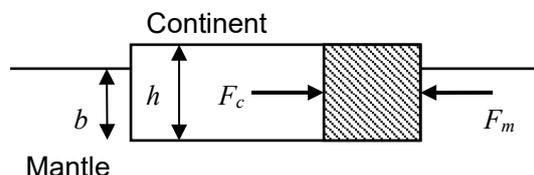


## 地球内部物理学 課題11 解答

1. 右図のように大陸地殻(厚さ:  $h$ , 密度:  $\rho_c$ )がマントル(密度:  $\rho_m$ )に浮いた状態を考える。

(1) 大陸地殻のうち、マントル内に沈んだ部分の厚さ  $b$  を求めなさい。



大陸地殻の底での静岩圧は深さによらないので、

$$\rho_c h g = \rho_m b g$$

であり、

$$b = \frac{\rho_c}{\rho_m} h$$

(2) マントル内は静岩圧状態であり、どの方向の応力も等しい。すなわち、マントル内では、鉛直、水平方向の応力とも次のように与えられる。ただし、 $z$  はマントル表面からの深さ、 $g$  は重力加速度である。

$$\sigma_z(z) = \sigma_x(z) = \int_0^z \rho_m g dz' = \rho_m g z$$

大陸地殻がマントルから受ける水平方向の力(単位長さ当たり、紙面に垂直な方向の奥行きを考えている。)  $F_m$  は、次のように、水平方向の応力の和として表される。 $F_m$  を  $\rho_m$ ,  $g$ ,  $b$  を用いて表しなさい。

$$F_m = \int_0^b \sigma_x(z') dz' = \int_0^b \rho_m g z' dz' = \frac{1}{2} \rho_m g b^2$$

(3) 大陸地殻の斜線部分に対して、マントル側からは(2)で求めた  $F_m$  が左向きに働いている。大陸地殻内部からは単位長さ(奥行き方向)当たり、力  $F_c$  が右向きに働いている。大陸地殻内の水平方向の応力は

$$\sigma_x(y) = \int_0^y \rho_c g dy' + \Delta\sigma_x = \rho_c g y + \Delta\sigma_x$$

で与えられる。なお、 $y$  は大陸地殻表面からの深さである。 $F_m$  と同様、 $F_c$  はこれを深さ方向に積分することで求められる。簡単のため、偏差応力  $\Delta\sigma_x$  は深さによらず一定とする。 $F_c$  を  $\rho_c$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $\Delta\sigma_x$  を用いて表しなさい。

$$F_c = \int_0^h (\rho_c g y + \Delta\sigma_x) dy' = \frac{1}{2} \rho_c g h^2 + \Delta\sigma_x h$$

(4)大陸地殻の斜線部分について水平方向の力のつり合いを考え、水平方向の偏差応力 $\Delta\sigma_x$ を $\rho_c, \rho_m, g, h$ を用いて表しなさい。

$F_c=F_m$  ゆえ、

$$\frac{1}{2}\rho_c gh^2 + \Delta\sigma_x h = \frac{1}{2}\rho_m gb^2$$

したがって、

$$\Delta\sigma_x h = \frac{1}{2}\rho_m gb^2 - \frac{1}{2}\rho_c gh^2 = \frac{1}{2}\rho_m g \left( \frac{\rho_c}{\rho_m} h \right)^2 - \frac{1}{2}\rho_c gh^2$$

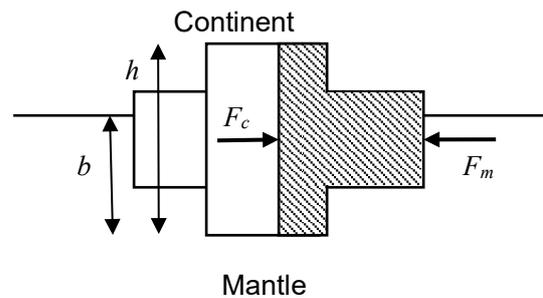
$$\Delta\sigma_x = -\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\rho_c}{\rho_m} \right) \rho_c gh$$

(5)以下の数値を用いて、偏差応力 $\Delta\sigma_x$ を求めなさい(単位に注意すること)。

$$\rho_c=2750 \text{ kg/m}^3, \rho_m=3300 \text{ kg/m}^3, h=35 \text{ km}, g=9.8 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta\sigma_x = -\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\rho_c}{\rho_m} \right) \rho_c gh = -7.9 \times 10^7 \text{ (Pa)} = -79 \text{ (MPa)}$$

2. 大きな山脈のある地域では、アイスタシーのため大陸地殻の厚さが70 kmと厚くなっている。1と同様にして、斜線部に働く水平方向の力のつりあいから、山脈の下での偏差応力を求めなさい。必要ならば、地殻、マントルの密度を2800, 3300 kg/m<sup>3</sup>としなさい。



山脈地域の底において静岩圧は一樣なので

$$b = \frac{\rho_c}{\rho_m} h$$

$F_m$  および  $F_c$  は1と全く同様に表されるので、偏差応力は

$$\Delta\sigma_x = -\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\rho_c}{\rho_m} \right) \rho_c gh = -146 \text{ (MPa)}$$

与えられている値の有効数字を考えると、-150MPa とするのが適切。