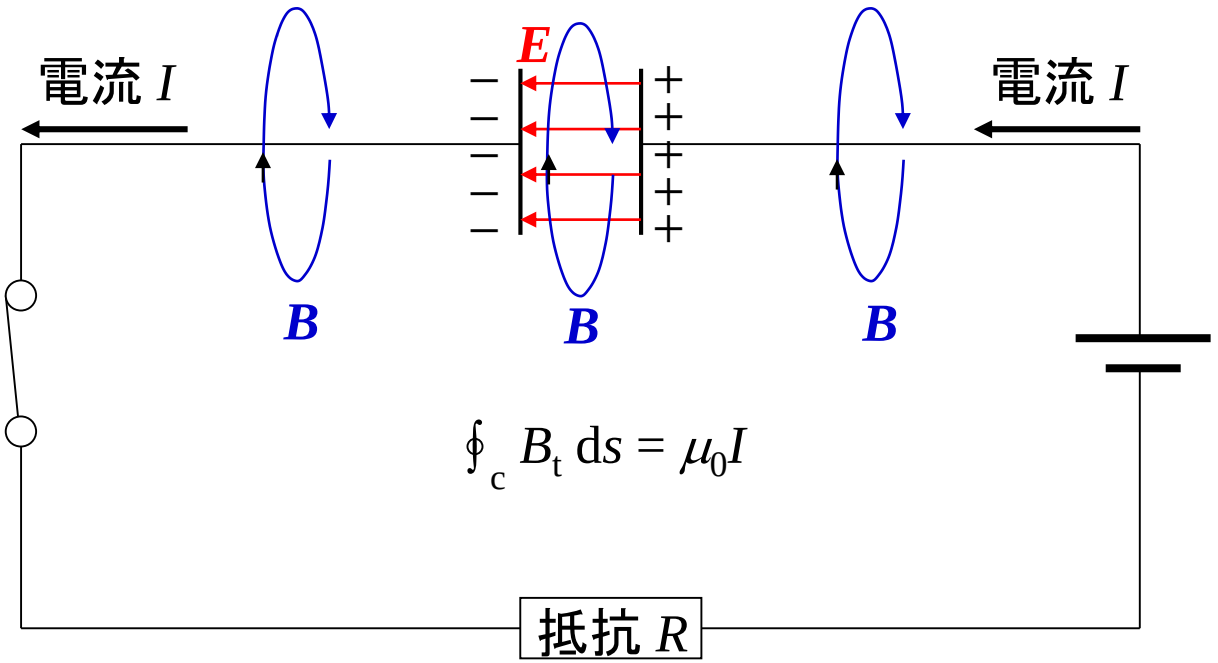
B_{t}は閉曲線C上の磁場 $\boldsymbol{B}$ の接線方向成分



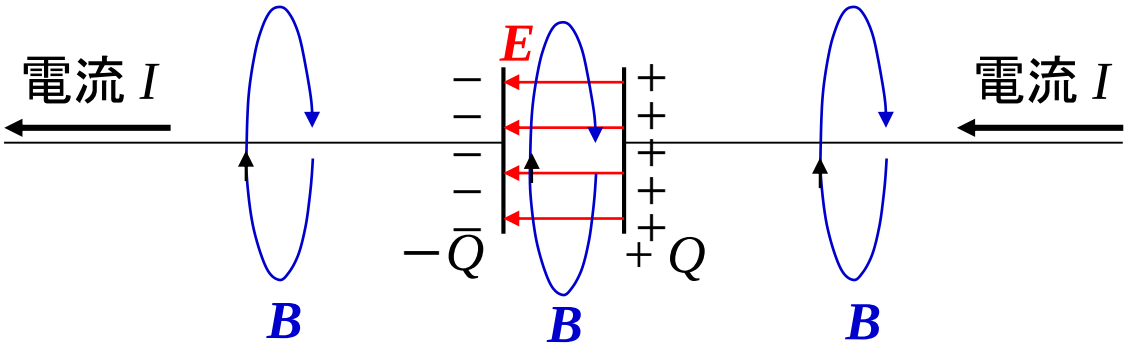
マクスウェル方程式のうちの3つ（①②③）と残り1つの半分（④）をすでに勉強した。
これから勉強する項を④に加えると、③と④は、①と②と同様に対称的なものになる。

