

課題 7. 角運動量と力のモーメント(2)

1. xy 平面内で原点を中心とする円運動

$$\begin{aligned} x &= a \cos \omega t \\ y &= a \sin \omega t \end{aligned}, \quad a > 0, \quad \omega \text{ は定数.}$$

をしている質量 m の質点がある.

- (1) 時刻 t に質点が受けている力 F を成分表示しなさい.
- (2) 中心のまわりの力のモーメント N を求めなさい.
- (3) 時刻 t における中心のまわりの角運動量 L を求めなさい.

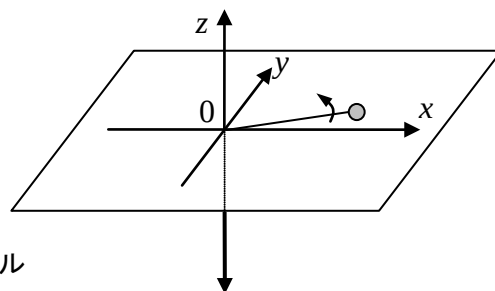
2. 質量 m の質点が, zx 平面内を等速度運動をして,

$$x = vt, y = 0, z = b$$

のような軌跡を描いている. 原点のまわりの角運動量を求めなさい.

3. 点 $A(a, 0, 0)$ にある質点に, $(b, b, 0)$ の力が働いている. 次の点のまわりの力のモーメント(ベクトル)を求めなさい. (1) 原点, (2) 点 $B(0, a, 0)$, (3) 点 $C(a, c, 0)$

4. 水平に置かれた滑らかな板の上に小孔がある. 質量 m の粒子に軽い糸をつけ, 糸の他端を小孔を通して下に引っ張り, 粒子を半径 R_0 , 角速度 ω_0 で等速円運動させる. 小孔を原点とし, 水平面内に x, y 軸, 鉛直上向きに z 軸をとる. 下の問いに答えなさい.



- (1) 時刻 $t=0$ に粒子は $x=R_0, y=0, z=0$ にある. 粒子の位置ベクトル(基準は原点)および速度ベクトルを時間 t の関数として表しなさい.
 - (2) 原点のまわりの粒子の角運動量ベクトルを求めなさい.
 - (3) 粒子にはたらく外力を水平面内, 鉛直方向に分けて列挙しなさい.
 - (4) 粒子にはたらく力のモーメント(原点のまわり)を求めなさい. (この時点の回転半径は R_0)
 - (5) 糸を静かに引いて円運動の半径を $R(<R_0)$ に変えた. 半径が R のときの粒子の角速度 ω を求めなさい.
5. 質量と空気抵抗が無視できる長さ R の細い棒の一端に質量 m のおもりを取り付け, 他端を水平面上に固定して, おもりに水平面上で半径 R の円運動をさせる. 水平面との摩擦はないものとする. このおもりは速さに比例する大きさの空気抵抗(比例定数を k とする)を受け, それによって円運動の角速度 ω が時間とともに減少していく. $t=0$ のとき $\omega = \omega_0$ として, 角速度 ω を時間の関数として表しなさい.