



環境数理解析特論



CPU速度

- 1P(ペタ) = 1,000,000,000,000
- 1T(テラ) = 1,000,000,000,000
- 1G(ギガ) = 1,000,000,000
- 世界人口('08,9,30): 6,719,538,116人
- 1M(メガ) = 1,000,000
- 1K(キロ) = 1,000



DELL T7400



¥261,555 (税込)

CPU : Xeon® プロセッサ (2.50GHz)
 メモリ : 2GB(1GB×2)
 HD : 320GB SATA HDD

TOP-500 June 2008



Rank	Site Country/Year	Computer / Processors Manufacturer	R _{max} R _{peak}
49 (国内でも5位)	Earth Simulator Center Japan/2002	Earth-Simulator NEC	35860 40960



ノーベル平和賞(07年)を受けたIPCC(気候変動に関する政府間パネル)の温暖化予測にも貢献した国産スーパーコンピューター「地球シミュレータ」の機種更新が終わり、横浜市金沢区の海洋研究開発機構横浜研究所に減らした。計算能力は毎秒131兆回(理論値)と旧機種の50平方メートルで済んだ。

地球シミュレータは旧機種が完成した02年から約2年半、世界のスパコンランキングで1位を守ったが、昨年11月には世界73位、国内でも6位に後退していた。更新によって国内1位、世界では18位程度まで浮上するとみられる。

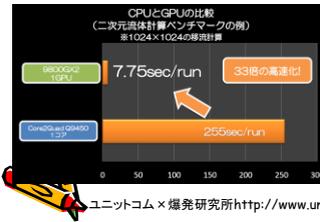
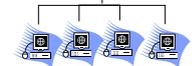
NECが所有しており、海洋機構が6年間で185億7600万円のリース料を払って研究用に提供する。海洋機構の島田敏明グループリーダーは「これからも気候変動の解明などに貢献したい」と話す。(2009-02-27)

GPU(Graphics Processing Unit)

GPU コンピューティングの波

GPUとは、コンピュータ・グラフィックスの処理を行う加速器である。したがって、GPUは、画像処理にかなり特化したもの。そのままでは融通の利かない、いわば“イノシシ”のような“突進型”のプロセッサである。

並列コンピュータ

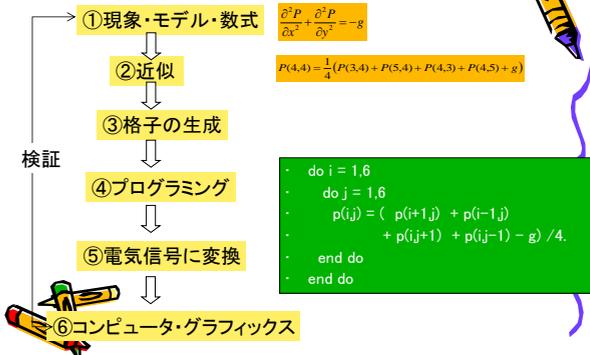


CPU(Central Processing Unit)

プログラムによって様々な数値計算や情報処理、機器制御などを行うコンピュータにおける中心的な電子回路である。CPUが、機能としてはプログラムに忠実であり、“何でも屋”的なプロセッサである。

ユニットコム × 爆発研究所 http://www.unitcom.co.jp/gpgpu/gpgpu_model.html

数値シミュレーションの手順



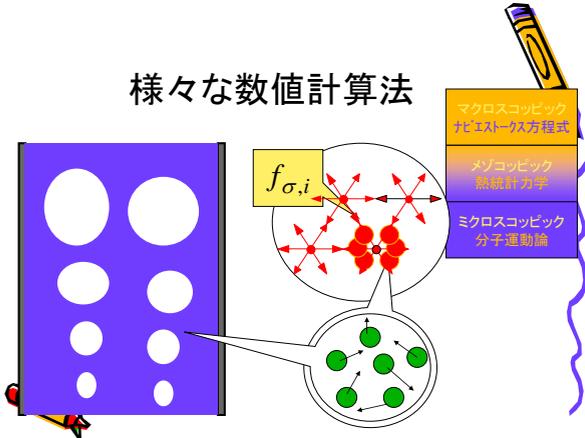
シミュレーションの応用例のまとめ



1. 将来の予測
 - 環境アセスメント・景観
 - 災害(火災・津波・河川の氾濫・彗星衝突)予測
 - 経済・株価予測・リスクマネジメント
 - 最短経路の探索(カーナビ)、チェス
 - ビルの耐震性・安全性評価・ビル風
 - 自動車・飛行機の風洞実験など
2. 過去の検証
 - 交通事故原因の究明・災害の検証など
3. 科学計算(理論検証・計算技術)
 - 人体・流体・プラズマ・分子動力学など



