Q:「慣性モーメントが回転しにくさを表す」という理解で大丈夫ですか？
A: はい。それでよいです。

Q:「I_G が大きい方が転がりにくい」ということの上手な理解の仕方がありますか？
A: 昨日、授業の後に似たような質問をされました。上の質問の意図とは違うかもしれませんが、関連することなので、少し授業の補足をします。

教科書の 99 ページの図 8.11 に載っている剛体のうち、転がるものは、球、(薄い)球殻、(薄い)円筒、円柱の4種類です。(厚い円筒は複雑なので除外)

	球	球殻	円柱	円筒
慣性モーメント I_G	$2/5\ MR^2$	$2/3\ MR^2$	$½\ MR^2$	$1\ MR^2$

最初の質問の「回転しにくさ」(＝慣性モーメント)と「転がりにくさ」は同じではありません。例えば上の4つの剛体は、剛体の質量 M が2倍になるのと慣性モーメント(回転しにくさ)は2倍になりますが、転がりにくさ(転がる速さも)は変わりません。半径 R も同様です。R が2倍になると、慣性モーメント(回転しにくさ)は4倍になりますが(このとき、M は変化しないとしているので、剛体の密度は減少している)、転がりにくさ(転がる速さも)は変わりません。

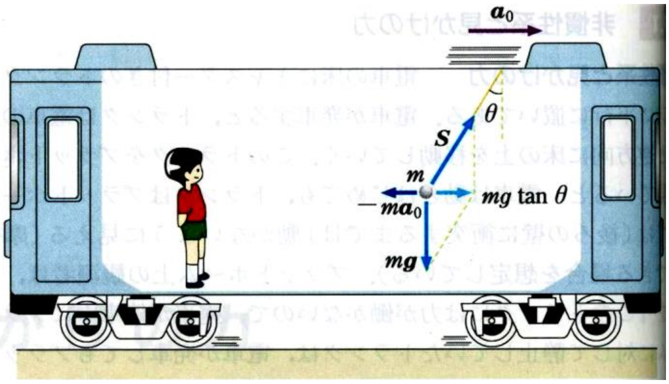
回転運動の法則 $I_G \dfrac{d\omega}{dt} = N = FR$ で考えてみましょう。

剛体の質量 M が2倍になると、左辺の I_G も2倍になりますが、右辺の N も2倍になり、ω に影響しません。

剛体の半径 R が2倍になると、左辺の I_G は4倍になりますが、右辺の N も2倍になり、ω の変化は半分になります。しかし、転がる速さは $R\omega$ なので、ω が半分でも R が2倍なので転がる速さは変わらなのです。

転がる速さは、剛体の質量 M も剛体の半径 R も関係しませんが、剛体の形状には関係します。剛体の慣性モーメントの MR^2 の係数のことです。この係数が大きいほど転がりにくいです。よって転がる速さは、速い順に、球、円柱、球殻、円筒の順になります。

問1：図のように、加速度 $\boldsymbol{a}_0$ で加速運動をしている電車がある。
電車の天井におもりをつけたひもを吊るすと、ひもは鉛直方向を向いていない。（吊革も同じ）

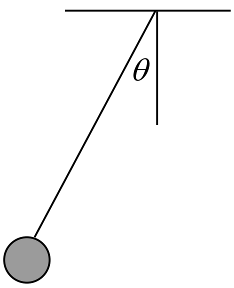


この現象を（1）地上の観測者（慣性系）はどう説明するか？（2）電車の観測者（非慣性系）はどう説明するか

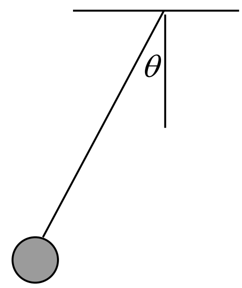
（運動の法則を使って）
$ma = F$

（慣性力を導入し、運動の法則を使って）
$ma = F$

（1）



（2）



問2（p110）エレベータが降りはじめるとき、体（質量 m）が軽くなったように感じる。
下向きの加速度が $1\ \mathrm{m/s^2}$ の場合、50 kg の人が床から受ける垂直抗力の大きさはいくらか。
地上の観測者と、エレベータに乗っている観測者の立場で導け。$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$ とせよ。

