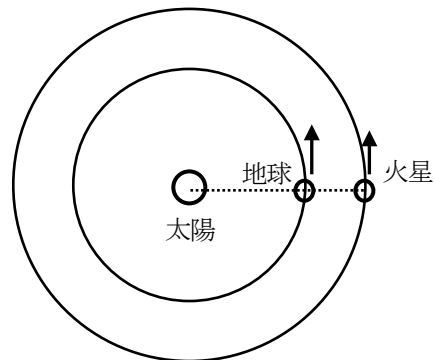


II

惑星の運動に関する次の文章を読んで、問いに答えなさい。

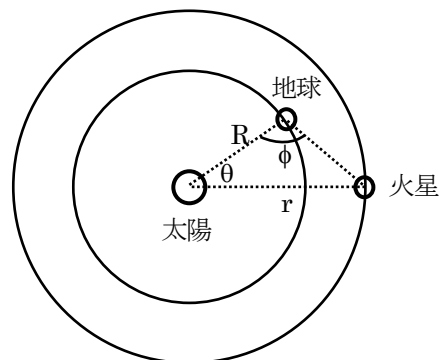
17世紀の初めごろ、ケプラーは、ティコ・ブラーエの観測データに基づいて惑星の運動に関する法則を見出した。このうち第三法則と呼ばれているのは、惑星の公転周期の2乗が平均公転半径の3乗に比例する、というものである。

では、どのようにして惑星の公転周期や公転半径を求めたのだろうか。火星を例にとりて考えてみよう。なお、ここでは、地球も火星も太陽を中心とする円軌道を描く、と仮定する。



図II-1

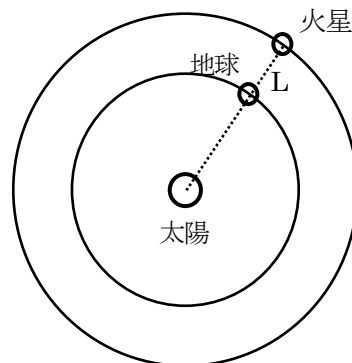
地球が太陽の周りをひとまわりするのに要する時間、すなわち地球の公転周期は、太陽や星の位置観測から知ることができる。一方、火星の公転周期は、太陽—地球—火星の位置関係から求めることができる。



図II-2

図II-1のように太陽—地球—火星が一直線に並ぶときを衝と呼び、このとき火星は地球に最も近づく。火星の公転周期を P とする。図II-1の衝から時間 P の後、位置関係は図II-2のようになる。火星は図II-1と同じ位置にあるが、地球は火星よりも公転周期が短いので衝の位置を通り過ぎていく。

図II-1の衝から時間 S の後、地球と火星は再び衝の位置関係になった (図II-3)。この S を会合周期という。



図II-3

- 問1 火星の公転周期 P を、地球の公転周期 E および会合周期 S を用いて表しなさい。また、その導き方を説明しなさい。
- 問2 地球の公転周期を 365 日、会合周期を 780 日として、火星の公転周期を求めなさい。
- 問3 図Ⅱ-2 で地球—太陽—火星のなす角度 θ を E , P を用いて表しなさい。
- 問4 図Ⅱ-2 で太陽—地球—火星のなす角度を ϕ とする。火星の公転半径 r を地球の公転半径 R , 角度 ϕ および θ を用いて表しなさい。
- 問5 ケプラーの時代には、火星の公転半径 r は地球の公転半径 R との比の形でしか求められなかった。約半世紀の後、カッシーニは最接近時の地球—火星間の距離 L を求めることに成功した。これによって、初めて太陽系の広がりを具体的に知ることができるようになった。地球の公転半径 R および火星の公転半径 r を L , ϕ , θ を用いて表しなさい。

II

問 1

導き方

単位時間あたり地球は、角度にして $\frac{2\pi}{E}$ だけ進む。一方、単位時間あたり、火星は $\frac{2\pi}{P}$ だけ進む。

したがって、地球は火星に対して、単位時間当たり $\frac{2\pi}{E} - \frac{2\pi}{P}$ だけ進むことになる。

時間 S 後に、差が 2π になるので、

$$\left(\frac{2\pi}{E} - \frac{2\pi}{P}\right)S = 2\pi \quad \text{したがって、} P = \frac{ES}{S - E}$$

$$P = \frac{ES}{S - E}$$

問 2

計算

$$P = \frac{365 \times 780}{780 - 365} = 686$$

答

686 日

問 3

$$\theta = \frac{2\pi}{E}(P - E)$$

問 4

正弦定理より

$$\frac{R}{\sin[\pi - (\theta + \phi)]} = \frac{r}{\sin \phi} \quad \text{ところで、} \sin[\pi - (\theta + \phi)] = \sin(\theta + \phi) \text{ ゆえ、}$$

$$\frac{R}{\sin(\theta + \phi)} = \frac{r}{\sin \phi} \quad \text{したがって、} \quad r = \frac{\sin \phi}{\sin(\theta + \phi)} R$$

問 5

$$R + L = r$$

および $r = \frac{\sin \phi}{\sin(\theta + \phi)} R$

より、 $R = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin \phi - \sin(\theta + \phi)} L$

$$r = \frac{\sin \phi}{\sin \phi - \sin(\theta + \phi)} L$$