様々な数値計算法

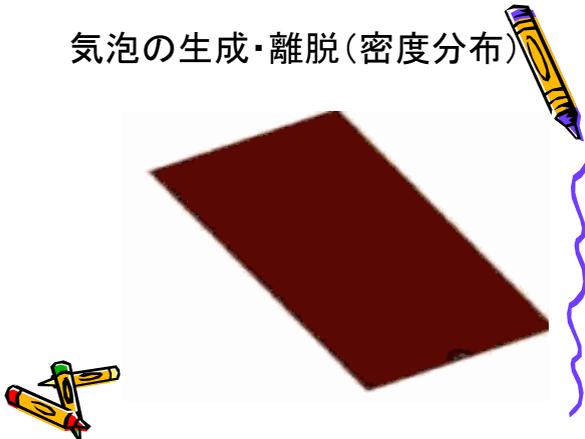


様々な数値計算法

- マクロスケール
 - 有限差分法
 - 有限要素法
 - 境界要素法
- メゾスケール
 - 格子ガス法
 - 粒子法
- 分子動力学



気泡の生成・離脱(密度分布)



4つの誤差

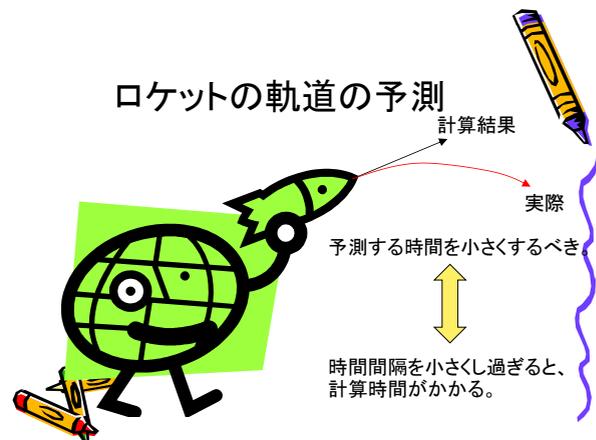
- モデル化誤差 (modeling error)**
現象を微分方程式でモデル化するとき生じる誤差
- 測定誤差 (measurement error)**
現象を計測するとき生じる誤差
- 打ち切り誤差 (truncation error)**
微分方程式を近似した結果生じる誤差
- 丸め誤差 (round off error)**
コンピュータ上で計算可能な桁数の限界によって生じる誤差

丸め誤差 (round off error)

例: 15桁まで計算できる場合

$1 \div 3 =$	0.3333333333333333
	3330
$5 \div 3 =$	1.6666666666666666
	6700
0.3333333333333333	0.9999999999999999
$\times 3 =$	9990
1.6666666666666667	5.0000000000000000
$\times 3 =$	0100

ロケットの軌道の予測

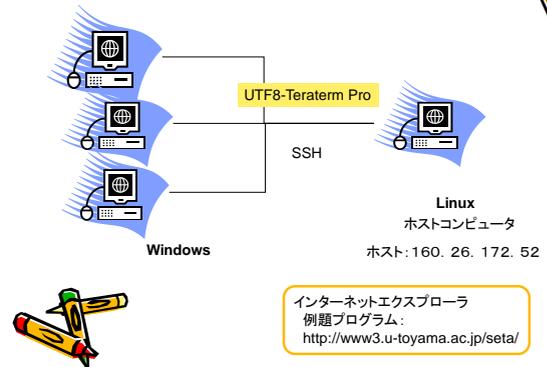


評価方法

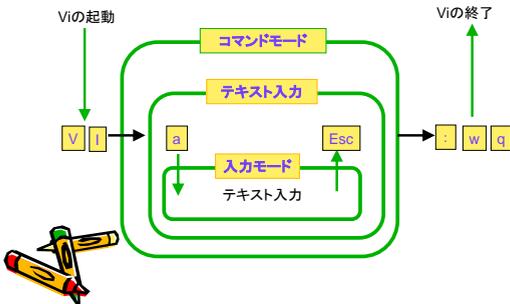
- プログラミングの課題(85点)
 1. Fortranの5つの基本例題プログラム
 2. Poisson方程式のプログラム
 3. MAC法を用いた非圧縮性流体解析のプログラム
 4. LBMのプログラム
 - Fortran文法
 - Viエディタの利用
- 出席点(15点)
 - 証明書類がある場合に限り1回のみ承認。



ネットワーク組織図



Viエディター



Viエディター (ファイルオープン時のキー操作)

キー	機能
Returnキー	改行
BackSpaceキー	左に遷移
Escキー	コマンドモードへ切り替え
vi ファイル名 Returnキー	ファイルを開く。または、新規に作成する
vi Returnキー	新規ファイルを開く(名前は後で指定)



Viエディター (カーソル移動関連のコマンド)

キー	機能
h, 左矢印キー, BackSpaceキー	左に移動
j, 下矢印キー	下に移動
k, 上矢印キー	上に移動
l, 右矢印キー, Spaceキー	右に移動
3h	3文字左に移動
3j	3行に移動
3k	3行上に移動
3l	3文字右に移動
G	ファイルの最終行に移動
1G	ファイルの先頭行に移動
7G	7行目に移動
Ctrlキー+G	現在の行を状態表示行に表示