地上の観測者（慣性系）
（慣性力を用いずに）

エレベータに乗っている観測者（非慣性系）
（慣性力を導入して）

エレベータを吊るしている綱が切れると、垂直抗力はどうなる？

飛行機が、砲弾と同じように（速度も）放物線を描いて飛ぶと、内部は無重量状態になる。
綱が切れて自由落下するエレベータと同じ。（スペースシャトルも）同じ。

[ビデオ参照]

スペースシャトルの軌道における
重力は地上と大差ない

遠心力 p111

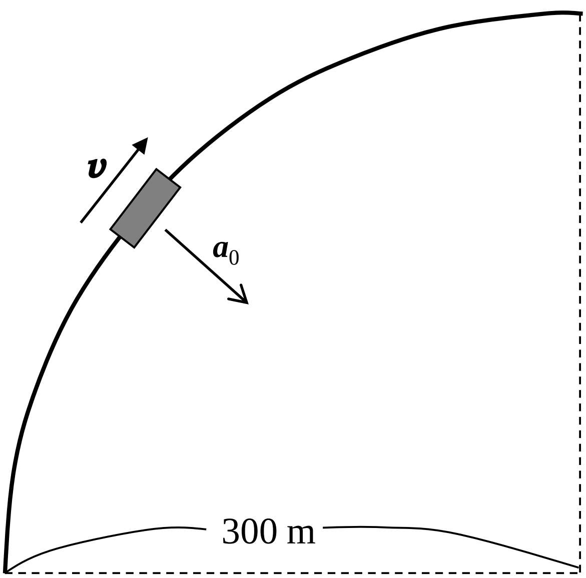
向心力、向心加速度（復習）

質量 m の質点が速さ v で半径 r 、角速度 $\omega = \dfrac{v}{r}$ の等速円運動をしているとき

向心加速度 a:　$\dfrac{v^2}{r} = v\omega = r\omega^2$

向心力 F:　$m\dfrac{v^2}{r} = mv\omega = mr\omega^2$　　　$F = ma$

問題：福知山線の脱線事故では、列車は 108 km/h (30m/s) でカーブに突っ込んだ。
線路の半径を 300 m とした時、列車や乗客の加速度（向心加速度）の大きさはいくらか



（加速度運動）
等速円運動をしている電車に固定された座標系では
運動の法則を成り立たせるためには、慣性力
（見かけの力）を導入しなければならない。
向心加速度が $\boldsymbol{a}_0$ のとき、慣性力は $-m\boldsymbol{a}_0$である。

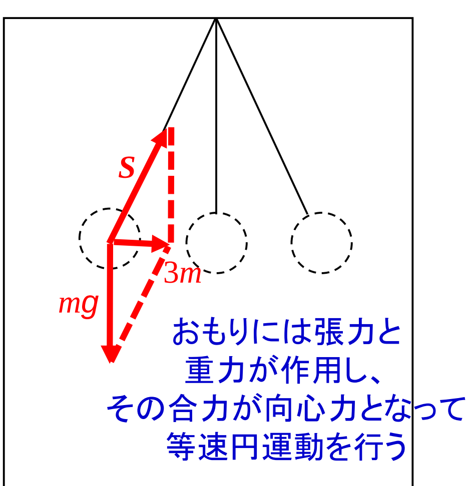
この慣性力は向心力と逆方向なので $\boxed{}$ という。
遠心力の大きさは向心力の大きさに等しい

