QCDの有限温度相転移
複合ヒッグス模型
電弱相転移

江尻信司（新潟大学）

共同研究者：山田憲和（KEK）

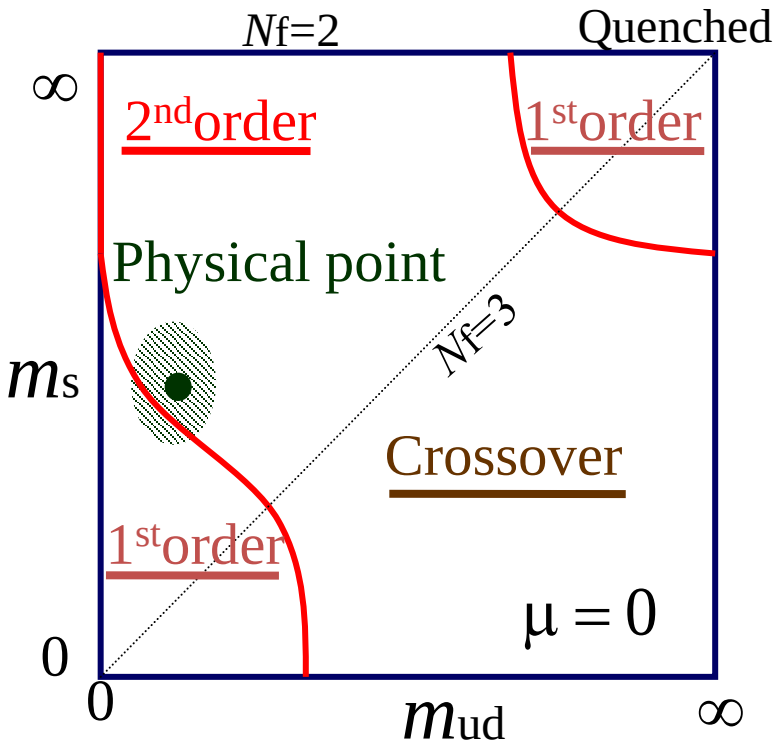
End Point of a First-Order Phase Transition in Many-Flavor Lattice QCD at Finite Temperature and Density

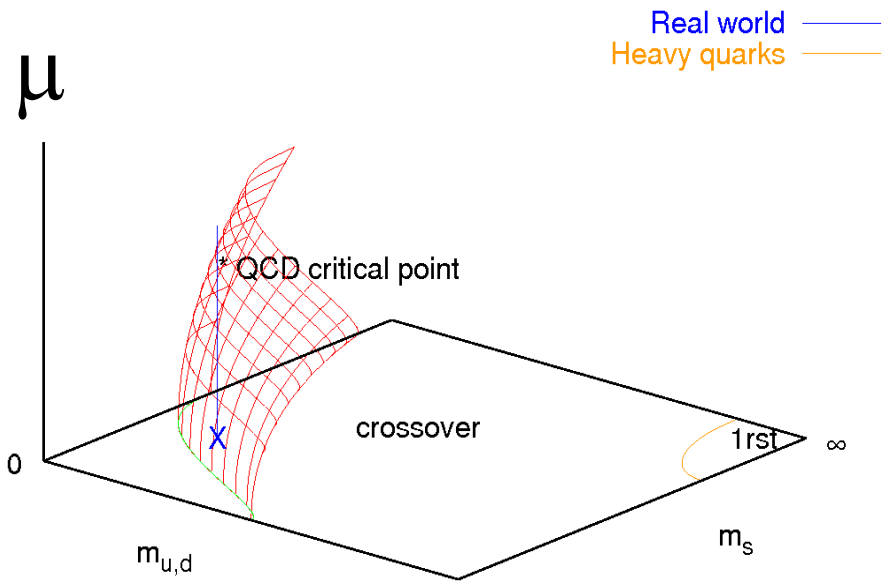
Physical Review Letters 110, 172001 (2013)
[arXiv:1212.5899]

北陸信越地区素粒子論グループ研究会

立山青少年自然の家、2013/5/25

QCD相転移のクォーク質量依存性

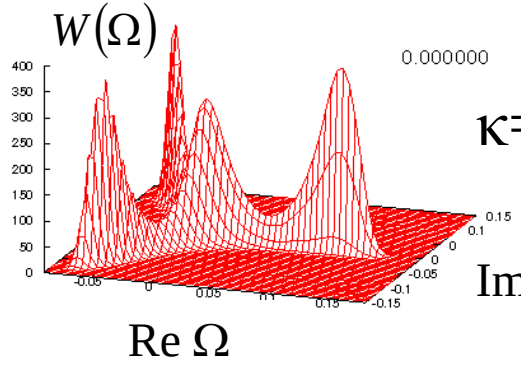




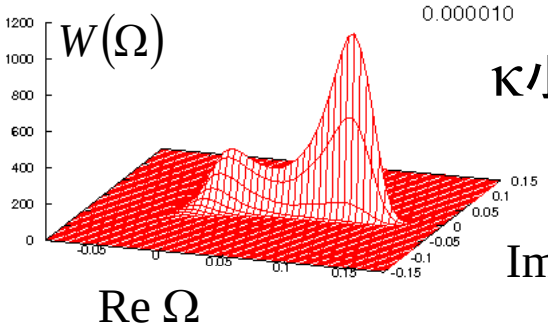
- クォーク質量をパラメーターと思うと面白い相構造を持っている。
- 物理的な質量での相転移を調べるためにも、クォーク質量依存性は考慮すべき。
- 定量的に相境界を計算することが必要。
- 有限密度で物理的な質量点が臨界面を横切るところが、クロスオーバーが一次相転移に変わる臨界点