アンペールの法則は電場が時間的に変化する場合成り立たない。

下の図の3ケ所の磁場は、同じであることが実験的に確かめられている。
キャパシターの部分は電流 0 なのでアンペールの法則は成り立っていない。



充電中のキャパシター
極板間の電場 E は時間とともに大きくなっている。
「電場の変化が磁場（誘導磁場）をつくる。」とすれば良さそう。
（対応）磁場の変化が電場（誘導電場）をつくる。



極板の電荷 Q と電流 I の関係は、$I = \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$

電場のガウスの法則より電荷 Q からは $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本の電気力線が発生しているので、

極板間の電気力線束 $\Phi_{\mathrm{E}} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$　　$Q = \varepsilon_0 \Phi_{\mathrm{E}}$

よって $I = \dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_0 \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{E}}}{\mathrm{d}t}$

つまり、$\varepsilon_0 \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{E}}}{\mathrm{d}t}$ は電流 I と同等（同様に磁場をつくる）とすればよい。

よってアンペールの法則を以下のように修正すればよい。

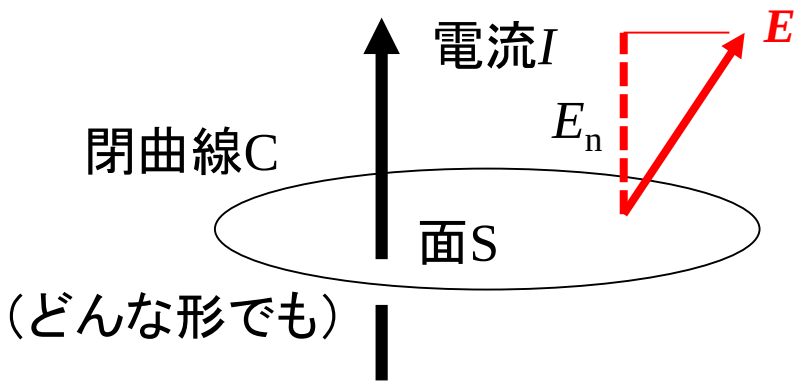
$$\oint_{\mathrm{c}} B_{\mathrm{t}}\,\mathrm{d}s = \mu_0\left(I + \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{E}}}{\mathrm{d}t}\right)$$

$$\oint_c B_t \, ds = \mu_0 (I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt})$$

磁束Φ_Bの変化が誘導電場を生じたように電気力線束Φ_Eの変化が誘導磁場を生じる。

誘導電場の電気力線が閉曲線だったように誘導磁場の磁力線も閉曲線

（磁力線はすべて閉曲線）



閉曲線Cを縁とする面Sを貫く電気力線束は

$\Phi_E = \iint_S E_n \, dA$ なので

$$\oint_c B_t \, ds = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial E_n}{\partial t} \, dA$$

マクスウェル-アンペールの法則

（マクスウェル方程式の④式）

電場 $\boldsymbol{E}$ は位置の関数でもあるので偏微分になっている。

マクスウェル方程式の③式と④式の比較

③ファラデーの電磁誘導の法則

$$\oint_c E_t \, \mathrm{d}s = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -\iint_S \frac{\partial B_n}{\partial t} \, \mathrm{d}A$$

電流 I は電荷の流れである。
磁荷は存在しないので、
ファラデーの電磁誘導の法則には
磁荷の流れに対応する項がない。

④マクスウェル-アンペールの法則

$$\oint_c B_t \, \mathrm{d}s = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial E_n}{\partial t} \, \mathrm{d}A$$

$\mu_0 \varepsilon_0$は定数である。この値は
単位のとり方によって変わってくる。
$\mu_0 \varepsilon_0$が1となる（上の式に現れなくなる）
単位系を選択することもできる。
よって、$\mu_0 \varepsilon_0$の存在は、③式と④式の
対称性を否定するものではない。
符号も正の向きの決め方による。

ちなみに $\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{\sqrt{c}}$　c は光速（3.0×10^8）

