

参考:コリオリの力の式 $F = 2m\mathbf{v}' \times \boldsymbol{\omega}$ の証明 p113

授業ではやりません(証明はテストにも出ません)。教科書の説明を読んでもよくわからない人は読んでみて下さい。

慣性系の原点に原点が固定され、角速度 $\boldsymbol{\omega}$ で回転している回転座標系を考える。
 簡単化のために、座標軸が完全に一致している瞬間で考える。

ある物体の位置, 速度, 加速度は、それぞれの座標系で

	位置	速度	加速度
慣性系(静止系) 例: 宇宙からみた系	$\mathbf{r}$	$\mathbf{v}$	$\mathbf{a}$
回転座標系 例: 地球に固定された系	$\mathbf{r}$	$\mathbf{v}'$	$\mathbf{a}'$

どちらの系も
 原点は地球の中心
 で z 軸は自転軸。
 x, y 軸が一致している
 瞬間で考える。

物体の例として地上を飛ぶ飛行機を考える。
 飛行機の位置は座標軸が重なっているので、どちらの系でも $\mathbf{r}$
 宇宙からみた飛行機の速度 $\mathbf{v}$ は

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

$\mathbf{v}'$: 地上(回転座標系)での飛行機の速度

$\boldsymbol{\omega}$: 自転の角速度(前頁参照)

$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$: 飛行機の場所における自転の速度

宇宙から見た飛行機の加速度 $\mathbf{a}$ は

$$\mathbf{a} = \frac{d}{dt}(\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \mathbf{a}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

$\mathbf{a}$: 宇宙からみた飛行機の加速度
 $\mathbf{a}'$: 回転座標系(地上)における飛行機の加速度
 $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'$: 回転座標系における飛行機の移動のために生じる自転速度の時間変化率
 $\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$: 回転座標系の回転に伴う速度 $\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ の時間変化率
 $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$: 飛行機の位置の自転速度だが $\mathbf{r}$ は単位時間に $\mathbf{v}'$ だけ変化するの、自転速度は単位時間に $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'$ だけ変化する。
 地上の系では一定の速度でも宇宙からみた場合、自転のために生じる加速度

飛行機の質量 m をかけて

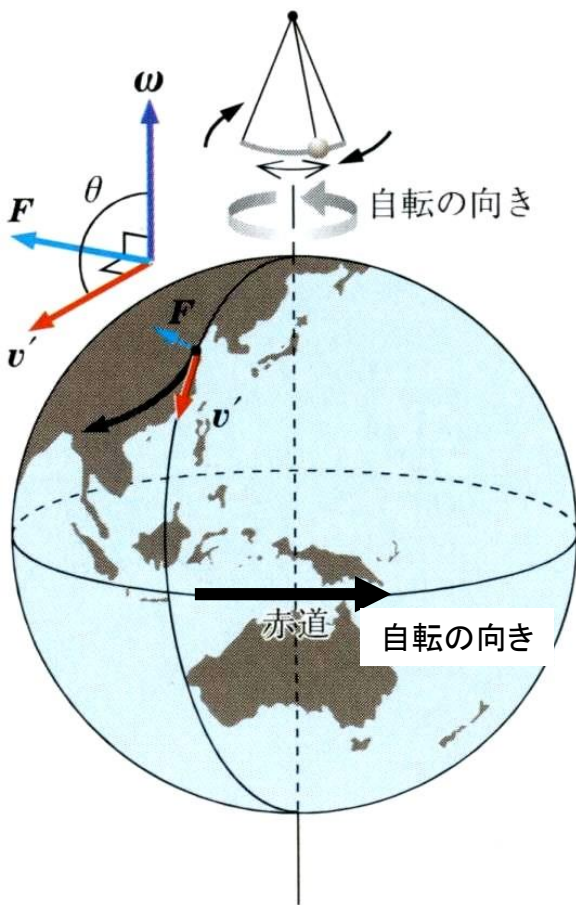
$$m\mathbf{a} = m\mathbf{a}' + m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + m\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

$$m\mathbf{a}' = m\mathbf{a} - 2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

$$m\mathbf{a}' = \underbrace{F}_{\text{外力}} + \underbrace{2m\mathbf{v}' \times \boldsymbol{\omega}}_{\text{コリオリの力}} - \underbrace{m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})}_{\text{遠心力}}$$