ポリヤコフループの相転移温度での分布関数

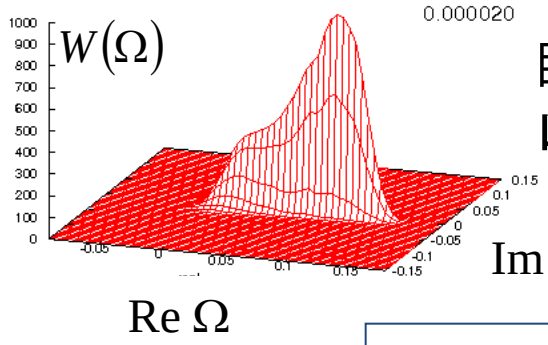
１次相転移かどうか？　(WHOT-QCD, 10-13)



κ=0: Z(3)対称な分布



κ小：２相共存
（1次相転移）



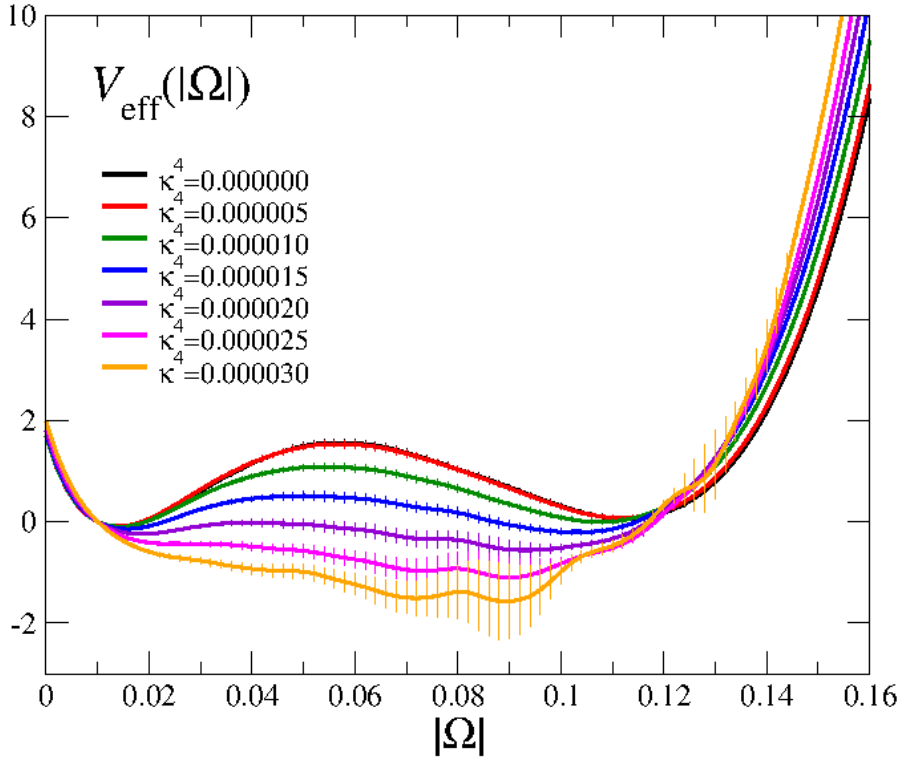
臨界点付近:
山が1つになる

κ～1/（クォーク質量）

Ω：Polyakov loop
（閉じ込めのオーダーパラメータ）

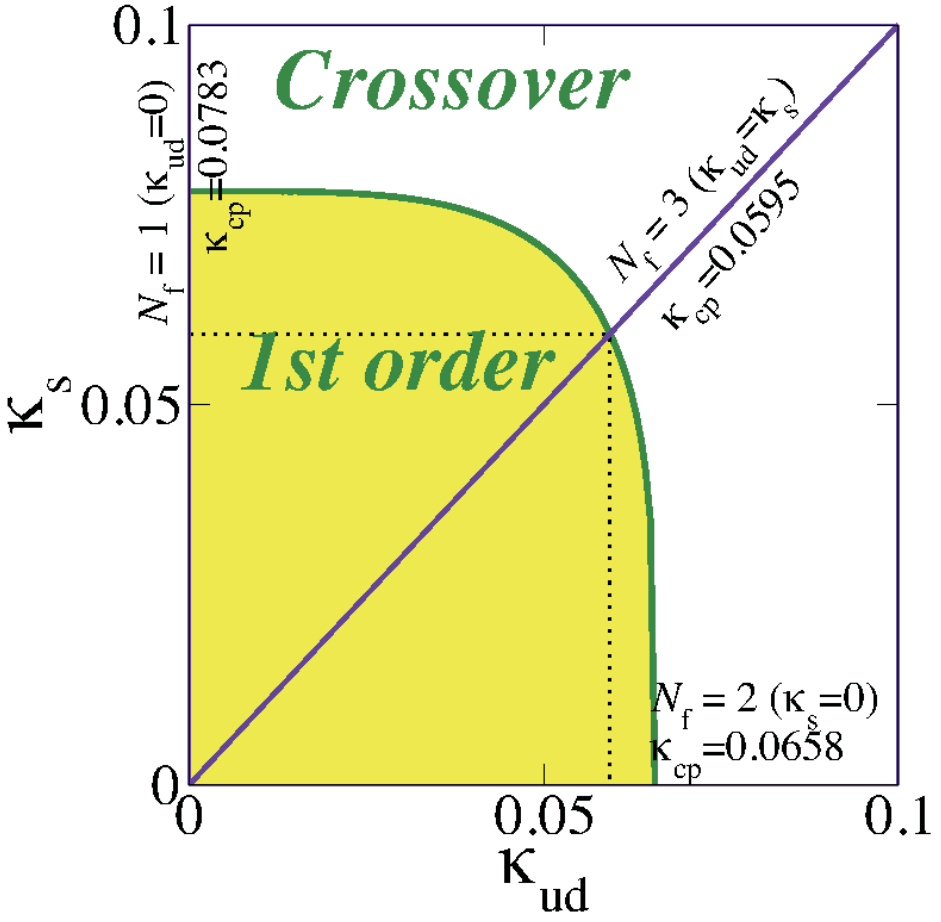
相転移点での|Ω|の有効ポテンシャル

$$V_{\mathrm{eff}}(|\Omega|) = -\ln[W(|\Omega|)]$$



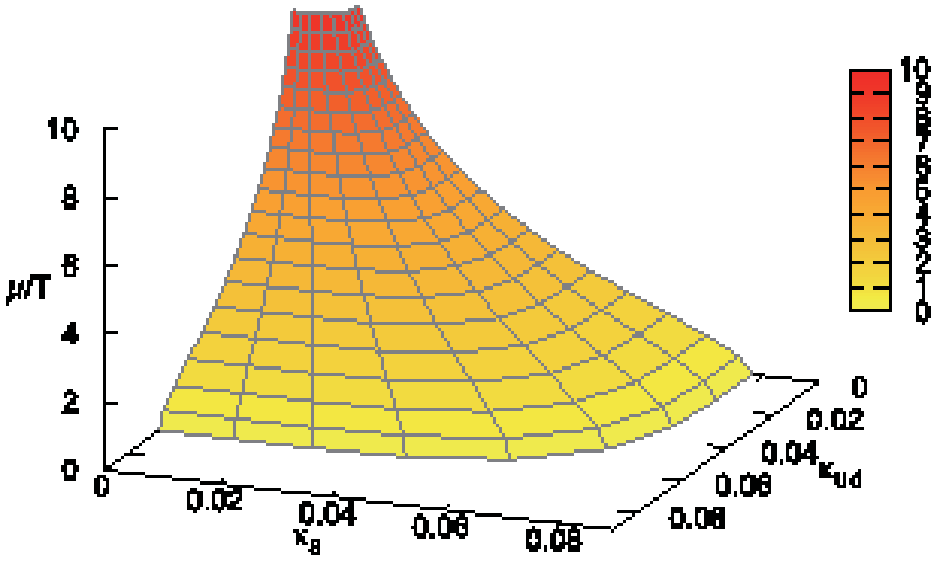
Critical point : $\kappa^4 \approx 2.0\times10^{-5}$

クオークが重い領域での（２＋１）フレーバーQCDの臨界面



- 臨界κ：フレーバー数が多いほど小さい。

有限密度での臨界面



κ～1/（クォーク質量）

「ヒッグス粒子は複合体」?

