

地球内部物理学 課題2 解答

1. 温度 20°C , 圧力 10^5 Pa における空気の密度を求めなさい(扱う量の単位に注意し, kg/m^3 の単位で表すこと). ここでは, 空気を窒素:酸素 = 4:1 の混合気体と考え, 窒素および酸素の分子量をそれぞれ 28.0, 32.0 としなさい. また, 空気は理想気体として考えること. 気体定数は $8.3 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ とする.

理想気体の状態方程式

$$PV = nRT$$

より, 温度 20°C , 圧力 10^5 Pa における空気1モルの体積は

$$V = \frac{RT}{P} = \frac{1 \times 8.3 \times (273 + 20)}{10^5} = 2.43 \times 10^{-2} \quad (\text{m}^3)$$

この質量は

$$28.0 \times \frac{4}{5} + 32.0 \times \frac{1}{5} = 28.8 \quad (\text{g})$$

したがって, 密度は

$$\frac{28.8 \times 10^{-3}}{2.43 \times 10^{-2}} = 1.2 \quad (\text{kg/m}^3) \quad \text{水の約 1000 分の1だが, 意外と重い.}$$

最後の値の桁数は, 気体定数の有効数字の桁数に合わせた.

2. 常温常圧での水の密度は $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である. 水の体積弾性率が空気の何倍になるかを求めなさい.

空気と水の音速(縦波速度)は, それぞれ

$$V_a = \sqrt{\frac{K_a}{\rho_a}}$$

$$V_w = \sqrt{\frac{K_w}{\rho_w}}$$

と表される. ここで, 体積弾性率を K , 密度を ρ で表す(流体では剛性率はゼロ). また, 添え字の a , w はそれぞれ空気, 水を表す. 変形して,

$$\frac{K_w}{K_a} = \frac{\rho_w}{\rho_a} \frac{V_w^2}{V_a^2} = \frac{1000}{1.2} \left(\frac{1500}{330} \right)^2 = 1.7 \times 10^4 \quad (\text{倍})$$

約2万倍であることは3番目の形で分かると思う.

3. 密度 $2.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 音速(縦波) 6000 m/s の岩石を考える. 簡単のために剛性率はゼロと仮定する. この岩石の体積弾性率は水の何倍になるかを求めなさい.

2と同様に考えて,

$$\frac{K_r}{K_w} = \frac{\rho_r}{\rho_w} \frac{V_r^2}{V_w^2} = \frac{2.6}{1.0} \left(\frac{6000}{1500} \right)^2 = 42 \quad (\text{倍})$$

意外と(?) 1桁しか違わない.