遠心力の大きさ:　$m\dfrac{v^2}{r} = mr\omega^2$

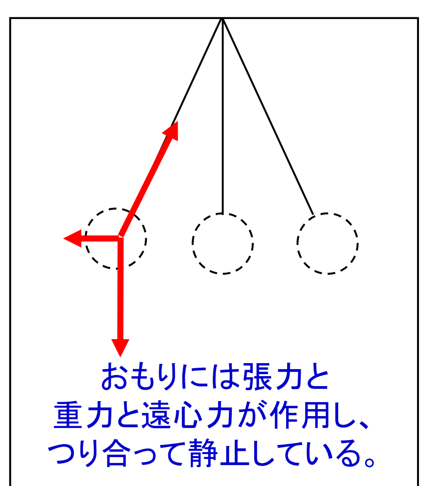
遠心力は、見かけの力であり、実際は存在しない。
（経験より運動の法則が成り立つと考え、あるように感じる力）

[問題] 上の電車の天井から吊るされているおもり（質量 m ）の様子を以下の二つの座標系で説明せよ。下の図（電車の断面図）でおもりの様子を一つ選び、図に作用する力を書き込め。電車の進行方向は、紙面の手前から奥。円運動の中心は電車の右側にある。

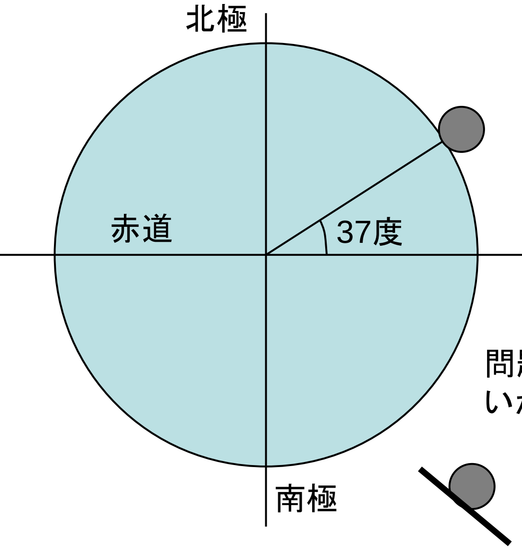
地面に固定された座標系（慣性系）で考える場合



電車に固定された座標系（非慣性系）で考える場合



問題: 地球は自転しているので、地表に固定された座標系は厳密には慣性系ではない。
地球の半径を 6400 km 、自転周期を1日としたとき、北緯37度の富山において、
体重 50 kg の人に作用する自転による遠心力を求めよ。また、重力に対する割合も求めよ。
ただし、cos 37度≒0.80 とせよ。また、地表に固定された系において物体（人）に働く力を図示せよ。
（この問題では非慣性系）　（慣性力も）



同じ体重計を使うと
赤道より北極点で測定した方が値が大きい

問題: 富山において水平面においた球が赤道側（南）に転がって
いかないのはなぜか？

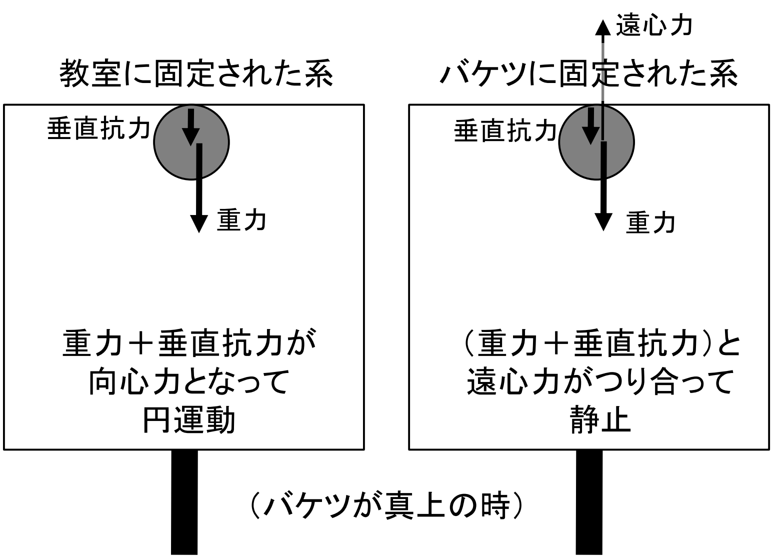
ヒント: 地球が完全な球なら転がっていく
地球の赤道半径は 6378 km
極半径は 6357 km である。