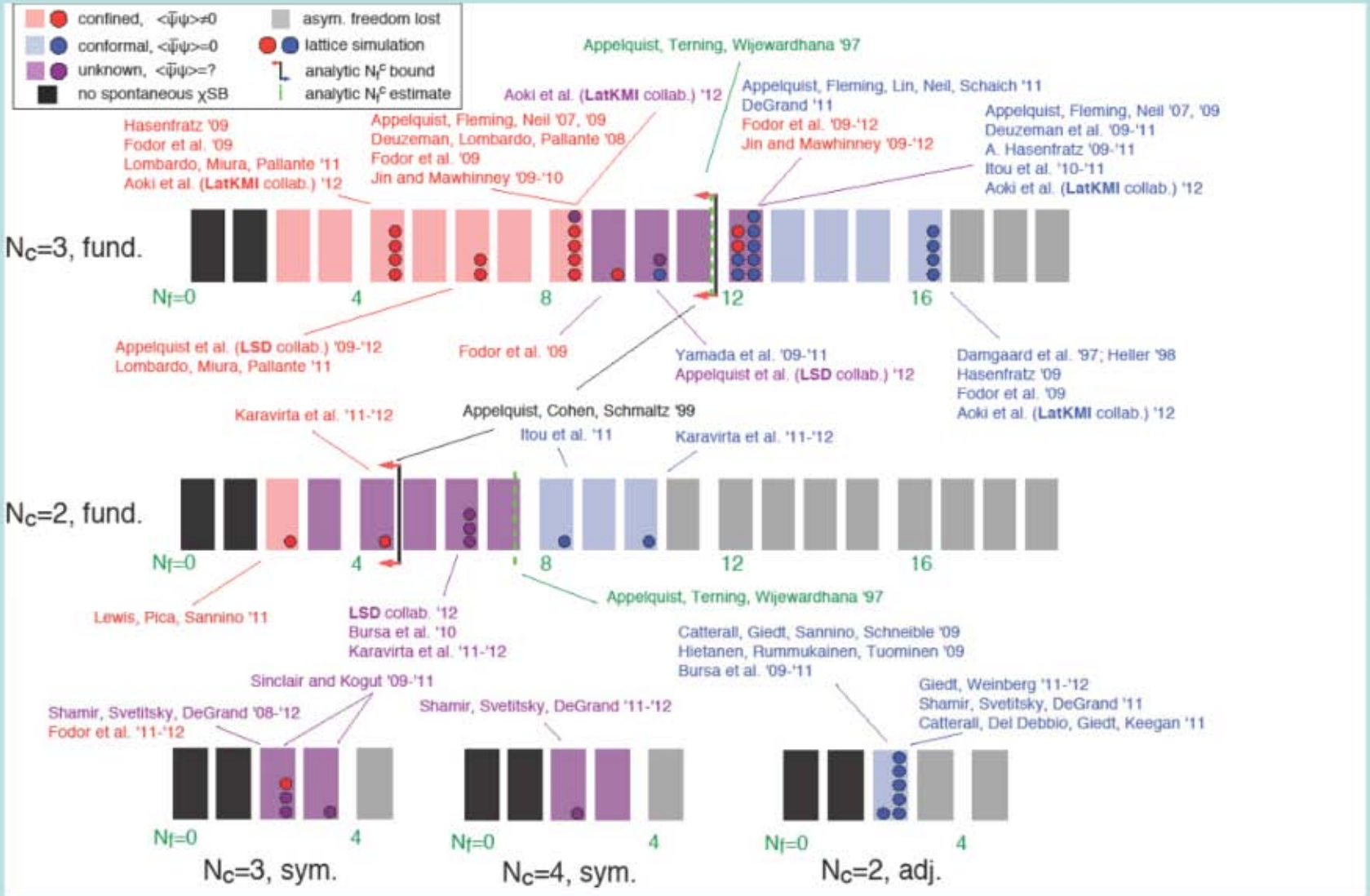
朝日新聞 2013年4月18日

- テクニカラー模型
  - QCDのカイラル対称性の破れのように、テクニフェルミオンが結合してヒッグス粒子を作る
- ウォーキング・テクニカラー
  - エネルギースケールが変わると、結合定数が非常にゆっくり変わる

（変わらない場合を conformal という）

- フレーバー数が多いQCDと似た模型で実現の可能性
