課題　２. 運動の法則

１. 1N とはどういう力かを説明しなさい.

質量 1 kg の物体に 1 m/s^2 の加速度を生じる力

２. 地表面から初速度 V で物体を鉛直上向きに投げ上げる. 最高点の高さが 10 m 以上になるために必要な初速度の条件を求めなさい. ここでは重力加速度を 10　m/s^2 として計算しなさい.

時刻 t における鉛直上向きの速度を v とすると,

$$v = V - gt$$

最高点に達する時刻は v=0 より,

$$t = \frac{V}{g}$$

最高点の高さは,

$$H = \int_0^t (V - gt')dt' = \left[V't - \frac{1}{2}gt'^2 \right]_0^t = \frac{V^2}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{V}{g}\right)^2 = \frac{V^2}{2g}$$

これが 10 m 以上になるための条件を求める.

$$\frac{V^2}{2g} \geq 10,\quad \text{したがって,}\quad \boxed{V \geq 10\sqrt{2} = 14 \quad \text{(m/s)}}$$

値が文字で与えられている場合は, ルートははずせませんが, 具体的な数値を求められている場合は, ルートをはずして”パッと理解できる表現”にしましょう. 有効数字が2桁で与えられているので, 14 になります.

３. 地表面から角度θ, 初速度 V で物体を投げ上げた. 最高点の高さおよび落下点までの水平距離を求めなさい. また, 水平到達距離が最大になる角度を求めなさい.

水平方向

$$\dot{v}_x = 0$$

$$v_x = V\cos\theta \qquad (1)$$

$$x = V\cos\theta \cdot t \qquad (2)$$

鉛直方向

$$\dot{v}_y = -g$$

$$v_y = V\sin\theta - gt \qquad (3)$$

$$y = V\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{4}$$

最高点に達する時刻は v_y=0 より,

$$t = \frac{V\sin\theta}{g}$$

これを(4)に代入すると，最高点の高さは

$$y = V\sin\theta \cdot \frac{V\sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{V\sin\theta}{g}\right)^2 = \frac{(V\sin\theta)^2}{2g}$$

落下点に達する時刻は y=0 より,

$$V\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = t\left(V\sin\theta - \frac{g}{2}t\right) = 0$$

t=0 は投げ上げの時刻ゆえ，求める時刻は,

$$t = \frac{2V\sin\theta}{g}$$

これを(2)に代入すると，求める水平距離は

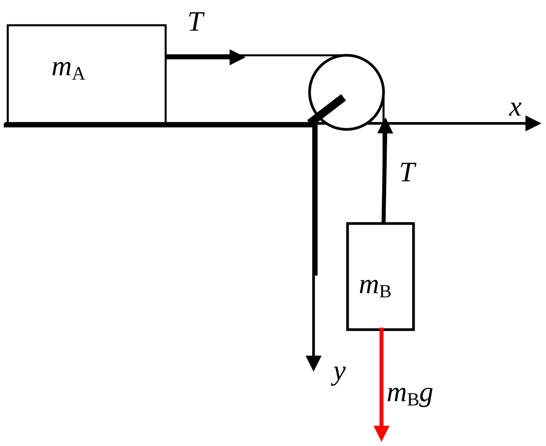
$$x = V\cos\theta \cdot \frac{2V\sin\theta}{g} = \frac{V^2\sin 2\theta}{g}$$

したがって，θ=45° のときに，最も遠くまで飛ぶ.

4. 図のように，滑らかな水平面に置かれた物体 A と鉛直につるされた物体 B が，軽いひもと滑車を通してつながれている. それぞれの質量を m_A, m_B, ひもにはたらく張力を T とする.

（1）2つの物体について，それぞれの運動方程式を書きなさい.

（2）運動方程式から T を消去することにより，物体の加速度の大きさを求めなさい.（物体 A と B は同じ大きさの加速度で運動するはず）



（1）A の x 座標を x, B の y 座標を y とすると,

A の水平方向の運動方程式は

$$m_A\ddot{x} = T \quad ①$$

B の鉛直方向の運動方程式は

$$m_B\ddot{y} = m_Bg - T \quad ②$$

（もちろん A にも重力は働くが，それは水平方向の運動には影響しない.）

（2）共通の加速度の大きさを a とすると，①＋②より,

$$(m_A + m_B)a = m_Bg$$

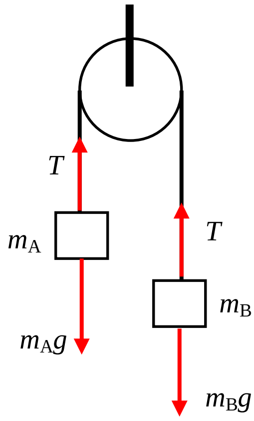
したがって,

$$a = \frac{m_B}{m_A + m_B}g$$

5. 図のように，鉛直につるされた物体 A, B が軽いひもと滑車を通してつながれている．それぞれの質量を m_A，m_B とする（$m_A < m_B$）．

（1）ひもの張力 T を導入して，2つの物体について，それぞれの運動方程式を書きなさい．

（2）運動方程式から T を消去することにより，物体の加速度を求めなさい．



（1）鉛直上向きに z 軸をとり，物体 A，B の位置を z_A，z_B とすると運動方程式は，それぞれ，

$$m_A \ddot{z}_A = T - m_A g \quad ①$$
$$m_B \ddot{z}_B = T - m_B g \quad ②$$

（2）条件 $m_A < m_B$　より，A は上向き，B は下向きに運動し，

$$\ddot{z}_B = -\ddot{z}_A$$

の関係がある．したがって，②は

$$-m_B \ddot{z}_A = T - m_B g$$

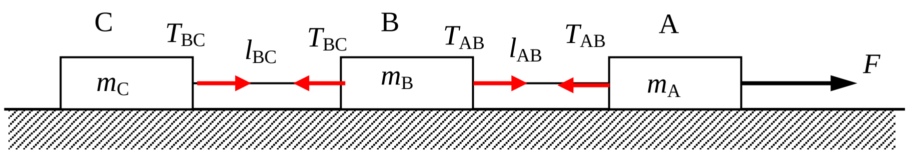
と書き換えられる．これを①から引いて

$$(m_A + m_B)\ddot{z}_A = (m_B - m_A)g$$

したがって，

$$\ddot{z}_A = \frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} g, \quad \ddot{z}_B = -\frac{m_B - m_A}{m_A + m_B} g$$

6. 図のように，滑らかな水平面の上に，質量 m_A，m_B，m_C の物体 A，B，C を質量を無視できるひも l_{AB}，l_{BC} でつなぎ，物体 A を力 F で引き続けた．これらの物体の加速度 a（すべてに共通），およびひも l_{AB}，l_{BC} の張力の大きさ T_{AB}，T_{BC} を求めなさい．



各物体の運動方程式は

$$m_A a = F - T_{AB} \quad ①$$
$$m_B a = T_{AB} - T_{BC} \quad ②$$
$$m_C a = T_{BC} \quad ③$$

①～③より，

$$(m_A + m_B + m_C)a = F$$

したがって

$$a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

これを①に代入して

$$T_{AB} = F - m_A a = F - \frac{m_A}{m_A + m_B + m_C} F = \frac{m_B + m_C}{m_A + m_B + m_C} F$$

また③に代入して

$$T_{BC} = \frac{m_C}{m_A + m_B + m_C} F$$

高校で物理を履修しなかった場合は授業だけでは難しいかもしれませんが，テキストを読めば何をしているのか理解できると思います．それでも分からなかったら，質問にきてください．