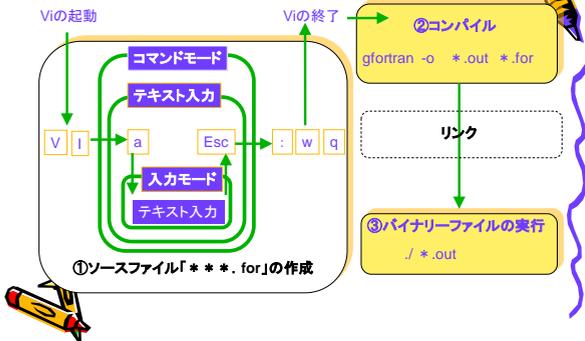


Viエディター (テキスト入力関連のコマンド)

キー	機能
i テキスト入力 Escキー	カーソルの左にテキストを挿入
o テキスト入力 Escキー	カーソルが置かれている行の下にテキストを挿入
a テキスト入力 Escキー	カーソルの左にテキストを追加
x	カーソルの置かれている文字を削除
dd	行を削除
U	カーソルが置かれている行の変更部分を全て取り消す
yy, Y	行をコピー(数字+yyで複数行コピー, 例: 6yy)
p	コピーまたは移動の対象をカーソルの右側(または行の下)に挿入



コンパイル



Fortranの基本

- program 文, end 文を書く。
- 画面の7桁目から72桁目までに書く。
- 前行からの継続は6桁目に文字を書く。
(例)
1-----678910-----15-----20-----25-----30-----35-----40
-----program test
-----x = (a+b
-----& +c)/3
-----stop
-----end
- コードを読みやすくする(ブロック単位で記述する)
- 先頭から順番に処理される

Fortran言語の命令

コマンド	機能
write(*,*) a	aの値が画面に出力される。
write(*,*) '***'	*** が画面に出力される。
Write(*,100) '***' 100 FORMAT(...)	文番号100のFormat文に従って、*** が画面に出力される。
real*8 x, y	x, y が倍精度実数型であることを宣言する。
integer x, y	x, y が整数型であることを宣言する。
character x, y	x, y が文字型であることを宣言する。
real*8 u(20,20)	倍精度実数型の配列 u(20,20)を宣言する。
do i = 1, 100 *** end do	繰り返し処理をする。(回数指定)
+ - * /	四則演算
program mac	プログラム名 mac を指定する。
end	プログラムの終わりを示す。

Fortran言語の命令

コマンド	機能
open(10, file='text', status='unknown') write(10,100) a 100 format(...) close(10)	1. ファイルtextを番号10として開く。 2. Format文に従って、aをファイル10に書き込む。 3. ファイル10を閉じる。
If (a. eq. 3) ***	aが3に等しいとき処理を行う。
If (a. le. 3) ***	aが3以下のとき処理を行う。
If (a. lt. 3) ***	aが3より小さいとき処理を行う。
If (a. ge. 3) ***	aが3以上のとき処理を行う。
If (a. gt. 3) ***	aが3より大きいとき処理を行う。
If (a. ne. 3) ***	aが3と等しくないとき処理を行う。
If (a. ne. 3) then *** else if *** Endif	If文による条件分岐処理を行う。

Linuxのコマンド

コマンド	機能
login	ログインする
exit	ログアウトする
history	コマンドの履歴を表示する(例:history 5)
which	コマンドの所在位置を表示する(例:which man)
passwd	パスワードを変更する
users	ログインしているユーザー全員を表示する
last	ログインおよびログアウトの履歴を表示する
ls	ファイル一覧を表示する
pwd	カレント・ディレクトリを表示する
cd	カレント・ディレクトリを変更する

Linuxのコマンド

コマンド	機能
tree	ディレクトリをツリー表示する
cp	ファイルやディレクトリをコピーする(例:cp file1 file2)
mv	ファイルやディレクトリを移動する(例:mv file1 ¥dir1) ファイル名を変更する(例:mv file1 file2)
rm	ファイルやディレクトリを削除する(例:rm file1, 例:rm -r dir1)
mkdir	ディレクトリを作成する(例:mkdir dir1)
rmdir	ディレクトリを削除する(例:rmdir dir1)
ps	実行中のプロセスを表示する
jobs	バックグラウンドジョブを表示する
jobs -l	バックグラウンドジョブのプロセス番号を表示する
fg %jobs	ジョブをフォアグラウンドに切り替える

※ コマンドの後ろに&を付けると、バックグラウンドで起動される。

対流方程式 (advection equation)

- 自然界には波に関する現象が多数あり、物や波の伝播を記述する方程式は多くの現象と関連している。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

対流速度

- プロファイルがなまり、数値拡散が起こる。
- 有限差分法等で解く場合には数値的不安定性など問題が多い。



対流方程式の近似

- 数値解法で微分を差分に置き換える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \rightarrow \text{FTCS scheme}$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n)$$

風上差分法 (upwind scheme)

$$\begin{cases} u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (u_i^n - u_{i-1}^n) & c \geq 0 \\ u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{\Delta x} (u_{i+1}^n - u_i^n) & c < 0 \end{cases}$$