  - 格子QCDの数値シミュレーションで、検証可能

T. Appelquist, 2012年9月フィレンツェのGGIでの講義



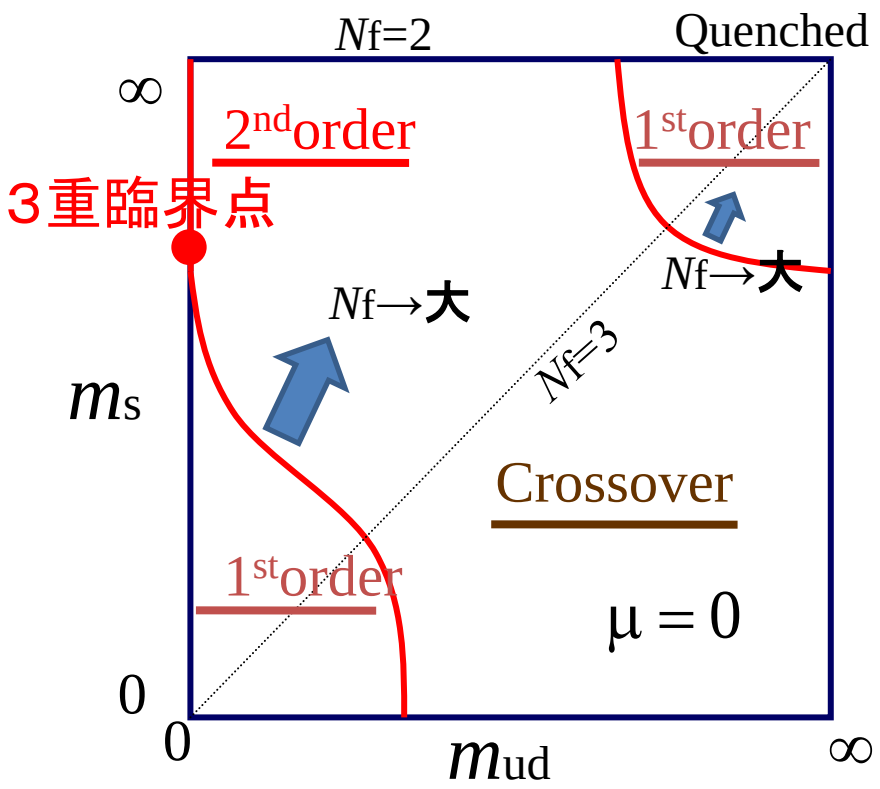
多フレーバー・テクニカラー模型と電弱相転移

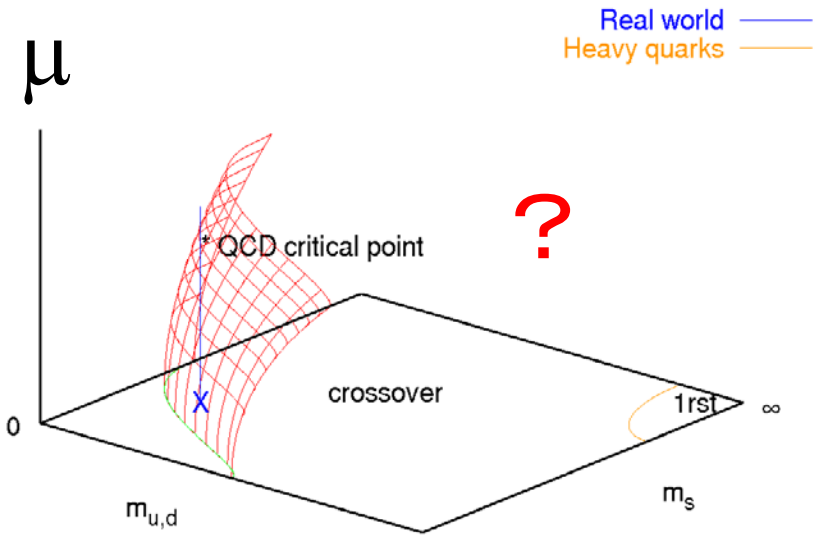
(Kikukawa, Kohda and Yasuda,Phys.Rev.D77, 015014(2008))