例：長さの単位のメートルは、
その大きさである必然性は何もない。

よってマクスウェル方程式の③式と④式は対称的である。
見かけの違いは磁荷が存在しないことと、人間が勝手に選んだ単位系による。

まとめ

マクスウェル方程式

① 電場 E のガウスの法則

$$\iint_S E_n \, dA = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

② 磁場 B のガウスの法則

$$\iint_S B_n \, dA = 0$$

③ファラデーの電磁誘導の法則

$$\oint_c E_t \, ds = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\iint_S \frac{\partial B_n}{\partial t} \, dA$$

④マクスウェル-アンペールの法則

$$\oint_c B_t \, ds = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial E_n}{\partial t} \, dA$$

電場と磁場に対する4つの基本法則。力学における $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ のようなもの。

最終目標に達したので
ここから先は
割愛した部分、
これまでの補足、
練習問題等

20.3 ホール効果 p252

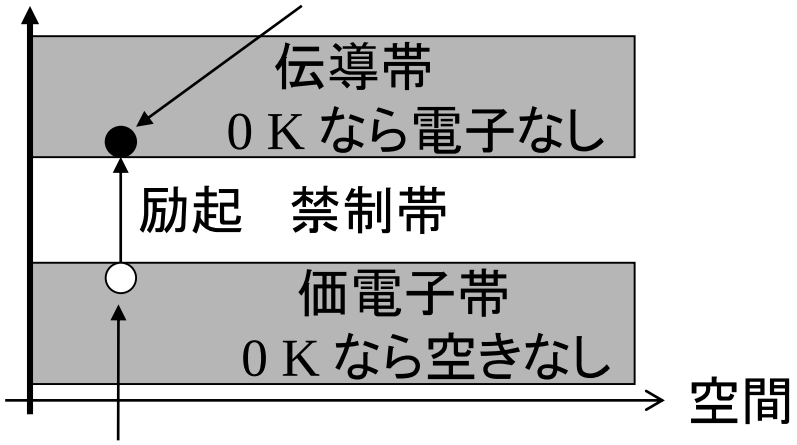
（復習）　　（Hall）

金属の場合、電流を担っているのは [自由電子] である。

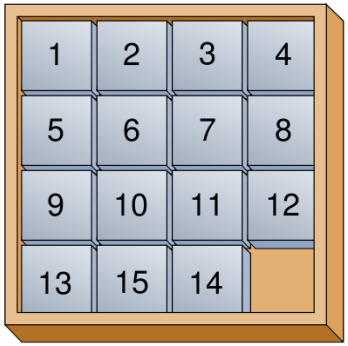