地表での重力は万有引力＋遠心力である。
重力加速度 g は、遠心力の効果を含んでいる。
万有引力の矢印の先に地球の中心があるが
重力の矢印の先に、地球の中心はない。

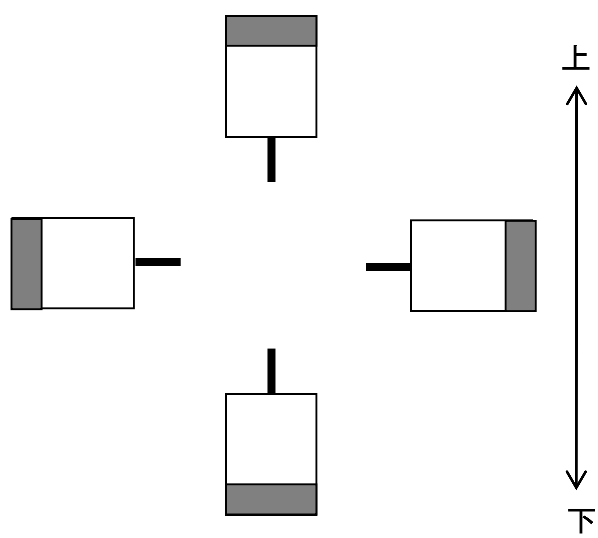
地面に固定された系は、ほぼ慣性系であるが、この問題のように、
地球の自転の効果を考慮する必要がある場合は、非慣性系として扱わなければならない。
遠心力は慣性力（見かけの力）で実際には、存在しない力であるが、
非慣性系では、慣性力を含めて考えないと運動の法則が成り立たない。

バケツの実験

[実演]　右の図のようにバケツに水を入れ、
振りまわすとバケツの水はこぼれない。
水のかわりにバケツの中の物体で考えてみる。

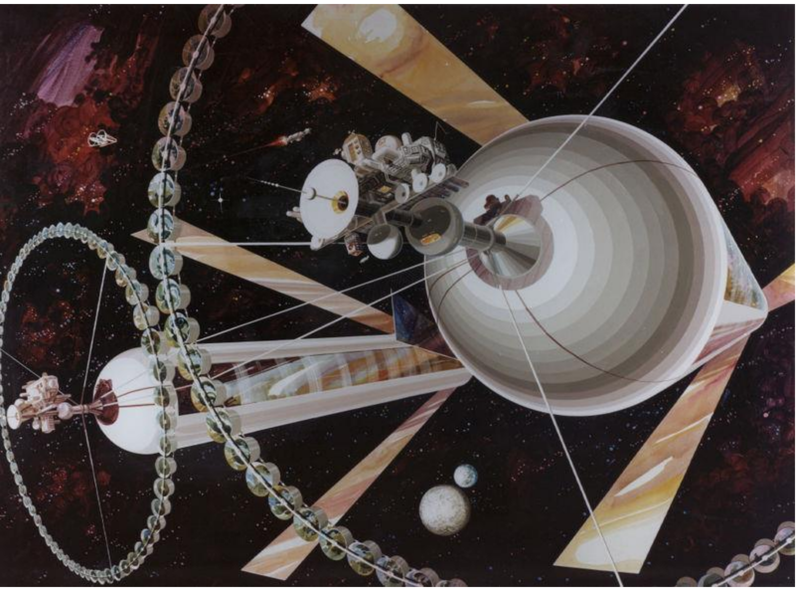


（バケツが真上の時）



無重力で実験すると
バケツに固定された系では常に
垂直抗力と遠心力がつりあって静止
遠心力は地表における重力と同じ役割
（地表では、垂直抗力と重力がつりあって静止）