- 多フレーバーQCDによるテクニカラー模型の構築
- QCDのカイラル対称性の破れ

  → 有限温度電弱相転移
- 南部・ゴールドストン（NG）・ボゾン
  - ゲージボゾンに吸われる3つ必要。
  - 他のNGボゾンは観測されていない。（質量の下限がある。）
  - 2つのテクニ・フェルミオンは質量0、他のフェルミオンは重い。
- 電弱バリオジェネシス
  - 強い1次相転移が必要。（標準模型では1次相転移にならない。）
  - 2+1-フレーバーQCDの類推：フェルミオンが重くなると1次相転移でなくなる。（質量の上限がある。）
- 多フレーバーQCDで1次相転移の終点を求めることが重要。
  - 2012年6月の Lattice2012 で、KEKの山田さんに一緒に研究しないか誘われる。

$2+N_f$-フレーバーQCDの相転移の次数





3重臨界点m_E: $m_{ud}^c \sim (m_E - m_s)^{5/2}$

$m_{ud}^c \sim \mu^5$

- すべてのクォークが十分軽い：１次相転移
- ２つのクォークが質量0で、もう1つが重い：２次相転移（？）
- 臨界線がN_fを大きくすると、質量が重い方に行く？
- 有限密度でどうか？

プラケットの確率分布関数(ヒストグラム)

一次相転移:位相共存状態

$$W(P,\beta,m,\mu)\equiv\int DU\,\delta\left(\hat{P}-P\right)\prod_{f=1}^{N_f}\det M\left(m_f,\mu_f\right)e^{6N_{\rm site}\beta\hat{P}}\qquad\left(\beta=6/g^2\right)$$

plaquette P (1x1 Wilson loop for the standard action)

$$R(P,\beta,\beta_0 m,m_0,\mu)\equiv W(P,\beta,m,\mu)/W(P,\beta_0,m_0,0)$$

(Reweight factor)

$$R(P)=\frac{\left\langle\delta\left(\hat{P}-P\right)e^{6N_{\rm site}(\beta-\beta_0)\hat{P}}\prod_f\dfrac{\det M\left(m_f,\mu_f\right)}{\det M\left(m_0,0\right)}\right\rangle_{(\beta_0,\mu=0)}}{\left\langle\delta\left(\hat{P}-P\right)\right\rangle_{(\beta_0,\mu=0)}}\equiv\left\langle e^{6N_{\rm site}(\beta-\beta_0)\hat{P}}\prod_f\frac{\det M\left(m_f,\mu_f\right)}{\det M\left(m_0,0\right)}\right\rangle_{P:\text{fixed}}$$

有効ポテンシャル:

$$V_{\rm eff}\left(P,\beta,m,\mu\right)=-\ln\left[W\left(P,\beta,m,\mu\right)\right]=V_{\rm eff}\left(P,\beta_0,m_0,0\right)-\ln R\left(P,\beta,\beta_0 m,m_0,\mu\right)$$

$$\ln R(P)=6N_{\rm site}\left(\beta-\beta_0\right)P+\ln\left\langle\prod_f\frac{\det M\left(m_f,\mu_f\right)}{\det M\left(m_0,0\right)}\right\rangle_{P:\text{fixed}}$$

一次相転移点：二相共存状態

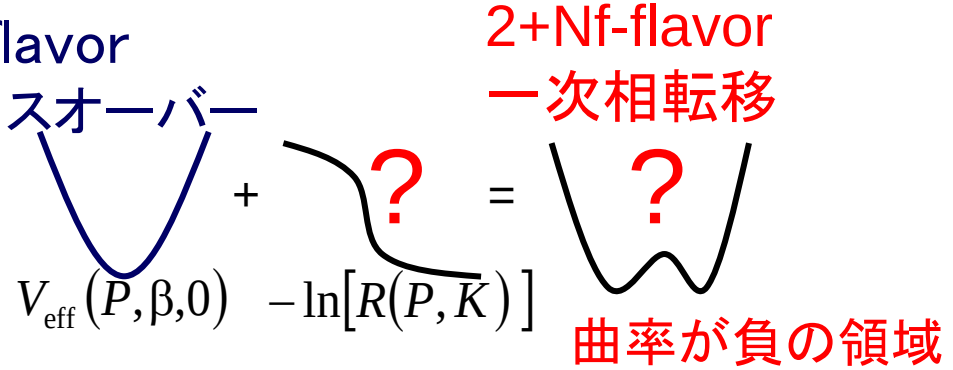
プラケットの確率分布関数

- 2-flavor QCDのシミュレーションを行い、
- Reweightingで Nf-flavor の動的クォークの効果を取り入れる。
- Nf個のクォークは重いと仮定する。
- ホッピングパラメータ K 展開（Wilson quarkの 場合）

$$N_{\mathrm{f}} \ln\left(\frac{\det M(K,\mu)}{\det M(0,0)}\right) = N_{\mathrm{f}}\left(288 N_{\mathrm{site}} K^4 P + 12\cdot 2^{N_t} N_s^3 K^{N_t}\left(\cosh(\mu/T)\Omega_R + i\sinh(\mu/T)\Omega_I\right)+\cdots\right)$$

- 有効ポテンシャル

$$V(P) = -\ln\left[R(P,K)W(P,\beta)\right] =$$



$$\ln R(P) = \ln\left\langle e^{6N_{\mathrm{site}}(\beta-\beta_0)\hat{P}} \prod_f \frac{\det M(m_f,\mu_f)}{\det M(m_0,0)}\right\rangle_{P:\mathrm{fixed}} \approx \ln\left\langle \exp\left(6hN_s^3\hat{\Omega}_R\right)\right\rangle_{P:\mathrm{fixed}} + (P\text{の1次項})$$

（μ=0 質量縮退の場合）

有効ポテンシャルの曲率

$$V_{\mathrm{eff}}(P,\beta,h,\mu)=V_{\mathrm{eff}}(P,\beta_0,0,0)-\ln\overline{R}(P,h,\mu)+\quad (P\text{の１次項})$$

$$\overline{R}(P)=\left\langle \exp\left(6N_s^3 h\Omega_R\right)\right\rangle_{P:\mathrm{fixed}} \qquad (\mu=0\text{の場合})$$