回転座標系(非慣性系)
 における運動方程式

コリオリの力 $F = 2m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}$ の例



風(空気の流れ)に働くコリオリの力

自転の向きは西から東

太陽が東から西に進むのはその逆向きに自転しているから

左図の状況を北極側から見ると、
前回5ページの右の図と同じである。

回転座標系でみると
ボールが進行方向に対して右に曲がったように
風(空気)も右(西)に曲がる。

高気圧(H)から吹き出す風や低気圧(L)に吹き込む風も
コリオリの力を受ける

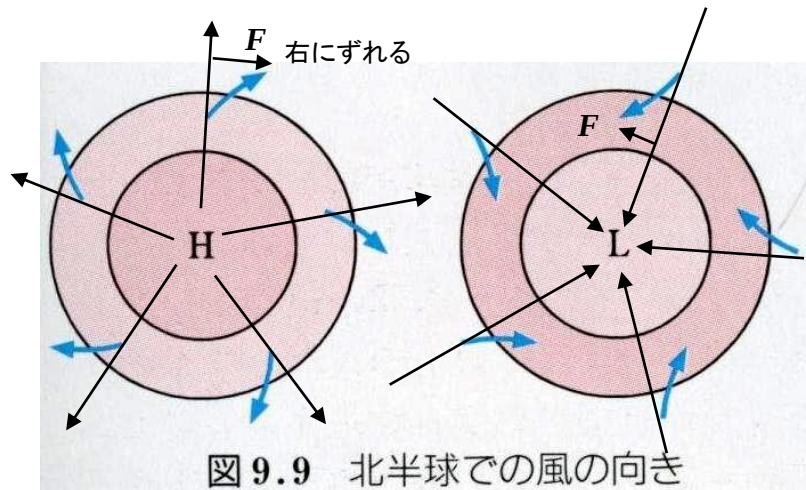


図 9.9 北半球での風の向き

北半球では風は		にそれる。低気圧(台風)の風は		回り
南半球では風は		にそれる。低気圧(台風)の風は		回り

雲の動きを動画で確認

①北半球の低気圧の周囲の風向きは反時計周りであることを確認(台風を見よ)

豆知識: 台風の進路の右側の方が風が強い(台風が速度が加わる)

(高気圧の周囲は天気が良いので風の向きは雲では確認できない)

②南半球では低気圧の周囲の風向きが逆(時計周り)になっていることを確認する。

③赤道付近は盛んに雲が発生しているが、渦をまいていないことを確認する。

赤道では南北方向の運動は自転軸(回転軸)の方向と同じなので、コリオリの力が働かない。

東西方向の運動にはコリオリの力は働くが上下方向なので、回転には寄与しない。

フーコーの振り子



パンテオン寺院で行われた振り子の公開実験

1851年
67m
28kg

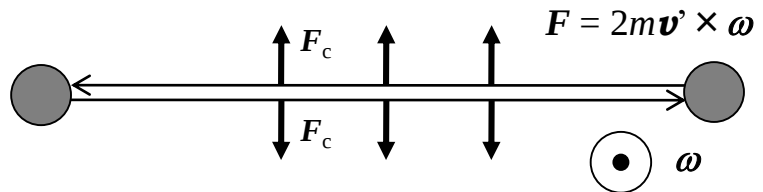
フーコーの振り子動画で確認

小さい振り子は、空気抵抗等ですぐに止まってしまうが、
大きな振り子は長い時間振れ続ける。
慣性系では、振動方向(振動面)は不変だが、
地上では振動方向がゆっくりと変化する。
これは、地球が自転しているためである。
振動方向の変化量は北極と南極では
1日で360度(1周)である。(5頁の図参照)
赤道上では、振動方向は変化しない。
北緯・南緯 θ 度においては、
1日で $360 \times \sin \theta$ 度だけ振動面が変化する。
富山は北緯37度、 $\sin 37^\circ \div 0.6$ であるので