スペースコロニー



プリンストン大のオニールが提唱した
シリンダー型スペースコロニー

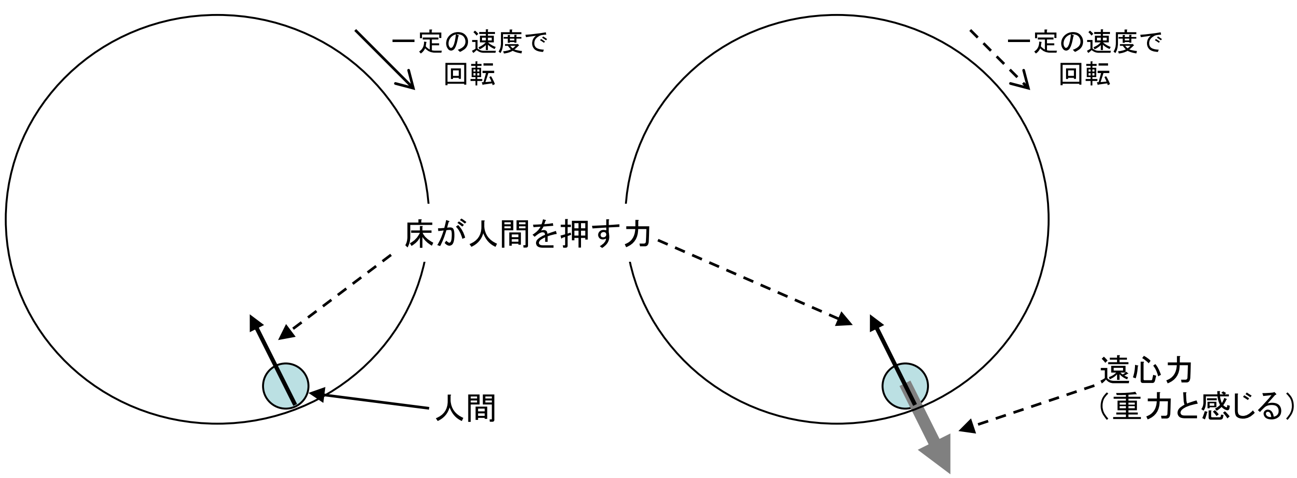
形　状 ： 円筒状
居住人員 ： 1000万人
サイズ ： 長さ 30 km, 直径 6 km
自転周期 ：（下の問題で計算）
昼　夜 ： 地上と窓が交互に3つずつ
構造物重量： 3000万トン以上

富山市42万人
富山県109万人

ガンダムでも登場。

しくみは、前ページのバケツの問題とほぼ同じ。

慣性系　　　　物体があるコロニーの床に固定された座標系



床が人間を押す力が向心力となって円運動

床が人間を押す力と遠心力がつり合って静止
人間が感じる力は地上での重力と全く同じ

問題：宇宙空間に半径 3 km の円筒状（空き缶のような形）のスペース・コロニーがある。
円筒部分の居住スペースに地上と同じ 10 m/s^2 の重力（本当は見かけの力である遠心力）
を発生させるためには、コロニーの回転周期はいくらにすればよいか？

コロニーの重力は地球と同じでなくてもよい。

コリオリの力　p111

例：カーブを曲がっている電車に固定された座標系

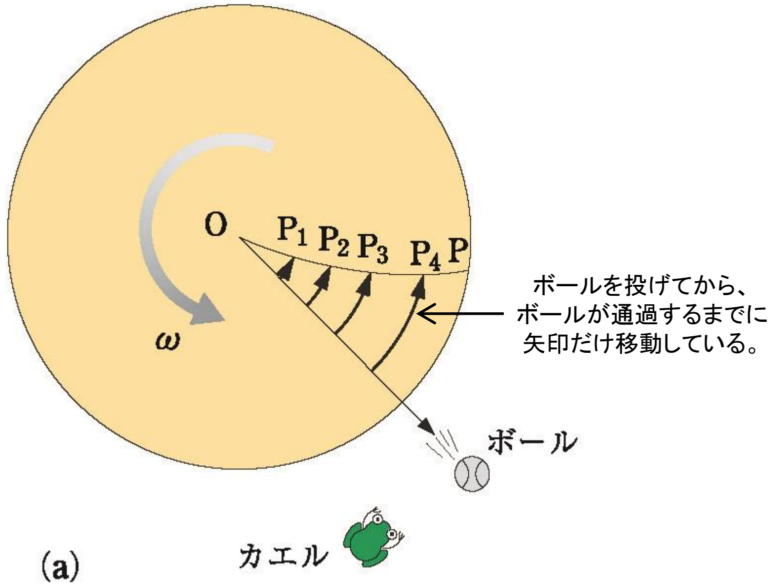
回転している座標系において**静止**している物体に働く慣性力　・・・・・　遠心力