CIP法

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

xで微分 (ただし, $g = \partial f / \partial x$ と定義)

$$\frac{\partial g}{\partial t} + c \frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{\partial c}{\partial x} g$$

cが一定の場合

$$\frac{\partial g}{\partial t} + c \frac{\partial g}{\partial x} = 0$$

微分 g が c の速度で伝播することを示す。

CIP法では勾配の情報が含まれるため、移動前のプロファイルが移動後のプロファイルに非常に近くなる。

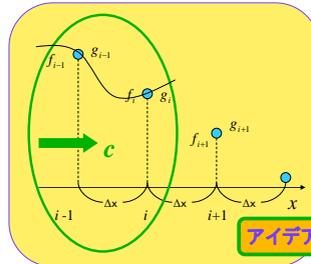
アイデア1: 微分の情報も考えよう。

CIP法の具体的解法 I

$$f_i(x) = a_i(x-x_i)^2 + b_i(x-x_i) + c_i(x-x_i) + d_i$$

$$g_i(x) = 3a_i(x-x_i) + b_i(x-x_i) + c_i$$

$$g = \partial f / \partial x$$



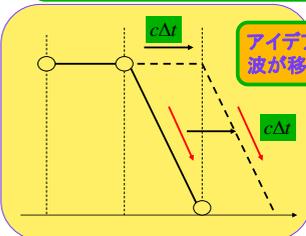
$$\begin{aligned} a_i &= \frac{g_i + g_{up} + 2(f_i - f_{up})}{D^2} \\ b_i &= \frac{3(f_{up} - f_i) - 2g_i + g_{up}}{D^2} \\ c_i &= g_i \\ d_i &= f_i \end{aligned}$$

アイデア2: 解の形は3次関数にしよう。

CIP法の具体的解法 II

次の時刻 $n+1$ での値は, $c\Delta t$ だけ移動したものとする。

$$f^{n+1} = F(x - u\Delta t), \quad g^{n+1} = \frac{d}{dx} F(x - u\Delta t)$$

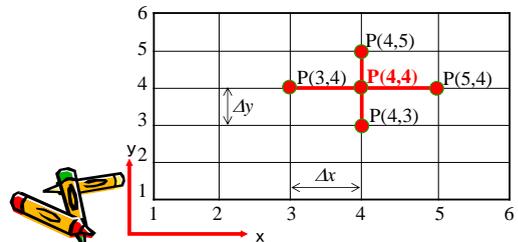


アイデア3: 波が移動する様子を取り得よう。

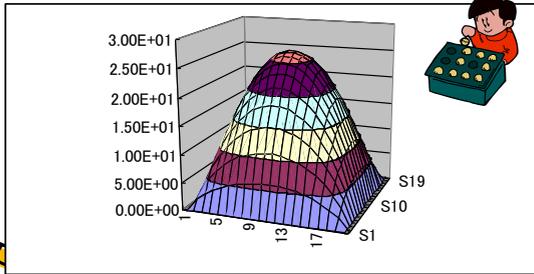
$$\begin{aligned} f_i^{n+1} &= a_i \xi^3 + b_i \xi^2 + g_i^n \xi + f_i^n \\ g_i^{n+1} &= 3a_i \xi^2 + 2b_i \xi + g_i^n \\ \xi &= -c\Delta t \end{aligned}$$

ポアソン方程式

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -g \rightarrow P(4,4) = \frac{1}{4} (P(3,4) + P(5,4) + P(4,3) + P(4,5) + g)$$

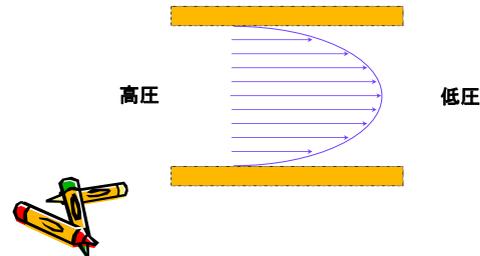


ポアソン方程式の解



Poiseuille Flow

- MAC法による計算



非圧縮性流体解析

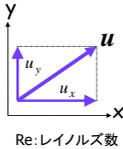
- 連続の式(質量保存を意味する.)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- ナビエ-ストークス方程式
(運動量の保存を意味する.)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$



MAC法(Maker and Cell method)

- 発散 $D = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y}$

- Poisson方程式

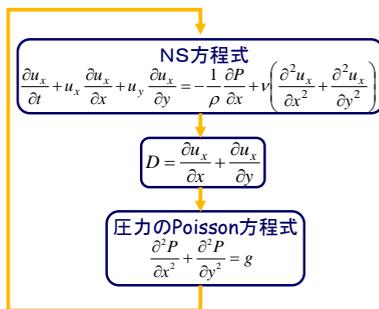
$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = g$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} = -\frac{D^n}{\Delta t}$$

$$g = -\left\{ \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{\partial u_y}{\partial x} + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 \right\}$$