半導体の場合、
電流を担っているのは [自由電子] と [正孔] である。

（伝導電子）　　（ホール, hole ）

半導体中の
電子の
エネルギー



正孔の
イメージ



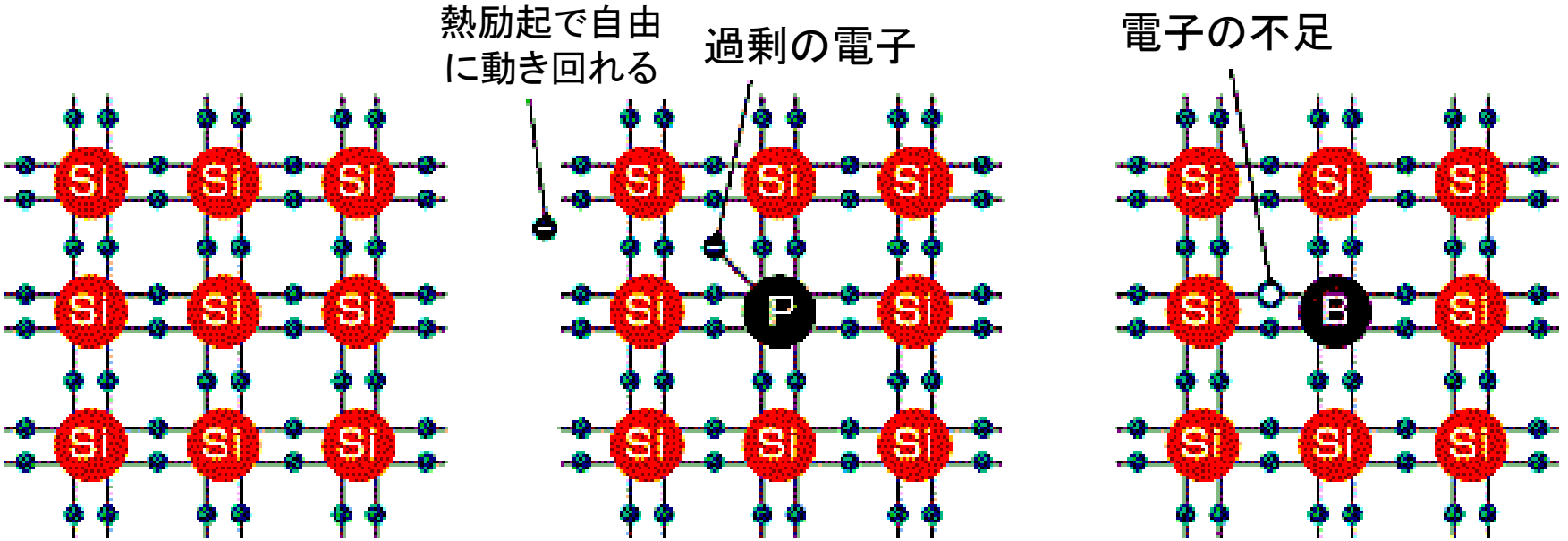
15パズルに似ている。16枚のピースが入っていると身動きがとれないが、1枚抜くと、空き（正孔）はピース（価電子）が移動することで移動できる。実際に動くのは、価電子だが正孔は正の電荷の粒子のようにふるまう。

真性半導体、p型半導体、n型半導体

下の左の図のような混ぜ物のない半導体を真性半導体という。例：シリコン（ケイ素）の純粋な単結晶。真性半導体では、自由電子の数＝正孔の数である。

真性反動体に5価の元素（リン、ヒ素）を少量まぜると　n型半導体（電流を担うのは自由電子）になる。これは5価の元素の過剰な電子が自由電子になりやすいからである。混ぜる量を増やすと、自由電子の数も増える。

真性半導体に3価の元素（ホウ素、アルミニウム）を少量まぜると　p型半導体（電流を担うのは正孔）になる。これは3価の元素の電子の不足が正孔になりやすいからである。混ぜる量を増やすと、正孔の数も増加する。



何も加えない状態のシリコン（真性半導体）

n型半導体（リン（P）を加えた場合）

p型半導体（ホウ素（B）を加えた場合）

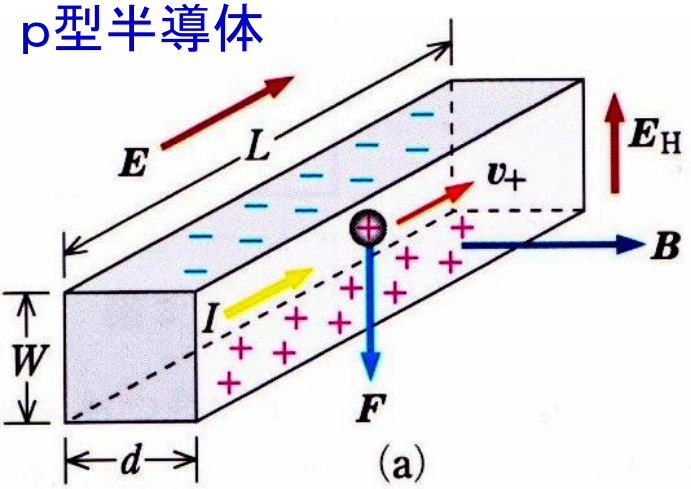
③

半導体に左の図のように電場 E と磁場 B をかける。

↓

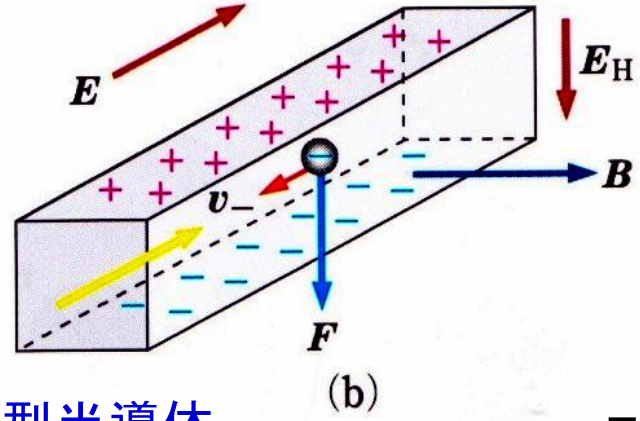
自由電子または正孔は磁気力 F を受ける。
磁気力 F の向きはどちらも同じである。
左の図の場合はどちらも下向き。