回転している座標系において**運動**している物体に働く慣性力　・・・・・　遠心力と**コリオリの力**

が働くと考えると
回転している座標系において運動の法則が成り立つ

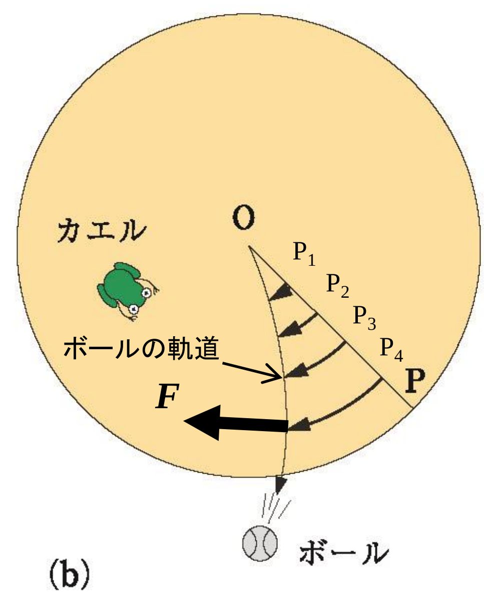
回転台の中央 O から点 P に向かってボールを速度 $\boldsymbol{v}$ で投げる　（重力は無視）

慣性系から見たボール運動



ボールは等速直線運動をする。
ボールが回転台の端に達するまでに
点 P は移動するので、
ボールの軌跡は点 P を通らない。

回転座標系から見たボール運動



ボールは回転板上を図のような曲線を描いて動く。
回転座標系の観測者は、ボールに力 $\boldsymbol{F}$ が働いて
ボールの軌道が曲がったように感じる。
実際に力 $\boldsymbol{F}$ を及ぼしているものは存在せず、
この力 は見かけの力（慣性力）である。

この力 $\boldsymbol{F}$ が $\boxed{}$ である。

コリオリの力 $\boldsymbol{F}$ の大きさは、　$F = 2m\omega v' \sin\theta$
向きは、回転軸と速度 $\boldsymbol{v}'$ の両方に垂直

次頁のベクトル積を使った
表現の方が単純明快

m：ボールの質量、$\boldsymbol{v}'$：回転座標系で見たボールの速度、
ω：回転台（回転座標系）の角速度、θ：回転軸と速度 $\boldsymbol{v}'$ のなす角

コリオリの力の式の証明は難しいので省略します。
教科書 p113に証明が載っています。

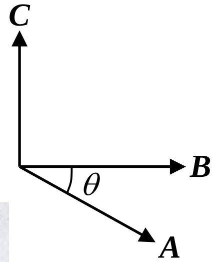
コリオリの力の式：$\boldsymbol{F} = 2m\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{\omega}$

コリオリの力

回転座標系における速度

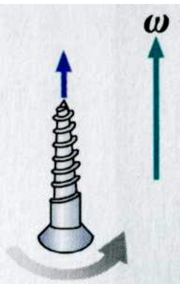
大きさ：回転座標系の角速度 ω
方向：回転軸
向き：回転の向きに右ねじをまわすとねじの進む向き