この授業の90分で振動面が _____ 度回転する

振動面が変化するのには、運動するおもりに作用する
コリオリの力によるものとしても理解できる。

北極におけるフーコーの振り子(上から見た図)



振動面は上から見て時計まわりに回転する

[実験] 回転台の上で、振り子を振動させ、回転台をゆっくり回転させてみる。

振り子がフーコーの振り子で、回転台が地球に相当する。

実験では回転台しか回転させることができないが、

教室ごと回転させても(回転展望台, レストラン)、地球ごと回転させても本質的な違いはない。

問題: 揺れずに走る列車(窓無し)は動いているか止まっているか原理的に区別できない。

では揺れずに回る回転展望台(レストラン)は回転しているか止まっているか区別できるか? _____

慣性力(見かけの力)のまとめ

物体の運動を、運動の法則を使って解析するとき、2つのやり方がある。

- (1) 慣性系において実在する力のみで、運動の法則を適用する。
- (2) 非慣性系において、実在する力に見かけの力を含めて運動の法則を適用する。

問題に応じて、考えやすい方を選べばよい。

以下のことはしてはいけない。

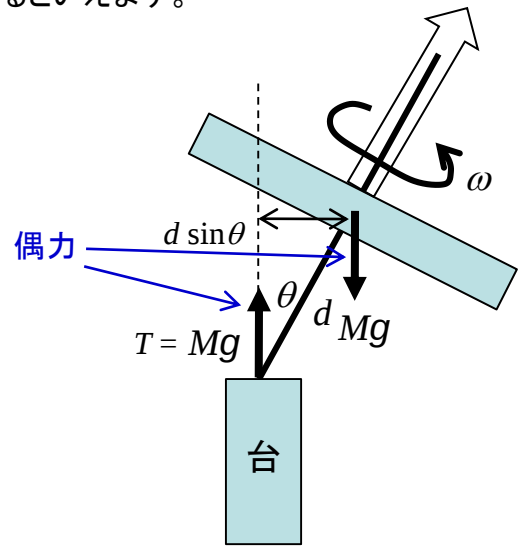
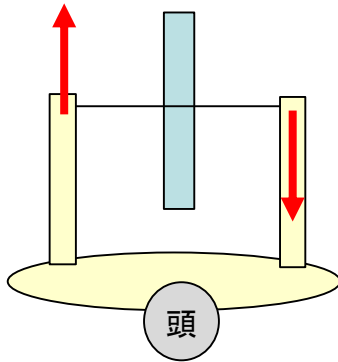
慣性系において、慣性力を含めて考えてはいけない。

非慣性系において、実在する力だけで考えてはいけない。

回転する車輪の問題

回転する車輪とそれを持っている人を一つの質点系と考えると、この質点系に作用している力のモーメントは存在しないので、質点系の角運動量は保存する。車輪の向きを逆にすると、車輪の角運動量の符号は逆になるので、その変化を相殺するために人間が回転するといえます。