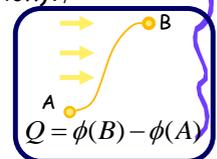
$$-\frac{\partial D}{\partial t} + u_x \frac{\partial D}{\partial x} + u_y \frac{\partial D}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \right)$$

MAC法(Maker and Cell method)

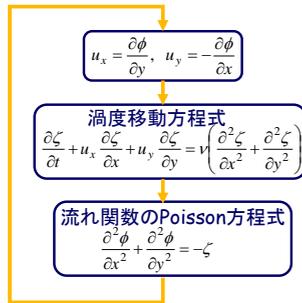


流れ関数・渦度法

- 渦度(vorticity) $\zeta = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}$
- 渦度移動方程式(vorticity transport eq.)
 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_x \frac{\partial \zeta}{\partial x} + u_y \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)$
- 流れ関数(stream function): ϕ
 $\frac{\partial \phi}{\partial y} = u_x, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = -u_y$
- Poisson方程式
 $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\zeta$



流れ関数・渦度法



自然対流解析

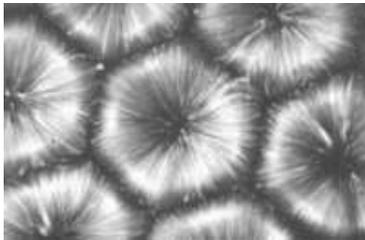
- 連続の式 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$
 - ナビエ-ストークス方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \frac{T - T_0}{\Delta T}$$
 - エネルギー式

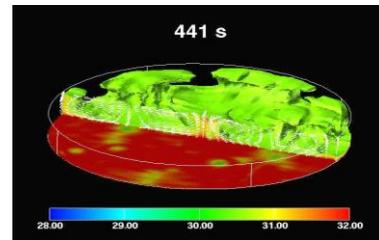
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$
- Re: レイノルズ数
 Pr: プラントル数
 Gr: グラスホフ数

ベナール対流の様子



散逸構造では、平衡状態に近いときには秩序は薄れランダムな方向へと向かっていく一方で、平衡から大きくかけ離れたときには特定の秩序が生まれてくるという面白い性質がある。

レイリ・ベナール対流の計算



名古屋大学工学研究科 辻 義之氏提供



(a) 日本海上の筋雲



(b) メキシコ湾上の筋雲

図 2 ベナール型対流による筋雲の例

レイリー数とヌッセルト数の関係

レイリー数 $Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} = Gr \cdot Pr$ ヌッセルト数 $Nu = \frac{hL}{\lambda}$

h [W/(m²·K)]: 伝達率
 λ [W/(m·K)]: 熱伝導率
 L [m]: 代表長さ
 g [m/sec²]: 重力加速度
 β [1/K]: 体膨張係数
 ν [m²/sec]: 動粘性係数
 α [m²/sec]: 熱拡散率

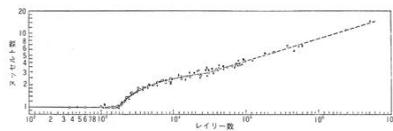


図 1 レイリー数とヌッセルト数の関係 (S. Chandrasekhar, 1961: *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Univ. Press.)
 流体層の深さを d 、熱伝導率を μ (= $\rho c \lambda$)、上面と下面の温度差を ΔT とすると、熱伝導だけで上方に輸送される熱量は $\mu \Delta T / d$ で与えられる。流体層内の水平面を通過して上方に輸送される熱量をこの $\mu \Delta T / d$ を単位として表した数がヌッセルト数である。ヌッセルト数が 1 より大きいことは、対流が熱輸送に寄与していることを示す。

格子ボルツマン法

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau} + \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{c}_i}{6}$$

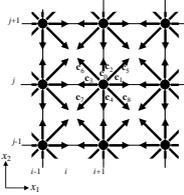
$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[1 + \frac{3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right]$$

Chapman-Enskog Expansion

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}$$

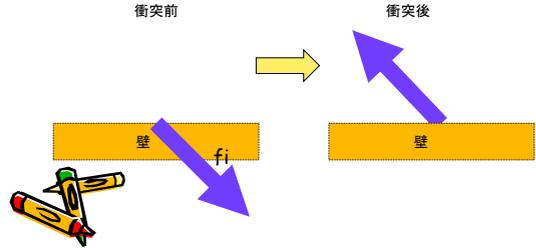
$$\nu = \frac{1}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right)$$



- 1) 連続の式を満足させるための繰り返し計算が不要
- 2) 対流過程が線形である。

格子ボルツマン法 (バウンズバック境界条件)

《ルール》
移流過程で壁の中に入った分布関数 f_i が、跳ね返って壁の外に出てくる。



格子ボルツマン法 (熱モデル)

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau_c}$$

$$g_i^{eq} = -\frac{2\rho T}{3} \frac{u^2}{c^2}$$

$$g_{2,4,6,8}^{eq} = \frac{\rho T}{9} \left[\frac{3}{2} + \frac{3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right]$$

$$g_{3,5,7,9}^{eq} = \frac{\rho T}{36} \left[3 + 6\frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right]$$