p型半導体



p型半導体の場合
上面は − に帯電し、下面は ＋ に帯電する。

n型半導体の場合
上面は ＋ に帯電し、下面は − に帯電する。



n型半導体

このような効果を［ホール］効果という。

p型かn型かは、ホール効果で判別できる。

帯電した電荷によってホール電場 E_H が生じる。
この電場による電気力 qE_H と磁気力 $q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ がつりあい
自由電子や正孔は直進する。
ホール効果の大きさは磁場 B の大きさに比例するので、
テスラメータのセンサー等に利用できる。

テスラメーター（磁場 Bの大きさを測定する装置）

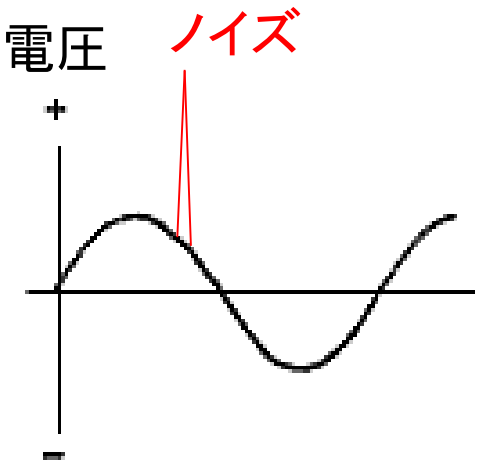
コイルとノイズ（応用）

↑

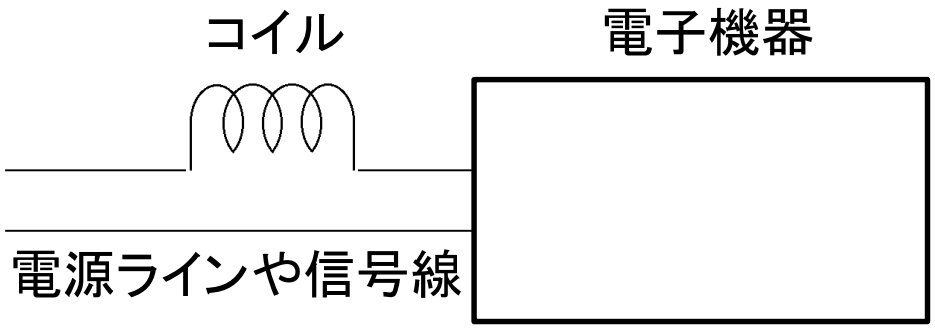
雷や他の電子機器等で発生し電線等を伝播

コイルには、電流が急激に変化するのを妨げる効果がある。

コイルのインピーダンスは抵抗を無視するとωLで
振動数（周波数）に比例する。
直流や低周波（コンセントの60Hz等）は
コイルを通過できても、
1MHzといったノイズはコイルを通過できない。