問題: 保存則を使わずに説明せよ。



左上の図: 回転している車輪を上下を逆さまにしている最中、腕は車輪に上のような力を作用している。

右上の図: 重力と抗力 T がコマを鉛直方向に倒そうとすると、コマは倒れずに水平方向に歳差運動する。

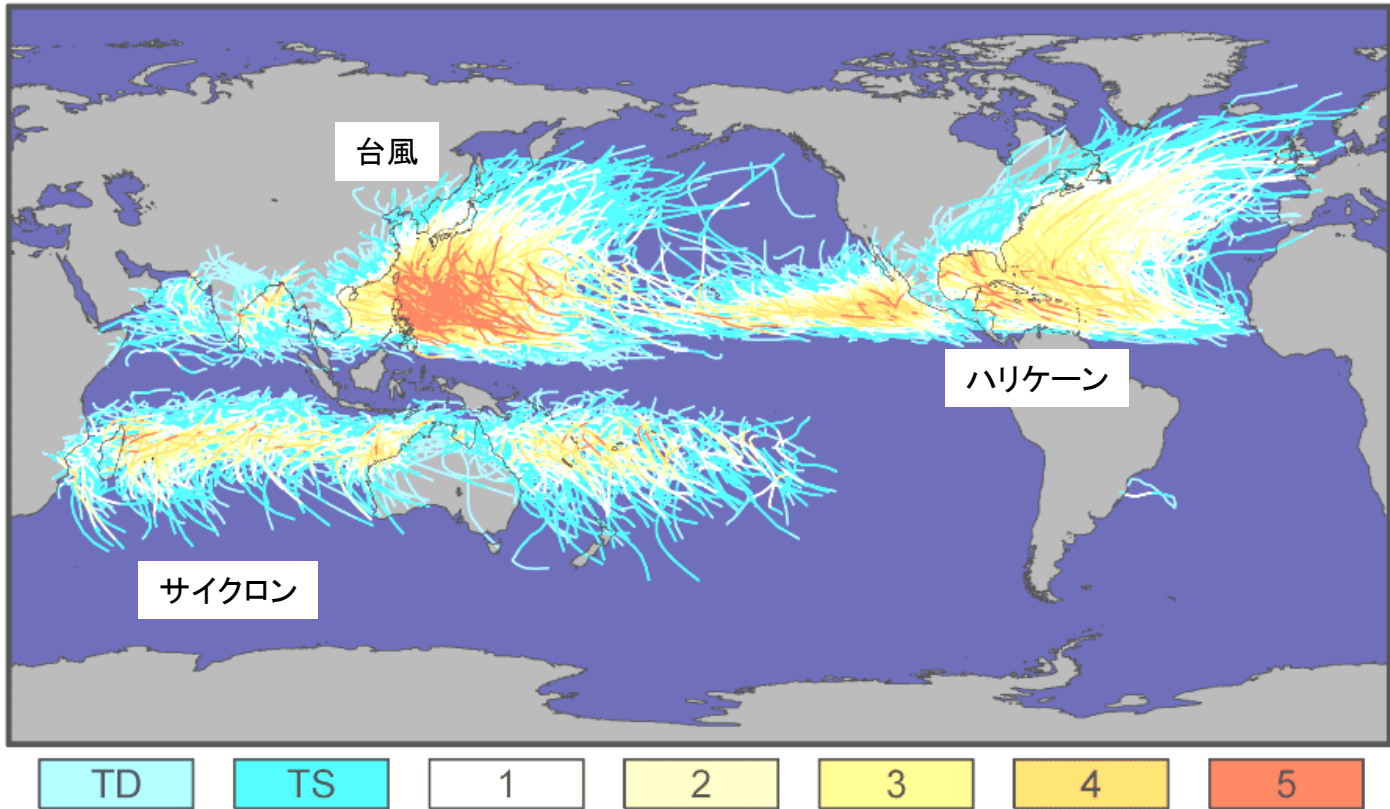
左上の図: 回転している車輪の軸を水平方向に回転させようとするとき、車輪は鉛直方向に歳差運動する(上下を逆さまにできる)。

上の2つ図は見ている方向が違う。車輪の図は上から見ている図で、地球コマの図は横から見ている図である。

コマや車輪の回転方向、コマや車輪に作用している力、コマや車輪の軸の歳差運動の方向は90度回転すれば同じである。(図では同じ)

車輪を持っている人間は、左上の図の矢印と逆向きで大きさが等しい力(偶力)を受けているので、回転する。

Tracks and Intensity of All Tropical Storms



Saffir-Simpson Hurricane Intensity Scale

① 赤道上には台風は存在しない。(コリオリの力が回転に寄与しない。)

② 海上に多く存在。(海上で水蒸気を得て発達, 上陸したり、海水面の温度が下がると水蒸気の供給をたたれ衰退。)

http://earthobservatory.nasa.gov/Newsroom/NewImages/Images/tropical_cyclone_map_lrg.gif

Monthly Mean SST Normals in the Global Ocean (Aug 1981–2010)