Wilson quark の場合

$$h=2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}$$

staggered quark の場合

$$h=N_{\mathrm{f}}\Big/\left(4\left(2m_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}\right)$$

- Pの１次項は曲率に無関係
- Pの１次項の中にしかβ依存性がない。
- 曲率はβによらない。

χ_P: plaquette susceptibility

$$\frac{d^2V_{\mathrm{eff}}(0)}{dP^2}\approx\frac{6N_{\mathrm{site}}}{\chi_P}$$

$$\frac{d^2V_{\mathrm{eff}}}{dP^2}(P,h,\mu)=\frac{d^2V_{\mathrm{eff}}}{dP^2}(P,0,0)-\frac{d^2\ln\overline{R}}{dP^2}(P,h,\mu)$$

2−flavor

- 曲率が負になる領域を見つければ、

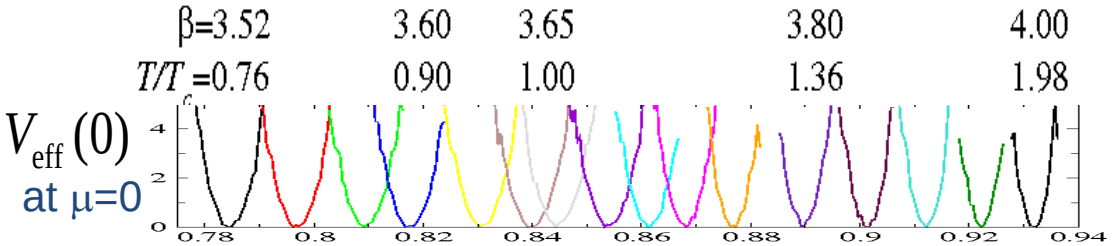
⇒ １次相転移（ダブル・ウェル・ポテンシャル）

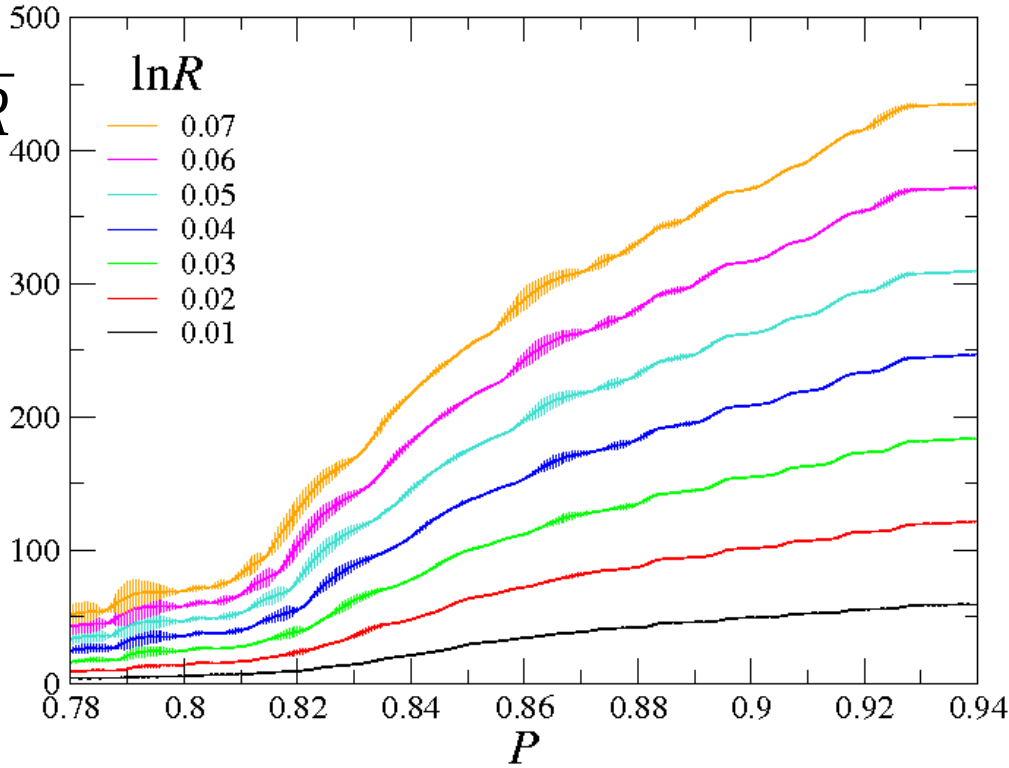
μ≠0での有効ポテンシャル

$$V_{\mathrm{eff}}(P,\beta,h)=V_{\mathrm{eff}}(P,\beta,0)-\ln R(P,h)$$

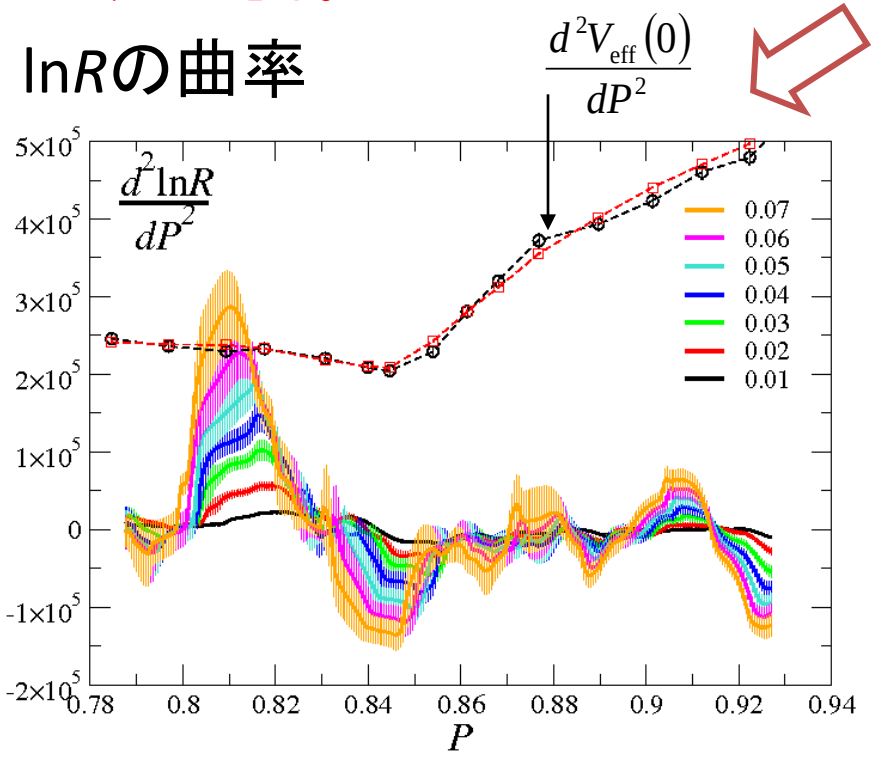