電源ライン等を通してノイズが機器に進入すると、
誤作動や故障の原因になる。
コイルはノイズの侵入を防ぐことができる。

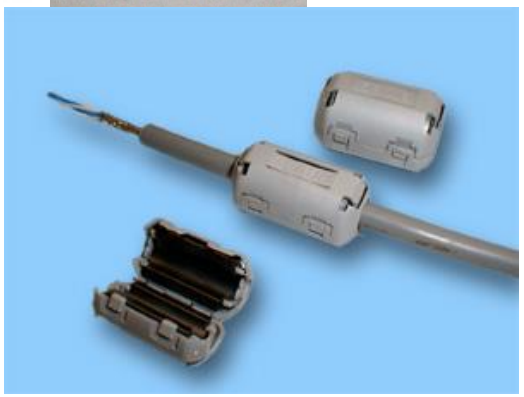


ノイズフィルター、フェライトコア

電源ラインや信号線の途中を切断してコイルを直列に挿入しなくても同様の効果

フェライトコア
比透磁率（～10000）

← このようにすれば、線を切断しなくても
コイルを直列に挿入したのと同じ効果



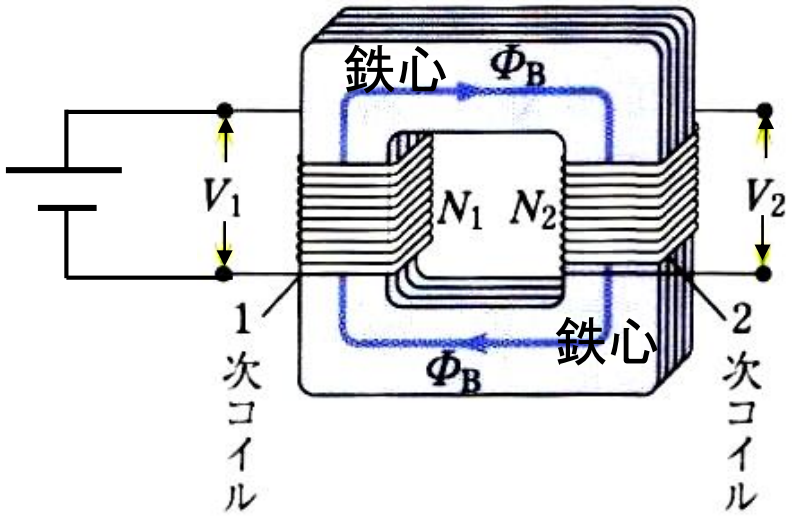
← 巻き付ける必要もない
ただ装着するだけのものもある。
実物参照

注意してみると、様々なケーブルに付いています。

変圧器（トランス）の問題②

下のトランスの１次コイルに電池（起電力 1.5 V, 内部抵抗 0.5 Ω）を接続する。
２次コイルには何もつながない。１次コイルの電気抵抗は 0 で
１次コイルの自己インダクタンス L は 0.1 H とする。どうなるか？

注：通常、トランスに直流の電池を接続することはありません。

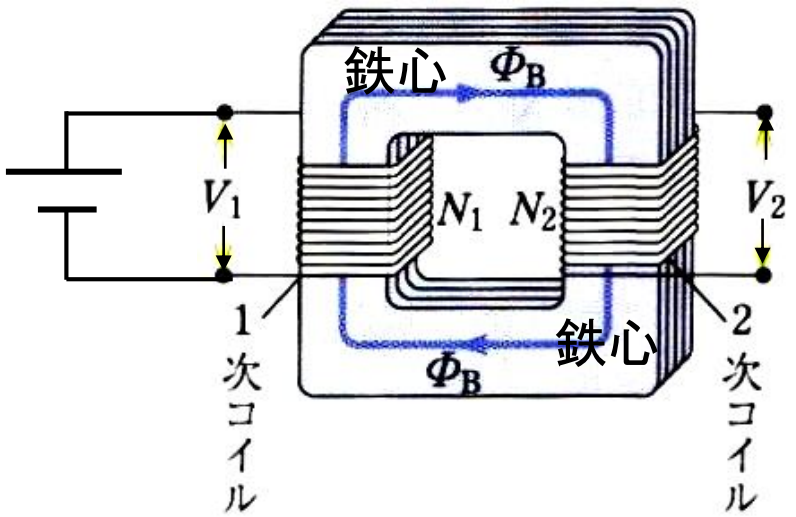


接続した直後を除くと
電池を抵抗のない導線で
ショートさせたのと同じである。
電池は 3 A の電流が流れ
$P = VI = RI^2 = 4.5$ [W] の
ジュール熱が発生し、
電池が高温になって破裂したり
液漏れの危険性がある。

接続した直後は、LR回路で勉強したとおり。
時定数 $\tau = L/R = 0.2$ 秒で電流は 0 A から 3 A まで増大する。
L が大きく R が小さい特殊な場合なので、時定数は長い。