ベクトル積（復習）
$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$

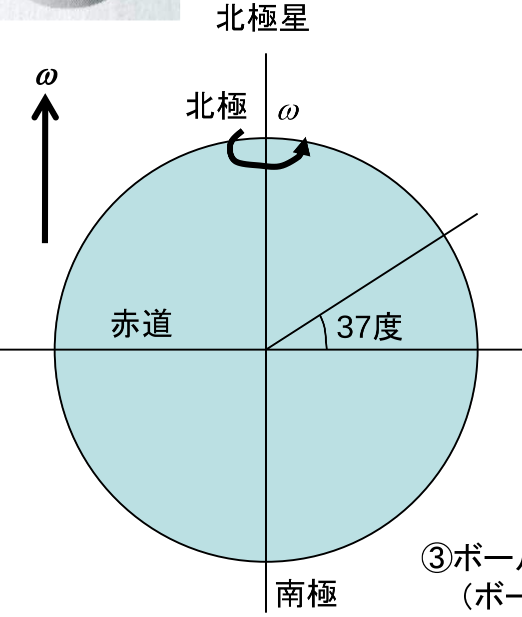


$\boldsymbol{C}$ の方向は $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ に垂直。
$\boldsymbol{C}$ の向きは$\boldsymbol{A}$の矢印の先から$\boldsymbol{B}$の先に右ねじを回した時に右ねじの進む向き、
$\boldsymbol{C}$ の大きさは $|A|\,|B|\sin\theta$（θ は$\boldsymbol{A}$と$\boldsymbol{B}$のなす角） $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ を2辺とする平行四辺形の面積

右ネジ



問題：地球の自転によるコリオリの力はどの程度の力なのか？
① 自転の角速度 ω を求めよ。また、ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ の向きを指し示せ。（黒板は南）



②北緯37度の富山で、ピッチャーが北に向かって水平に時速 144 km/h（40 m/s）のボールを投げた。200 g のボールに働くコリオリの力の大きさとボールのコリオリの力による加速度はいくらか？
$\sin 37^\circ = 0.6$、$\cos 37^\circ = 0.8$ とせよ。

③ボールは40 m進む間に、コリオリの力によりどちらにどれだけずれるか
（ボールの軌跡は放物線を描くが、ボールは水平に飛んだとせよ。）
（重力無視）

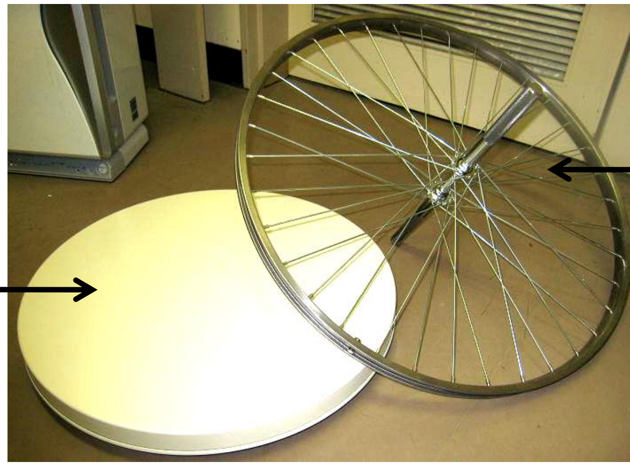
④ピッチャーが東に向かって水平に玉を投げると、コリオリの力はどちらの向きに働くか？

到達距離

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

ボールを投げる時、東に向って投げた方が西に向って投げるより遠くまで届く。
（東に向って投げるとななめ上方に浮き上がるコリオリの力が働く）
ロケットの打ち上げは、必ず東に向って打ち上げる。
これは、慣性系で考えると、自転の速度を利用することに相当する。
打ち上げ場所も自転の速度の大きい赤道付近を選ぶ。（日本：種子島、アメリカ：フロリダ）
戦艦の砲弾もコリオリの力を考慮しないと敵艦に当たらない。
どの程度ずれるか興味のある人は計算してみてください。（大和主砲で100 m程度の違い）

回転台で遊ぼう②



回転台
中華料理屋のテーブル
みたいなもの

自転車のリム

問題①：回転している車輪を水平に持って回転台に立ち、その車輪を上下さかさまにするとどうなる？

実験②上の問題の動作を実際にやってみる。

回転する車輪とそれを持っている人を一つの質点系と考えると、この質点系に作用している力のモーメントは存在しないので、質点系の角運動量は保存する。車輪の向きを逆にすると、車輪の角運動量の符号は逆になるので、その変化を相殺するために人間が回転するといえます。

問題：保存則を使わずに説明せよ。（来週説明します。）