*N*f=2 p4-スタッガード・クォーク作用,
$m_\pi/m_\rho\approx 0.7$ [PRD71,054508(2005)]

- ln*R* は h が大きくなるにつれて大きくなる。
- 曲率もhにつれて大きくなる。
- h≈0.06 をこえると曲率が負の領域ができる。





lnRの曲率



$h=2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}$ (Wilson quarks の場合)

臨界点: $h_c=0.0614(69)$

臨界点のN_f依存性

$$h_c = 0.0614(69)$$

- N_fが大きくなるにしたがって、臨界質量が大きくなる。

$$h = 2N_f\left(2\kappa_h\right)^{N_t} \quad \Rightarrow \quad \kappa_h^c = \frac{1}{2}\left(\frac{h_c}{2N_f}\right)^{1/N_t}$$

  - N_fが大きいとKの臨界点が小さいくなるので、
  - ホッピングパラメータ展開の近似がよくなる。
  - 反対に、N_fが小さいと近似がよくない。

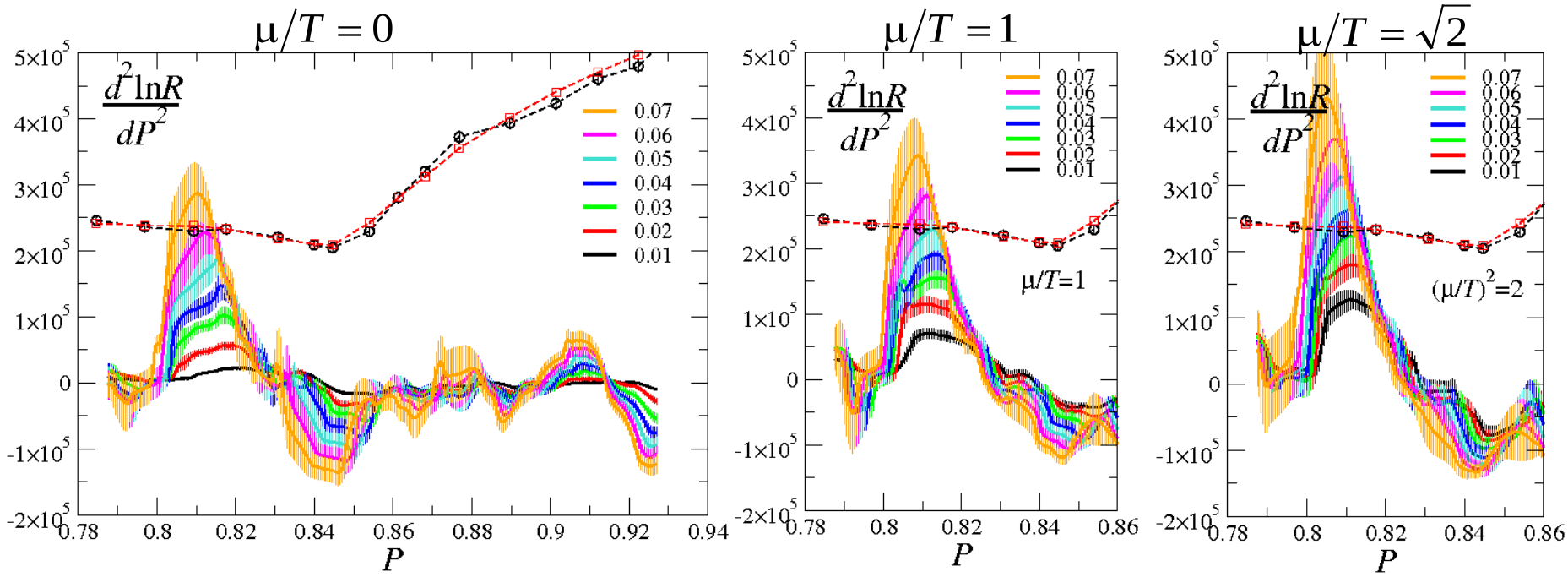
- N_t=4クエンチ・シミュレーションの場合、K=0.18ぐらいで、ホッピングパラメータ展開の1項目と2項目が同じぐらいの大きさ。
- N_f=10, N_t=4で、$h_c = 0.0614(69)$ $\Rightarrow$ $\kappa_h^c \approx 0.118$
  - これくらいのN_fならおそらく適用可能