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau_f}$$

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[1 + \frac{3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right]$$

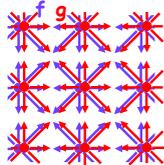
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F} \quad \nu = \frac{1}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right)$$

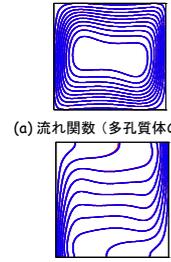
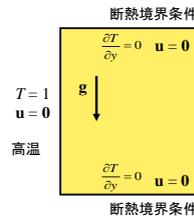
Chapman-Enskog Expansion

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \chi \nabla^2 T$$

$$\chi = \frac{2}{3} \left(\tau_c - \frac{1}{2} \right)$$



格子ボルツマン法 (熱モデル)



(a) 流れ関数 (多孔質体の影響)
(b) 温度 (多孔質体の影響)

— FDM
— LBM

“The lattice Boltzmann method for multiphase fluid flows using free-energy approach”

二相流LBM

- 質量保存式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} = 0$$

- 運動量保存式

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial u_\alpha u_\beta}{\partial x_\beta} = \frac{\partial \mathcal{F}_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left[\lambda \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} \right] + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left[\mu \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) \right]$$

- 圧力テンソル (van der Waals-Cahn-Hilliard free energy)

$$P_{\alpha\beta} = \left[p - \kappa_S \rho \nabla^2 \rho - \frac{\kappa_S}{2} |\nabla \rho|^2 \right] \delta_{\alpha\beta} + \kappa_S \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_\alpha} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_\beta} \right)$$

$$p = \frac{\rho T}{1 - b\rho} - a\rho^2$$

二相流LBM

- Michael R. Swift, E. Orlandini, W. R. Osborn, and J. M. Yeomans Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems Phys. Rev. E 54, 5041-5052 (1996)

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i, t + 1) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)}{\tau} \quad \sum_i f_i^{eq} = \rho \quad \sum_i f_i^{eq} (e_i)_\alpha = \rho u_\alpha$$

$$f_0^{eq} = A_0 + C_0 u^2$$

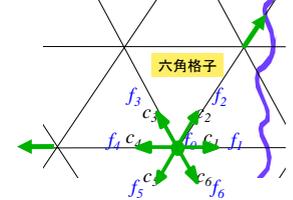
$$f_i^{eq} = A + B u_\alpha e_{i\alpha} + C u^2 + D u_\alpha u_\beta e_{i\alpha} e_{i\beta} + G_{\alpha\beta} e_{i\alpha} e_{i\beta}$$

$$A_0 = \rho - 6A, \quad C_0 = -\rho$$

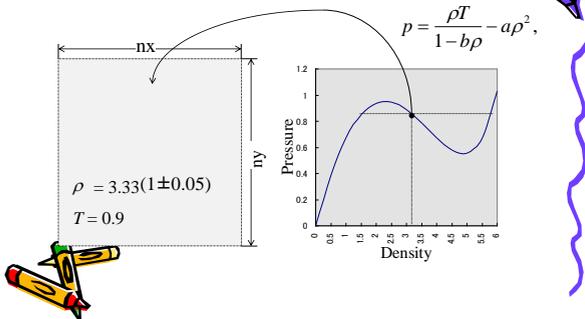
$$A = (\rho_0 - \kappa \rho \nabla^2 \rho) / 3, \quad B = \rho / 3, \quad C = -\rho / 6$$

$$D = 2\rho / 3, \quad G_{\alpha\beta} = -G_{\alpha\beta} = \frac{\kappa}{3} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_\alpha} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial x_\beta} \right)$$

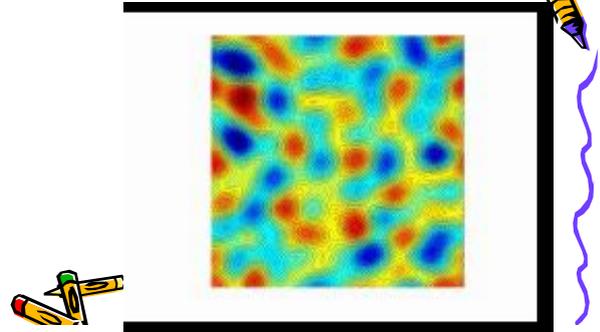
$$G_{\alpha\alpha} = G_{\alpha\alpha} = \frac{2\kappa}{3} \frac{\partial \rho}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \rho}{\partial x_\alpha}$$