変圧器（トランス）の問題②つづき

⑦の状況で、$t = 0$ に電池を1次コイルに接続したときの V_2 について説明せよ。
以前のプリントや教科書を見てよい。



$$I(t) = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

$$I(t) = \frac{V}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$I(t) = 3\left(1 - e^{-5t}\right)$$

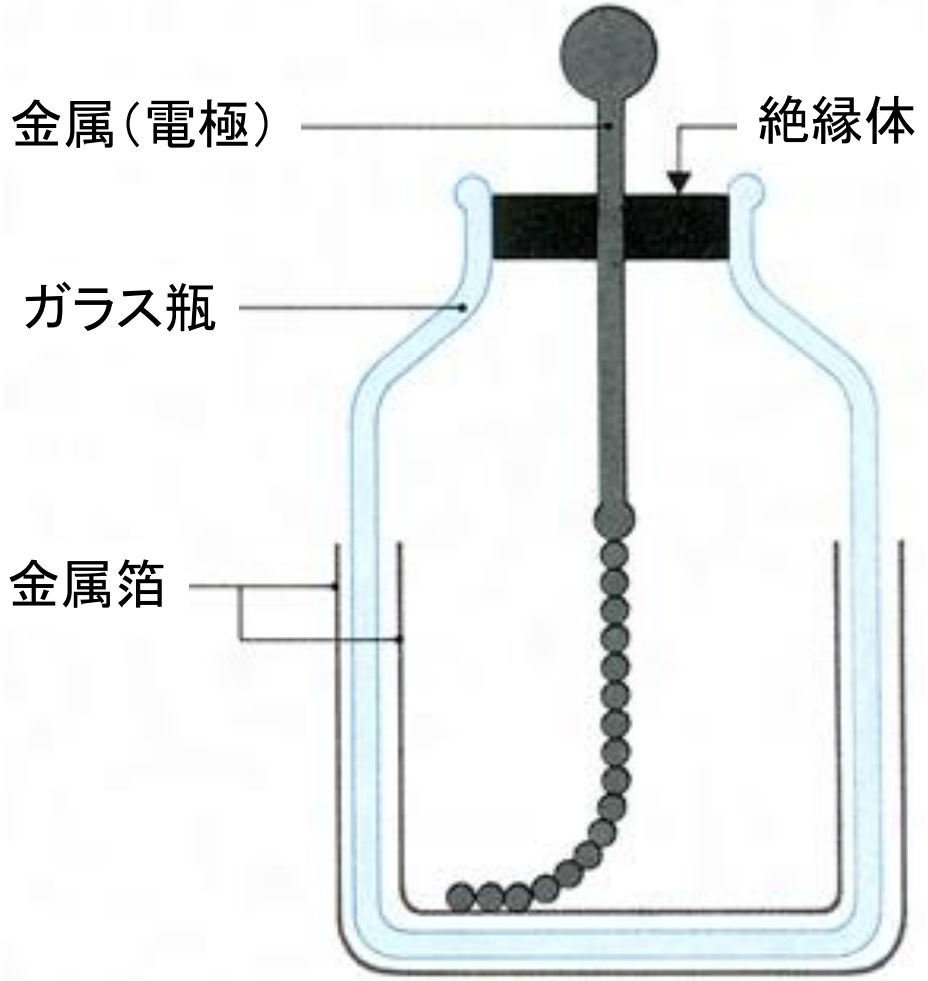
1次コイルに発生する逆起電力の大きさは、$V_i = L\dfrac{dI}{dt} = 1.5\, e^{-5t}$

2次コイルに発生する誘導起電力の大きさは V_i の $\dfrac{N_2}{N_1}$ 倍なので

$$V_2 = 1.5\,\frac{N_2}{N_1}\,e^{-5t}$$

ライデン瓶

オランダのライデン大学で発明された。
原理は以前紹介した手作りキャパシターと同じだが、
製品なので、電気容量も大きいし、
コロナ放電対策もされているので、貯められる電圧も高い。



ライデン瓶で実験

ライデン瓶の電気容量を測定：＿＿＿＿pF，手作りキャパシターは＿＿＿＿pF

バンデグラフ発電機で両方を充電。違いを観察。

両方を放電させてみる。違いを観察。

ライデン瓶の火花放電の間隔は＿＿＿＿mm，手作りキャパシターは＿＿＿＿mm