有限密度での有効ポテンシャルの曲率

$$\frac{d^2V_{\rm eff}}{dP^2}(P,h,\mu)=\frac{d^2V_{\rm eff}}{dP^2}(P,0,0)-\frac{d^2\ln\overline{R}}{dP^2}(P,h,\mu)$$

$$h=2N_{\rm f}(2\kappa_{\rm h})^{N_t}\quad\text{for Wilson quarks}$$

$$\ln R(P)=\ln\left\langle\left(\frac{\det M(m,\mu)}{\det M(m,0)}\right)^2\left(\frac{\det M(h,\mu_h)}{\det M(0,0)}\right)^{N_{\rm f}}\right\rangle_{P:\text{fixed}}\qquad \mu_h/T=0$$



有限密度での臨界線

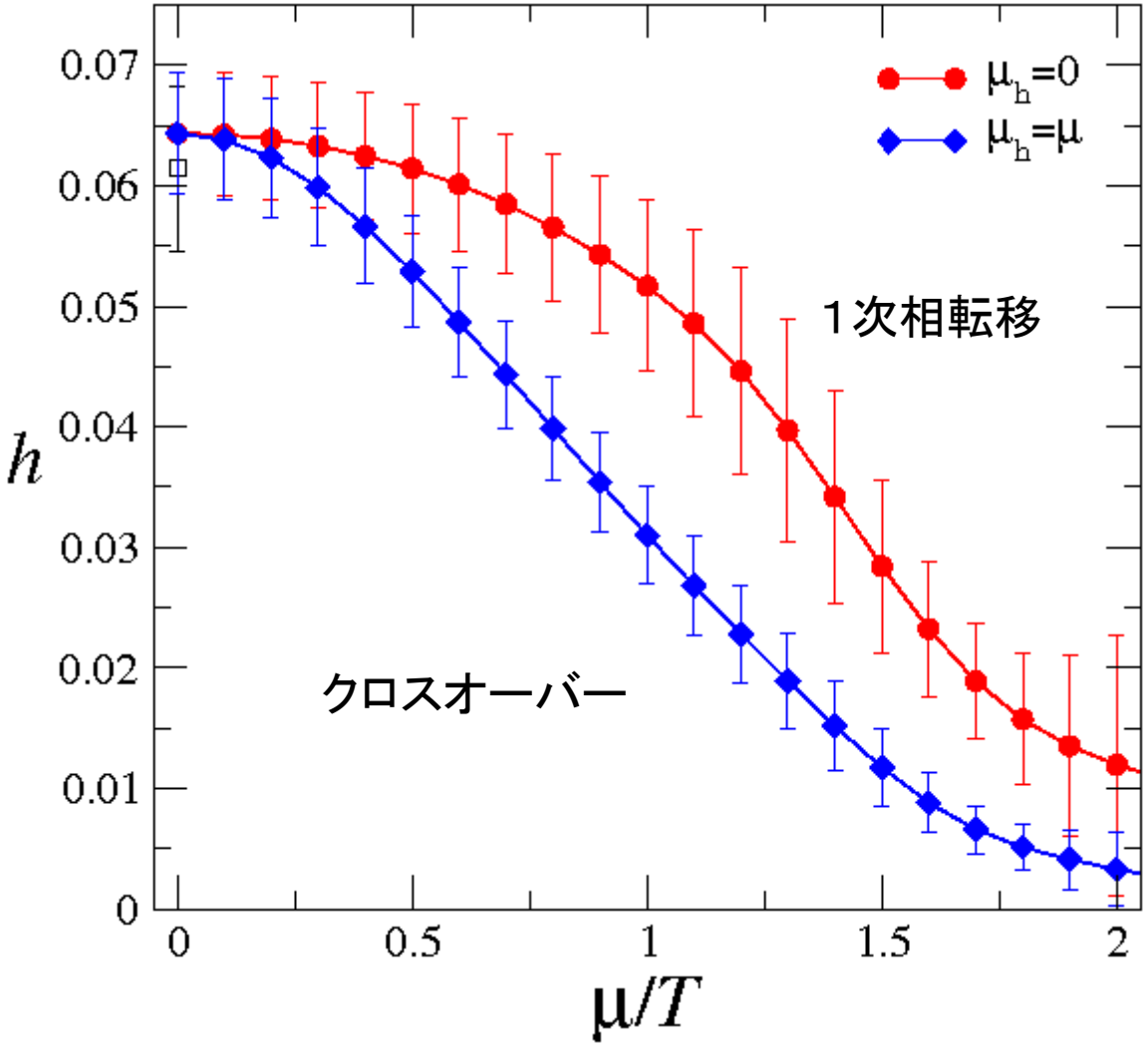
$$h = 2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}$$

for Wilson quarks

$$h = N_{\mathrm{f}} \Big/ \left(4\left(2m_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}\right)$$

for staggered quarks

- クォーク行列式の計算：O(μ6)のテイラー展開で見積もる
- 複素位相をガウス関数で近似



まとめと今後の展望

- テクニカラー模型の構築を目指した軽いフェルミオンが2つある多フレーバーQCDの有限温度相転移が1次相転移かどうか調べた。
  - 電弱バリオジェネシスを実現するためには1次相転移が必要。
  - 強い1次相転移になるための条件（新粒子の予言など）が具体的に格子シミュレーションで計算できる。
- 重いクォークの質量が増加すると、1次相転移がクロスオーバーに変わる。
  - 1次相転移の終点の質量はフレーバー数が増えるにしたがって大きくなる。
- その臨界質量は化学ポテンシャルを大きくしても大きくなる。
  - 2＋1フレーバーQCDでこのような性質が確認できたら、有限密度で臨界点があるとこの強い証拠になる。
  - Nfが大きいときは一次相転移の領域が広いので、計算が容易になる。Nfによらないユニバーサルな性質、3重臨界点付近のスケーリング則など、を調べるための良い模型になる。