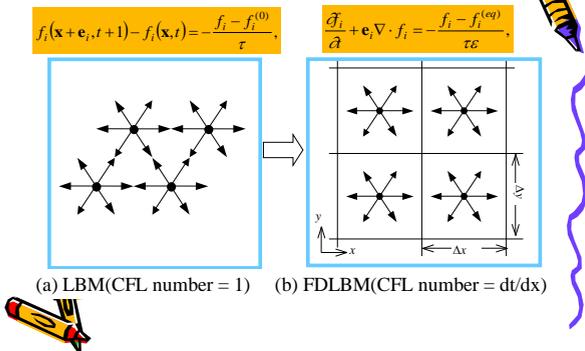
自発的相分離



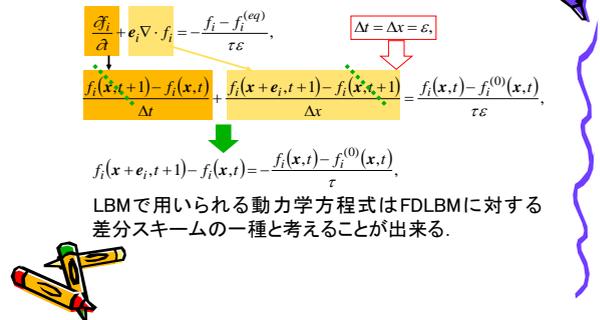
自発的相分離



FDLBM (Cao, 1997)



Boltzmann方程式との関係



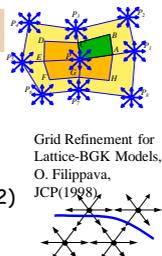
FVLBM

- F. Nannelli and S. Suuci, J. Stat. Phys. (1992)
 - Piece-wise linear

$$\int \frac{\partial f_i}{\partial t} d\sigma + \int (\mathbf{e}_i \cdot \nabla \cdot f_i) d\sigma = - \int \left(\frac{f_i - f_i^{(eq)}}{\tau} \right) d\sigma$$

- H. Xi, dt. Al. Phys. Rev. E (1999)
- G. Peng, et. al. Phys. Rev. E (1999)

- Y. Chew, et. al. J. Stat. Phys. (2002)
 - Half-Covolume Scheme



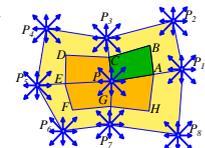
FVLBM

(Finite Volume Lattice Boltzmann Method)

- 格子節点Pでの f_i を示す。
- 格子形状と物理的現象を分離させることにより、空間刻みと離散分子速度を独立に扱える。

$$f_i(P, t + \Delta t) = f_i(P, t) + \frac{\Delta t}{S_P} \left(\sum_{\text{around } P} (\text{collisions}) - \sum_{\text{around } P} (\text{fluxes}) \right)$$

- S_P : 格子点Pの周りにおける、コントロール・ボリュームの全面積
- Collisions: 衝突項から得られた有限体積法による影響
- Fluxes: フラックスから得られた有限体積法による影響



埋め込み境界法 (Immersed Boundary Method, IBM) Direct Forcing Method + LBM

Direct Forcing Method

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + u_\beta \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_\alpha} + \nu \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\beta^2} + F_\alpha$$

$$F_\alpha = \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + u_\beta \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_\alpha} - \nu \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\beta^2}$$

$$= \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + rhs$$

$$= \frac{u_\alpha^{n+1} - u_\alpha^n}{\Delta t} + rhs$$

$$= \frac{u_\alpha^{n+1} - \tilde{u}_\alpha^n}{\Delta t} + \tilde{u}_\alpha^n - u_\alpha^n + rhs$$

$$= \frac{u_\alpha^{n+1} - \tilde{u}_\alpha^n}{\Delta t}$$

Lattice Boltzmann Method

$$f_i(x + c_i \delta, t + \delta) - f_i(x, t) = -\frac{f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)}{\tau} + F_i$$

$$f_i(x + c_i \delta, t + \delta) - f_i(x, t) = \frac{f_i(x, t) - f_i^{(0)}(x, t)}{\tau}$$

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + u_\beta \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_\alpha} + \nu \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\beta^2}$$

$$\tilde{u}_\alpha = \frac{1}{\rho} \sum_i f_i c_{i\alpha}$$

外力のないNS方程式

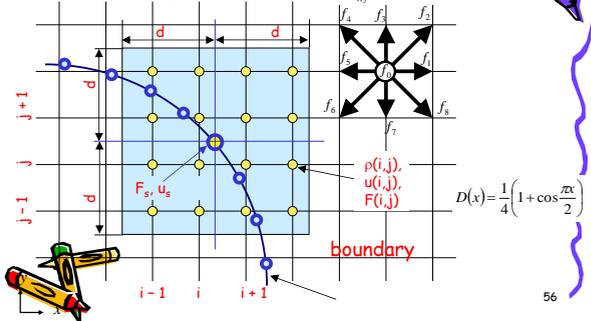
$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + u_\beta \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_\alpha} + \nu \frac{\partial^2 u_\alpha}{\partial x_\beta^2}$$

u_i : 構造体の速度
 \tilde{u}_i : 外力のないNS方程式の解

55

埋め込み境界法(IBM)

$$F(i, j) = \sum_{\alpha=1}^N F_\alpha D(x_{i,j} - x_\alpha) \Delta V_\alpha \quad u_s = \sum_{i,j} u(i, j) D(x_{i,j} - x_s) \cdot \delta^2$$



56

埋め込み境界法(IBM)

粒子運動(粒子内部の流体を考慮する)

ニュートンの運動方程式

$$F = ma \Rightarrow m_s \frac{U_s^{n+1} - U_s^n}{\Delta t} = \sum_{m=1}^N F_m \Delta V_m + (m_s - m_f)g + m_f \frac{U_s^n - U_s^{n-1}}{\Delta t}$$

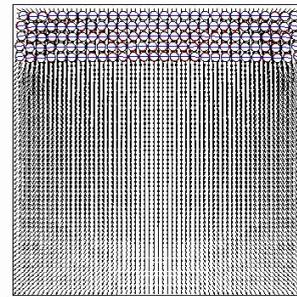
粒子の運動 受けた力 重力 粒子内部の流体の運動

$$U_s^{n+1} = \left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) U_s^n - \frac{\rho_f}{\rho_s} U_s^{n-1} + \left(\frac{\sum_{m=1}^N F_m \Delta V_m (m_s - m_f)g}{m_s}\right) \Delta t$$

$I_s \frac{d\omega_s}{dt} = \int (x - x_s) \times (\sigma \cdot ds)$ 粒子の回転運動

$$\omega_s^{n+1} = \left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s}\right) \omega_s^n - \frac{\rho_f}{\rho_s} \omega_s^{n-1} + I_s^{-1} \sum_{m=1}^N (x_m - x_s) \times F_m \Delta V_m$$

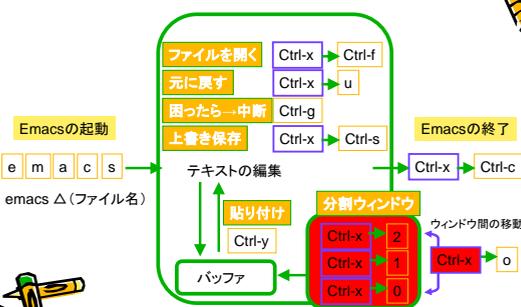
粒子の沈降



58

Emacs

(Microsoft Wordと同様の利用が可能)



Emacs利用前の設定

- ① Tera Termにおいて Setup → Terminal
✓ term size = win size
にチェックを入れる。

- ② Tera Termにおいて Setup → Keyboard
✓ Backspace key
✓ Delete key
✓ Meta key
にチェックを入れる。

Emacs(ファイル・ウィンドウ関連)

キー	機能
emacs ファイル名 Returnキー	ファイルを開く。または、新規に作成する。
emacs Returnキー	新規ファイルを開く(ファイルは後で指定)。
Ctrl-x → Ctrl-f	起動後、ファイルを開く。
Ctrl-x → Ctrl-s	上書き保存する。
Ctrl-x → Ctrl-w	ファイルに名前をつけて保存する。
Ctrl-x → 2	現在カーソルのあるウィンドウを2分割する。
Ctrl-x → 1	現在カーソルのあるウィンドウ以外を削除する。
Ctrl-x → 0 (ゼロ)	現在カーソルのあるウィンドウを削除する。
Ctrl-x → o(オー)	カーソルを分割されたウィンドウ間で移動する。
Ctrl-x → b	バッファを切り替える。

Emacs(カーソル移動関連)

キー	機能
マウスや矢印のキーも使用可である	
Ctrl-f	右に移動 (forward)
Ctrl-b	左に移動 (backward)
Ctrl-p	上に移動 (previous line)
Ctrl-n	下に移動 (next line)
Ctrl-a	行の先頭に移動
Ctrl-e	行の末尾に移動
Ctrl-v	次ページに移動
Esc→v	前ページに移動
Esc→>	バッファ先頭に移動
Esc→<	バッファ最後に移動

Emacs(テキスト入力関連)

キー	機能
Delete, Backspace	カーソルの左側の文字を削除
Ctrl-d	カーソルの置かれている文字を削除
Ctrl-k	カーソル位置からその行の行末までを削除(削除リングへ)
<u>コピー&貼り付け、切り取り&貼り付け関連</u>	
Ctrl-space	マーク設定
Ctrl-w	マーク設定した箇所からカーソル前までを削除(削除リングへ)
Esc→w (またはAlt-w)	マーク設定した箇所からカーソル前までを削除せずコピー(削除リングへ)
Ctrl-y	削除リングの内容をカーソルの右側にペースト

Delete, Backspace
利用するためには、
以下の設定をする！

Tera Termで
Setup→Keyboard
✓ Backspace key
✓ Delete key
✓ Meta key
にチェックを入れる。

Emacs(検索・置換)

キー	機能
Ctrl-s	ファイルの終わりに向かって文字の検索。(検索の続行。)
Ctrl-r	ファイルの先頭に向かって文字の検索。(検索の続行。)
Ctrl-x → 「query-replace△(検索する文字列)」の入力 → return キー → 「(置換後の文字列)」の入力	文字の置換 置換するとき: 「y」または「space」 置換しないとき: 「n」 置換処理を終了したいとき: 「q」
Ctrl-g	中断する。
Esc→x→goto-line	行番号を指定して移動する。